

Câu 12. [1H1-7.2-2] (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ và đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 6x + 4y + 4 = 0$. Tìm tâm vị tự của hai đường tròn?

A. $I(0;1); J(3;4)$.

B. $I(-1;-2); J(3;2)$.

C. $I(1;2); J(-3;-2)$.

D. $I(1;0); J(4;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I_1; I_2$ lần lượt là tâm đường tròn $(C); (C')$. Ta có $I_1(1; 2); I_2(-3; -2)$

và bán kính $R_1 = 1; R_2 = 3$. Do đó hai đường tròn này khác tâm và khác bán kính, suy ra sẽ có một tâm vị tự trong và một tâm vị tự ngoài.

Gọi $I; J$ là hai tâm vị tự cần tìm, ta có tỉ số vị tự $k = \pm \frac{R_1}{R_2} = \pm \frac{1}{3}$.

Với đáp A: Ta có $I_1(1; 1); I_2(-3; -3) \Rightarrow I_1 = \frac{1}{3} I_2$.

$$J_1(-2; -2); J_2(-6; -6) \Rightarrow J_1 = \frac{1}{3} J_2.$$

Vậy đáp A thỏa mãn nên ta Chọn A.

Nhận xét: Câu 12 là câu không đáp ứng được yêu cầu của đề thi THPT vì theo khung chương trình của Bộ Giáo Dục thì giám tải nội dung tâm vị tự của hai đường tròn.

Câu 43. [1H1-7.2-2] (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào sau đây:

A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.

B. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi I' và R' tâm và bán kính của đường tròn (C') .

Ta có: $R' = |k|R = |-2|.2 = 4$.

Mặt khác: $OI' = -2OI \Leftrightarrow \begin{cases} x_{I'} = -2x_I = -2.1 = -2 \\ y_{I'} = -2y_I = -2.2 = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4)$.

Vậy, phương trình đường tròn (C') là $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

Câu 40: [1H1-7.2-2] (THPT Đồng Đậu-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ phép vị tự tâm O tỉ số, $k = -2$ biến đường tròn (C) thành đường tròn:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$

B. $(x-2)^2 + (y-40)^2 = 4$

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$

Lời giải

Chọn C

$$V_{(O, k=-2)} : (C) \rightarrow (C') \Rightarrow R' = 4$$

$$\begin{cases} x' = kx + (1-k)a = -2 \\ y' = ky + (1-k)b = -4 \end{cases} \Rightarrow I'(-2; -4)$$

$$\Rightarrow (C') : (x+2)^2 + (y+4)^2 = 16$$

Câu 13: [1H1-7.2-2] (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , AC , AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$.

B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$.

C. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2.

D. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GB'} \Rightarrow V_{(G, -2)}(B') = B$

Tương tự $V_{(G, -2)}(A') = A$ và $V_{(G, -2)}(C') = C$

Vậy phép vị tự tâm G , tỉ số -2 biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC .

Câu 20. [1H1-7.2-2] (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-3; 2)$, $B(1; 1)$, $C(2; -4)$. Gọi $A'(x_1; y_1)$, $B'(x_2; y_2)$, $C'(x_3; y_3)$

lần lượt là ảnh của A , B , C qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = \frac{-1}{3}$. Tính $S = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3$.

A. $S = 1$.

B. $S = -6$.

C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{14}{27}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $V_{(O, -\frac{1}{3})} : A(-3; 2) \mapsto A'\left(1; -\frac{2}{3}\right)$;

$V_{(O, -\frac{1}{3})} : B(1; 1) \mapsto B'\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$; $V_{(O, -\frac{1}{3})} : C(2; -4) \mapsto C'\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Khi đó $S = 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{14}{27}$.

Câu 27: [1H1-7.2-2] (TH TUỔI TRẺ SỐ 6-2018) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-3;2)$, $B(1;1)$, $C(2;-4)$. Gọi $A'(x_1; y_1)$, $B'(x_2; y_2)$, $C'(x_3; y_3)$ lần lượt là ảnh của A , B , C qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = \frac{-1}{3}$. Tính $S = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3$.

- A. $S = 1$. B. $S = -6$. C. $S = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{14}{27}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $V_{\left(O, -\frac{1}{3}\right)}: A(-3;2) \mapsto A'\left(1; -\frac{2}{3}\right)$;

$V_{\left(O, -\frac{1}{3}\right)}: B(1;1) \mapsto B'\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$; $V_{\left(O, -\frac{1}{3}\right)}: C(2;-4) \mapsto C'\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Khi đó $S = 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{14}{27}$.

Câu 21: [1H1-7.2-2] (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ-LẦN 5-2018) Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(2;-1)$. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \sin 3x$. Phép vị tự tâm $I(2;-1)$, tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến (C) thành (C') . Viết phương trình đường cong (C') .

A. $y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x+18)$.

B. $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x+18)$.

C. $y = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x-18)$.

D. $y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x-18)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\forall M \in (C): V_{(I, k)}(M) = N \in (C') \Leftrightarrow \overline{IN} = k \overline{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_I = k(x_M - x_I) \\ y_N - y_I = k(y_M - y_I) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N - 2 = -\frac{1}{2}(x_M - 2) \\ y_N + 1 = -\frac{1}{2}(y_M + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2x_N + 6 \\ y_M = -2y_N - 3 \end{cases} \Leftrightarrow M(-2x_N + 6; -2y_N - 3) \in (C)$$

Thay tọa độ M vào hàm số $y = \sin 3x$ ta có:

$$-2y_N - 3 = \sin[3(-2x_N + 6)]$$

$$\Leftrightarrow y_N = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(-6x_N + 18)$$

$$\Leftrightarrow y_N = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x_N - 18)$$

Vậy đường cong (C') có phương trình là $\Leftrightarrow y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x - 18)$.

Câu 13: [1H1-7.2-2] (THPT YÊN ĐỊNH THANH HÓA - LẦN 1-2018) Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , AC , AB của tam giác ABC . Khi đó phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $-\frac{1}{2}$.

B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $\frac{1}{2}$.

C. Phép vị tự tâm G , tỉ số 2.

D. Phép vị tự tâm G , tỉ số -2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GB} = -2\overrightarrow{GB'} \Rightarrow V_{(G,-2)}(B') = B$

Tương tự $V_{(G,-2)}(A') = A$ và $V_{(G,-2)}(C') = C$

Vậy phép vị tự tâm G , tỉ số -2 biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC .

Câu 30. [1H1-7.2-2] (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam - 2018) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) : $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Gọi (C') là ảnh của đường tròn (C) qua việc thực hiện liên

tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; -3)$. Tính bán kính R' của đường tròn (C') .

A. $R' = 9$.

B. $R' = 3$.

C. $R' = 27$.

D. $R' = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có bán kính $R = 3$.

Qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$, đường tròn (C) biến thành đường tròn (C_1) có bán kính là $R_1 = |k| \cdot R = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$.

Qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (1; -3)$, đường tròn (C_1) biến thành đường tròn (C') có bán kính $R' = R_1 = 1$.

Vậy R' của đường tròn (C') là $R' = 1$.

Câu 4: [1H1-7.2-2] (THPT Kinh Môn 2 - Hải Dương - 2018) Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Phép vị tự tâm O (với O là gốc tọa độ) tỉ số $k = 2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$.

B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=2$.

Gọi đường tròn (C') có tâm I' , bán kính R' là đường tròn ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự $V_{(O;2)}$.

$$\text{Khi đó } V_{(O;2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2 \\ y' = 2 \end{cases} \Rightarrow I'(2;2).$$

Và $R' = 2R = 4$.

Vậy phương trình đường tròn (C') : $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 16$.