

Ας προσεγγίσουμε ένα μέλαν σώμα

Ένας κοίλος κύβος βολφραμίου (W) έχει ακμή $a = 1m$ και στο κέντρο μιας έδρας του έχουμε κάνει μια μικρή οπή εμβαδού $S = 2mm^2$. Η θερμοκρασία του κύβου διατηρείται σταθερή στους $T = 2000K$.

Δίνονται:

ο συντελεστής θερμικής εκπομπής του βολφραμίου (στους $2000K$) $e = 0,26$,

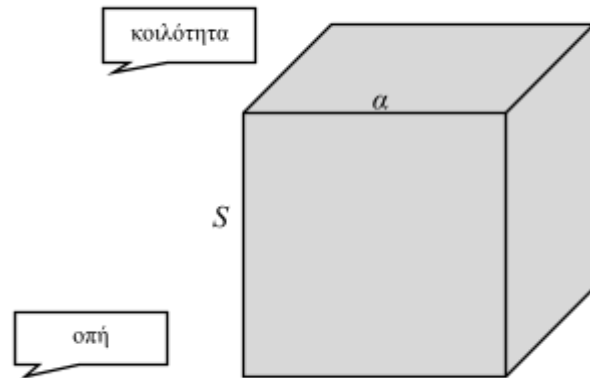
η σταθερά Stefan - Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W / m^2 \cdot K^4,$$

η σταθερά του νόμου Wien $2,9 \cdot 10^{-3} K \cdot m$,

η σταθερά του Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$,

η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 m/s$.



i) Να υπολογιστεί η αφετική ικανότητα (ένταση) της ακτινοβολίας που εκπέμπει η οπή και η επιφάνεια του κύβου. Δίνεται ότι η ένταση της ακτινοβολίας μέλανος σώματος θερμοκρασίας

T , υπακούει στο νόμο Stefan-Boltzmann: $I_{black} = \sigma \cdot T^4$

ii) Να υπολογιστεί η ισχύς της ακτινοβολίας που εκπέμπει η οπή και ο κύβος.

iii) Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία από την οπή

α) μπορεί να είναι ακτίνες X, αλλά όχι ραδιοκύματα.

β) μπορεί να είναι ραδιοκύματα αλλά όχι ακτίνες X.

γ) μπορεί να είναι και ακτίνες X και ραδιοκύματα.

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

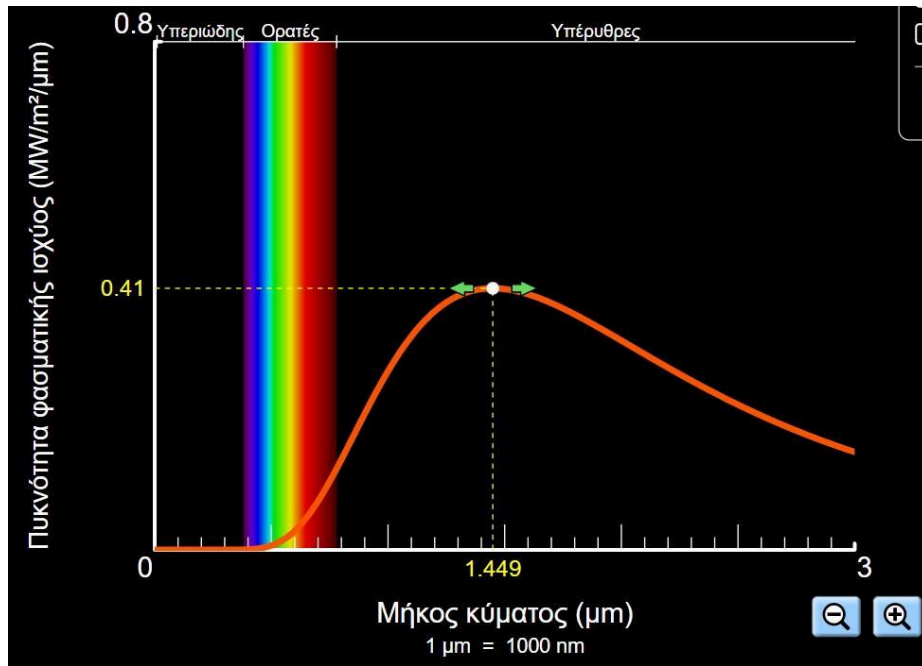
iv) Ποιο μήκος κύματος αιχμής λ_{max} της ακτινοβολίας, που εξέρχεται από την οπή και αντιστοιχεί στη μέγιστη φασματική αφετική ικανότητα; Σε ποια περιοχή του φάσματος των ακτινοβολιών ανήκει;

v) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών

$T(K)$	$\lambda_{max}(nm)$	Περιοχή Η/Μ Φάσματος
1000		
2000		
3000		
4000		
5000		

Στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση $\lambda_{max} \rightarrow T$ σε βαθμολογημένους άξονες.

vi) Σε ένα σκοτεινό εργαστήριο, παρατηρούμε τον κύβο και την οπή. Αν δίνεται η παρακάτω εικόνα για την κατανομή της φασματικής αφετικής ικανότητας μέλανος σώματος στους $2000K$, τι χρώμα βλέπουμε τον κύβο και την οπή; Ποιο από τα δύο είναι λαμπρότερο; Γιατί;



vii) Αν ο ρυθμός με τον οποίο ακτινοβολείται ενέργεια από την οπή είναι σταθερός, σε πόσο χρόνο θα εξέλθουν από την οπή 10^{20} φωτόνια με μήκος κύματος λ_{max} ;

Απάντηση

i) Η ακτινοβολία που εισέρχεται από την οπή στο εσωτερικό της κοιλότητας αλληλεπιδρά με τα τοιχώματα μέχρι να απορροφηθεί εντελώς. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι η κοιλότητα (οπή) είναι ιδανικό μέλαν σώμα, άρα η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει υπολογίζεται από το νόμο Stefan-Boltzmann

$$I_{\text{κοιλ}} = \sigma \cdot T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2 \cdot 10^3)^4 = 90,72 \cdot 10^4 \text{ W / m}^2 = 90,72 \text{ W / cm}^2$$

Για την επιφάνεια του κύβου

$$I_{\text{επ}} = e \cdot I_{\text{κοιλ}} = 0,26 \cdot 90,72 = 23,6 \text{ W / cm}^2$$

ii) Η ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας ορίζεται ως η ισχύς που εκπέμπεται από την μονάδα επιφάνειας του σώματος.

Για την κοιλότητα (οπή) είναι

$$I_{\text{κοιλ}} = \frac{P_{\text{κοιλ}}}{S_{\text{κοιλ}}} \Leftrightarrow P_{\text{κοιλ}} = S_{\text{κοιλ}} \cdot I_{\text{κοιλ}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot 90,72 \cdot 10^4 \text{ W / m}^2 = 181,44 \cdot 10^{-2} \text{ W} \approx 1,8 \text{ W}$$

Για την επιφάνεια του κύβου

$$I_{\text{κυβ}} = \frac{P_{\text{κυβ}}}{S_{\text{κυβ}}} \Leftrightarrow P_{\text{κυβ}} = S_{\text{κυβ}} \cdot I_{\text{κυβ}} \Leftrightarrow P_{\text{κυβ}} = 6 \cdot \alpha^2 \cdot I_{\text{κυβ}} \Leftrightarrow P_{\text{κυβ}} = 6 \cdot 1^2 \cdot 23,6 \cdot 10^4 \text{ W / m}^2 = 141,6 \text{ W}$$

iii) Το μέλαν σώμα εκπέμπει ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος. Η φασματική αφετική

ικανότητα $I(\lambda, T)$ είναι μηδέν μόνο όταν $\lambda = 0$ και όταν $\lambda \rightarrow \infty$. Άρα εκπέμπει και ακτίνες X, αλλά και ραδιοκύματα. Βέβαια η αφετική ικανότητα σε αυτά τα μήκη κύματος είναι πολύ μικρή (αλλά όχι μηδενική).

Σωστή απάντηση $\rightarrow \gamma$

iv) Σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης του Wien

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^3} \Leftrightarrow \lambda_{max} = 1,45 \cdot 10^{-6} \Leftrightarrow \lambda_{max} = 1450 \text{ nm} \quad \text{ή } 1,45 \mu\text{m}$$

Αυτό το μήκος κύματος αντιστοιχεί στο **υπέρυθρο**.

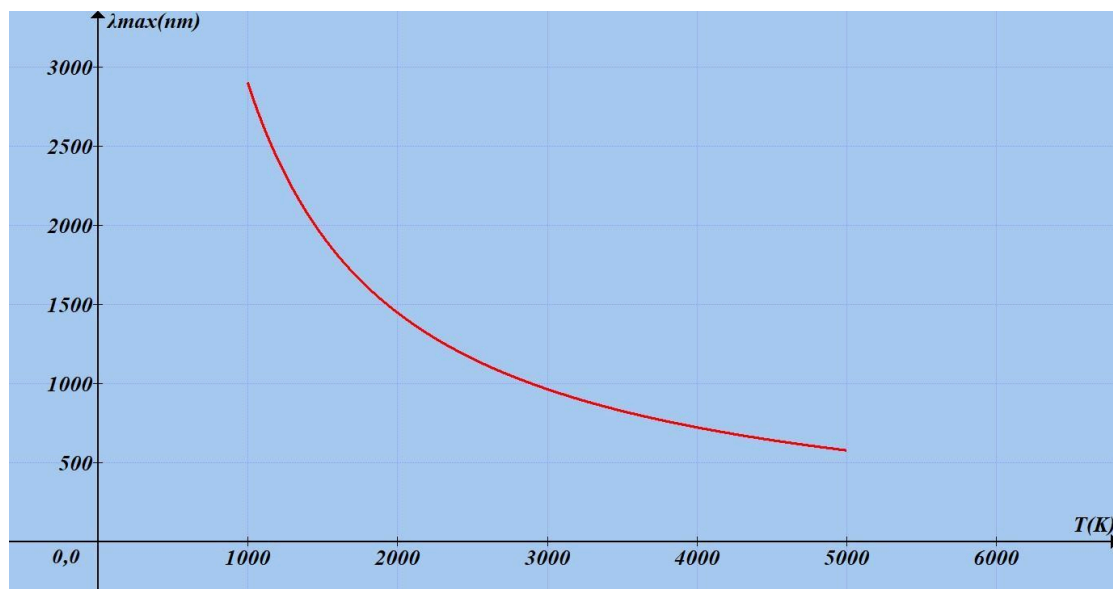
v) Η συνάρτηση είναι

$$\lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{T} \quad (\text{S.I.})$$

Πίνακας τιμών:

$T(K)$	$\lambda_{max}(nm)$	Περιοχή Η/Μ Φάσματος
1000	2900	Υπέρυθρο
2000	1450	Υπέρυθρο
3000	960	Υπέρυθρο
4000	725	Ερυθρό
5000	580	Κίτρινο

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση:



vi) Αν παρατηρήσουμε τη δοσμένη γραφική παράσταση, ένα ποσό της ακτινοβολούμενης ισχύος του μέλανος σώματος, βρίσκεται στην περιοχή του ερυθρού. Άρα θα φαίνεται **ερυθρή** η οπή. Ερυθρή θα φαίνεται και η επιφάνεια του κύβου, αλλά μην ξεχνάμε ότι εκπέμπει

περίπου το 26% της ακτινοβολίας της σπής. Επομένως μεγαλύτερη λαμπρότητα θα έχει το φως που εξέρχεται από την σπή.

vii) Η ενέργεια ενός φωτονίου είναι

$$E_{\varphi} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\max}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,45 \cdot 10^{-6}} = 1,37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Τα εξερχόμενα φωτόνια μεταφέρουν ενέργεια

$$E = N \cdot E_{\varphi} = 10^{20} \cdot 1,37 \cdot 10^{-19} = 13,7 \text{ J}$$

Η ισχύς που ακτινοβολείται από την σπή είναι

$$P_{\text{κοιλ}} = \frac{E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{E}{P_{\text{κοιλ}}} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{13,7}{1,8} \Leftrightarrow \Delta t \approx 7,6 \text{ s}$$

Σημείωση

Η εικόνα του ερωτήματος (v) είναι από [Φάσμα μελανού σώματος \(colorado.edu\)](http://colorado.edu)

Ανδρέας Ριζόπουλος