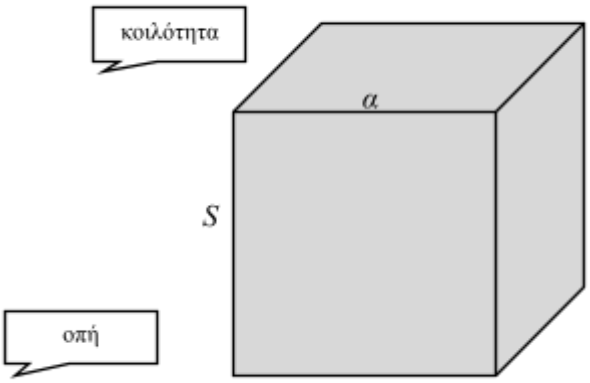
Ας προσεγγίσουμε ένα μέλαν σώμα

Ένας κοίλος κύβος βολφραμίου (W) έχει ακμή $\alpha = 1m$ και στο κέντρο μιας έδρας του έχουμε κάνει μια μικρή οπή εμβαδού $S = 2mm^2$. Η θερμοκρασία του κύβου διατηρείται σταθερή στους $T = 2000K$.



Δίνονται:
ο συντελεστής θερμικής εκπομπής του βολφραμίου (στους $2000K$) $e = 0,26$,
η σταθερά Stefan - Boltzmann
$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4$,
η σταθερά του νόμου Wien $2,9 \cdot 10^{-3} K \cdot m$,
η σταθερά του Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} Js$,
η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c = 3 \cdot 10^8 m/s$.

i) Να υπολογιστεί η αφετική ικανότητα (ένταση) της ακτινοβολίας που εκπέμπει η οπή και η επιφάνεια του κύβου. Δίνεται ότι η ένταση της ακτινοβολίας μέλανος σώματος θερμοκρασίας T, υπακούει στο νόμο Stefan-Boltzmann: $I_{black} = \sigma \cdot T^4$

ii) Να υπολογιστεί η ισχύς της ακτινοβολίας που εκπέμπει η οπή και ο κύβος.

iii) Η εκπεμπόμενη ακτινοβολία από την οπή

α) μπορεί να είναι ακτίνες Χ, αλλά όχι ραδιοκύματα.

β) μπορεί να είναι ραδιοκύματα αλλά όχι ακτίνες Χ.

γ) μπορεί να είναι και ακτίνες Χ και ραδιοκύματα.

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

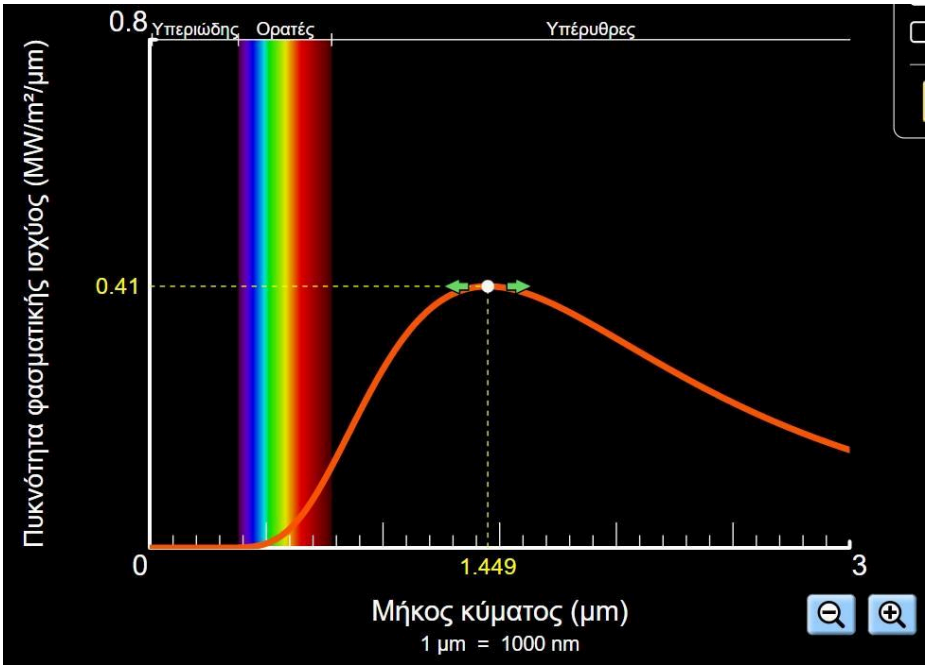
iv) Ποιο μήκος κύματος αιχμής λ_{max} της ακτινοβολίας, που εξέρχεται από την οπή και αντιστοιχεί στη μέγιστη φασματική αφετική ικανότητα; Σε ποια περιοχή του φάσματος των ακτινοβολιών ανήκει;

v) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών

T(K)	***λ_{max}(nm)***	**Περιοχή Η/Μ Φάσματος**
1000		
2000		
3000		
4000		
5000		

Στη συνέχεια να κάνετε τη γραφική παράσταση $\lambda_{max} \to T$ σε βαθμολογημένους άξονες.

vi) Σε ένα σκοτεινό εργαστήριο, παρατηρούμε τον κύβο και την οπή. Αν δίνεται η παρακάτω εικόνα για την κατανομή της φασματικής αφετικής ικανότητας μέλανος σώματος στους $2000K$, τι χρώμα βλέπουμε τον κύβο και την οπή; Ποιο από τα δύο είναι λαμπρότερο; Γιατί;



vii) Αν ο ρυθμός με τον οποίο ακτινοβολείται ενέργεια από την οπή είναι σταθερός, σε πόσο χρόνο θα εξέλθουν από την οπή 10^{20} φωτόνια με μήκος κύματος λ_{max};

Απάντηση

i) Η ακτινοβολία που εισέρχεται από την οπή στο εσωτερικό της κοιλότητας αλληλεπιδρά με τα τοιχώματα μέχρι να απορροφηθεί εντελώς. Μπορούμε λοιπόν να θεωρήσουμε ότι η κοιλότητα (οπή) είναι ιδανικό μέλαν σώμα, άρα η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει υπολογίζεται από το νόμο Stefan-Boltzmann

$$I_{κοιλ} = \sigma \cdot T^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (2 \cdot 10^3)^4 = 90,72 \cdot 10^4 \, W / m^2 = 90,72 W / cm^2$$

Για την επιφάνεια του κύβου

$$I_{επ} = e \cdot I_{κοιλ} = 0,26 \cdot 90,72 = 23,6 \, W / cm^2$$

ii) Η ένταση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας ορίζεται ως η ισχύς που εκπέμπεται από την μονάδα επιφάνειας του σώματος.

Για την κοιλότητα (οπή) είναι

$$I_{κοιλ} = \frac{P_{κοιλ}}{S_{κοιλ}} \Leftrightarrow P_{κοιλ} = S_{κοιλ} \cdot I_{κοιλ} = 2 \cdot 10^{-6} \, m^2 \cdot 90,72 \cdot 10^4 \, W / m^2 = 181,44 \cdot 10^{-2} W \approx 1,8W$$

Για την επιφάνεια του κύβου

$$I_{κυβ} = \frac{P_{κυβ}}{S_{κυβ}} \Leftrightarrow P_{κυβ} = S_{κυβ} \cdot I_{κυβ} \Leftrightarrow P_{κυβ} = 6 \cdot \alpha^2 \cdot I_{κυβ} \Leftrightarrow P_{κυβ} = 6 \cdot 1^2 \cdot 23,6 \cdot 10^4 \, W / m^2 = 141,6W$$

iii) Το μέλαν σώμα εκπέμπει ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος. Η φασματική αφετική

ικανότητα *I(λ,T)* είναι μηδέν μόνο όταν *λ = 0* και όταν $\lambda \to \infty$. Άρα εκπέμπει και ακτίνες Χ, αλλά και ραδιοκύματα. Βέβαια η αφετική ικανότητα σε αυτά τα μήκη κύματος είναι πολύ μικρή (αλλά όχι μηδενική).

Σωστή απάντηση → γ

iv) Σύμφωνα με το νόμο μετατόπισης του Wien

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{3}} \Leftrightarrow \lambda_{max} = 1,45 \cdot 10^{-6} \Leftrightarrow \lambda_{max} = 1450nm$$ ή $1,45\mu m$

Αυτό το μήκος κύματος αντιστοιχεί στο **υπέρυθρο**.

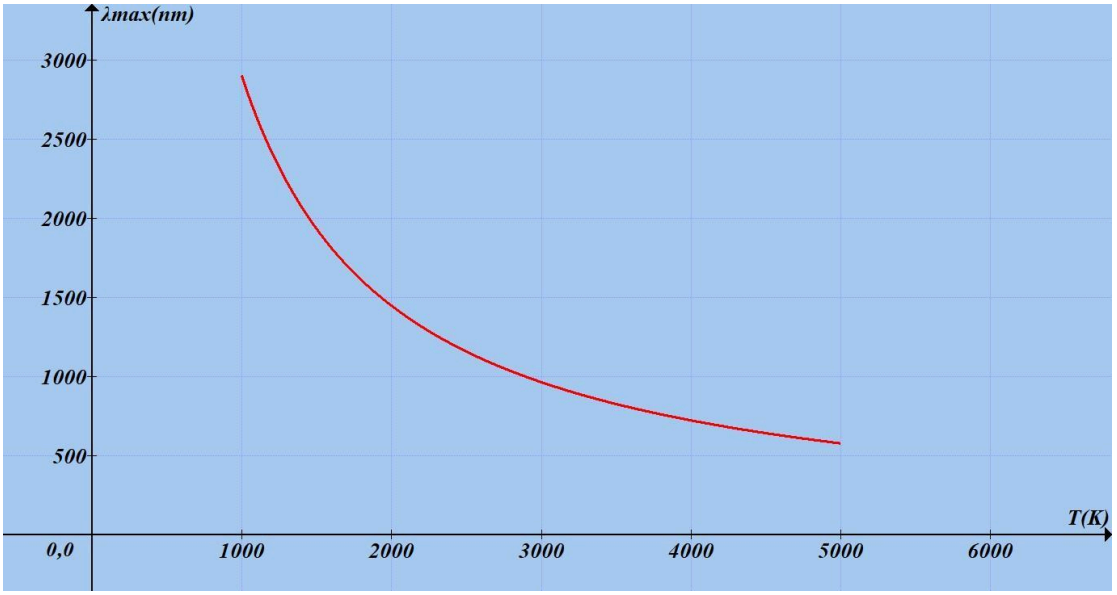
v) Η συνάρτηση είναι

$$\lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{T}$$ (S.I.)

Πίνακας τιμών:

T(K)	***λ_{max}(nm)***	***Περιοχή Η/Μ Φάσματος***
1000	2900	Υπέρυθρο
2000	1450	Υπέρυθρο
3000	960	Υπέρυθρο
4000	725	Ερυθρό
5000	580	Κίτρινο

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση:



vi) Αν παρατηρήσουμε τη δοσμένη γραφική παράσταση, ένα ποσό της ακτινοβολούμενης ισχύος του μέλανος σώματος, βρίσκεται στην περιοχή του ερυθρού. Άρα θα φαίνεται **ερυθρή** η οπή. Ερυθρή θα φαίνεται και η επιφάνεια του κύβου, αλλά μην ξεχνάμε ότι εκπέμπει

περίπου το 26% της ακτινοβολίας της οπής. Επομένως μεγαλύτερη λαμπρότητα θα έχει το φως που εξέρχεται από την οπή.

vii) Η ενέργεια ενός φωτονίου είναι

$$E_{\varphi} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda_{max}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{1,45 \cdot 10^{-6}} = 1,37 \cdot 10^{-19} J$$

Τα εξερχόμενα φωτόνια μεταφέρουν ενέργεια

$$E = N \cdot E_{\varphi} = 10^{20} \cdot 1,37 \cdot 10^{-19} = 13,7 J$$

Η ισχύς που ακτινοβολείται από την οπή είναι

$$P_{κοιλ} = \frac{E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{E}{P_{κοιλ}} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{13,7}{1,8} \Leftrightarrow \Delta t \approx 7,6 s$$

Σημείωση

Η εικόνα του ερωτήματος (v) είναι από Φάσμα μελανού σώματος (colorado.edu)

Ανδρέας Ριζόπουλος