

الشعبة : علوم تجريبية

المدة : 3 ساعات

الموضوع الاول

التمرين الأول : (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 2v_n) \end{cases} \text{ و } \begin{cases} v_0 = 12 \\ v_{n+1} = \frac{1}{4}(u_n + 3v_n) \end{cases}$$

نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $w_n = v_n - u_n$ **①** بين أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول**②** اكتب عبارة w_n بدلالة n . ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.**③** بين أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n \geq u_n$ **④** بين أن المتتاليتان (u_n) و (v_n) متجاورتان .**التمرين الثاني : (05 نقاط)**

يحتوي صندوق على 10 كريات منها خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 4 ، 4 ، 4 ، 4 ،

-3 ، 1 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام

1 ، 1 ، 1 ، -3 و كرة سوداء تحمل الرقم -2 ، نسحب من الصندوق بطريقة عشوائية

كرتين في آن واحد .

① عين احتمال الحوادث التالية : A " الحصول على كرتين من نفس اللون " B " الحصول على كرتين من لونين مختلفين " C " الحصول على كرتين جءاءهما زوجي "**②** ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عدد السحبات السابقة و نعرفه كما يلي :

● إذا سحبنا كرتين تحملا نفس الرقم نرفق لها الرقم نفسه ، إذا سحبنا كرتين

تحملا رقمين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ب) احسب الامل الرياضي و التباين و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوى المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ النقطة A ، B و C ،

التي لواحقها على الترتيب $Z_C = (1+i)\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ ، $Z_B = \sqrt{3} + i$ ، $Z_A = 1 + i$.
① اكتب كل من Z_A ، Z_B و Z_C على الشكل الأسّي.

② نضع : $L = \sqrt{2} \frac{Z_C}{Z_B}$ ، أ) اكتب العدد L على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي .

ب) استنتج القيم المضبوطة لـ $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$.

اقلب الورقة

الصفحة 2 / 1

ج) احسب العدد $(L)^{2018}$ ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $(L)^n$ حقيقي سالب .

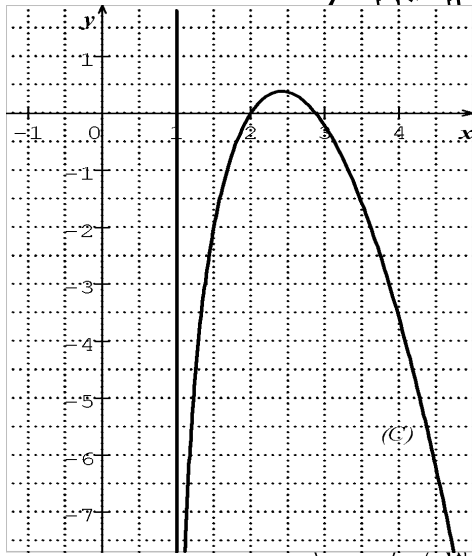
③ عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $|Z - Z_A| = |\bar{Z} - \bar{Z}_B|$.

④ عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $Z = Z_c + ke^{i\frac{\pi}{3}}$ ، حيث k عدد حقيقي يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]1, +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = -x^2 + 2x + 4\ln(x-1)$$



و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. (الشكل

1 احسب $g(2)$ ، ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل

في المجال $]2.87; 2.88[$.

2 استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]1, +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس

1 احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا ،

ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2 أ) بين انه من اجل كل x من $]1, +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{(x-1)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3 بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

4 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

5 ارسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f) نأخذ $f(\alpha) = 3.9$.

التمرين الأول : (04 نقاط)

① f دالة عددية معرفة على المجال $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$ ب: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$

• بين انه اذا كان $x > 1$ فان $f(x) > 1$.

② نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$:
 $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أن تقاربها .

③ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $v_n = \ln(u_n - 1) - \ln(u_n)$.
 أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) أكتب عبارة كلا من v_n و u_n بدلالة n .

ج) من أجل كل عدد طبيعي n احسب : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يشغل مطعم 3 عمال A ، B و C ، الزبون يعود الى المطعم في حالة ما اذا كانت المعاملة و الخدمات المقدمة من طرف العمال جيدة و لا يعود اذا كانت المعاملة سيئة . يلاحظ صاحب المطعم غياب احد الزبائن المعتدين على المطعم ، بالطبع لا يعرف أي من العمال الثلاثة كان السبب في ذلك ، فيقرر معاينة العامل C اذا علمت :

• العامل A جيد في المعاملة و الخدمات بـ 85% من الحالات و يقوم على خدمة 45% من الزبائن.

• العامل B جيد في المعاملة و الخدمات بـ 80% من الحالات و يقوم على خدمة 40% من الزبائن.

• العامل C جيد في المعاملة و الخدمات بـ 80% من الحالات و يقوم على خدمة 15% من الزبائن.

G " المعاملة و الخدمات سيئة " ، $\bar{G}$ " المعاملة و الخدمات جيدة "

① أنجز شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية .

② احسب احتمالات الحوادث التالية : $A \cap G$ ، $B \cap G$ و $C \cap G$

③ علما ان المعاملة و الخدمات سيئة ماهو احتمال تكون من طرف العامل

. A

④ هل صاحب المطعم صائب في قراره ؟

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) $P(z)$ كثير الحدود حيث : $p(z) = (z - 2 + 2i)(z^2 - 2z + 2)$

① حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول z : $P(z) = 0$

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

أقلب الورقة

الصفحة 4 / 3

نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب $Z_A = 1+i$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = 2Z_B$

① اكتب على الشكل المثلثي العدد Z_A ثم استنتج الشكل المثلثي لكل من العددين Z_B ، Z_C

② احسب العدد $\left(\frac{Z_A}{\sqrt{2}}\right)^{2018} + \left(\frac{Z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1439}$ ، ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{Z_A}{\sqrt{2}}\right)^n$ عدد حقيقيا سالبا تماما

③ لتكن (C) دائرة مركزها النقطة I ذات اللاحقة 3 و نصف قطرها $\sqrt{5}$

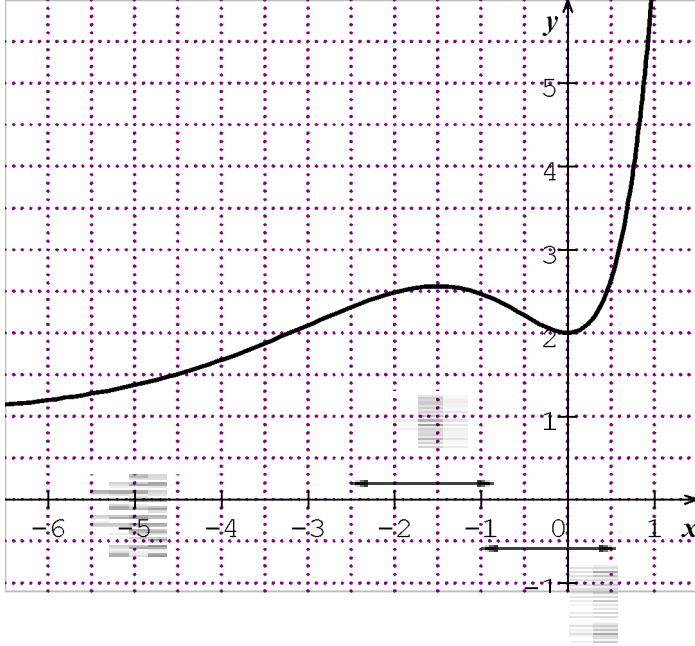
أ) اكتب العدد $\frac{Z_C - 3}{Z_A - 3}$ على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث IAC

ب) بين أن النقط A, B, C تنتمي إلى الدائرة (C)

④ عين لاحقة كل من النقطتين E و D بحيث يكون الرباعي $ABDE$ مستطيل مركزه I

التمرين الرابع: (07 نقاط)

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي $g(x) = (ax^2 + bx + c)e^x + 1$ و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل حيث (C_g) يشمل النقطة $A(0;2)$ و يقل عند النقطتين $A(0;2)$ و $B\left(-\frac{3}{2}; g\left(-\frac{3}{2}\right)\right)$



مماسين (T) و (T') موازيين لـ $B\left(-\frac{3}{2}; g\left(-\frac{3}{2}\right)\right)$
 $g\left(-\frac{3}{2}\right) = 2.56$

(I) ① أحسب $g'(x)$ بدلالة الأعداد الحقيقية

② عين الأعداد الحقيقية a ، b و c .

③ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$

$$f(x) = \left(2 - \frac{1}{x}\right)(e^x + 1)$$

① أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسياً.

② أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{0\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

③ احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

④ h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $h(x) = \left(2 - \frac{1}{|x|}\right)(e^{|x|} + 1)$ و (C_h) تمثيلها البياني.

أ) بين أن الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f) .