

Загальні теореми динаміки

План

1. Імпульс сили, кількість руху матеріальної точки. Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки
2. Кінетична енергія матеріальної точки. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки

1. Імпульс сили, кількість руху матеріальної точки. Теорема про зміну кількості руху матеріальної точки

Загальні теореми динаміки матеріальної точки встановлюють залежність між зміною динамічних мір руху матеріальної точки і мірами дії сил, прикладених до цієї точки.

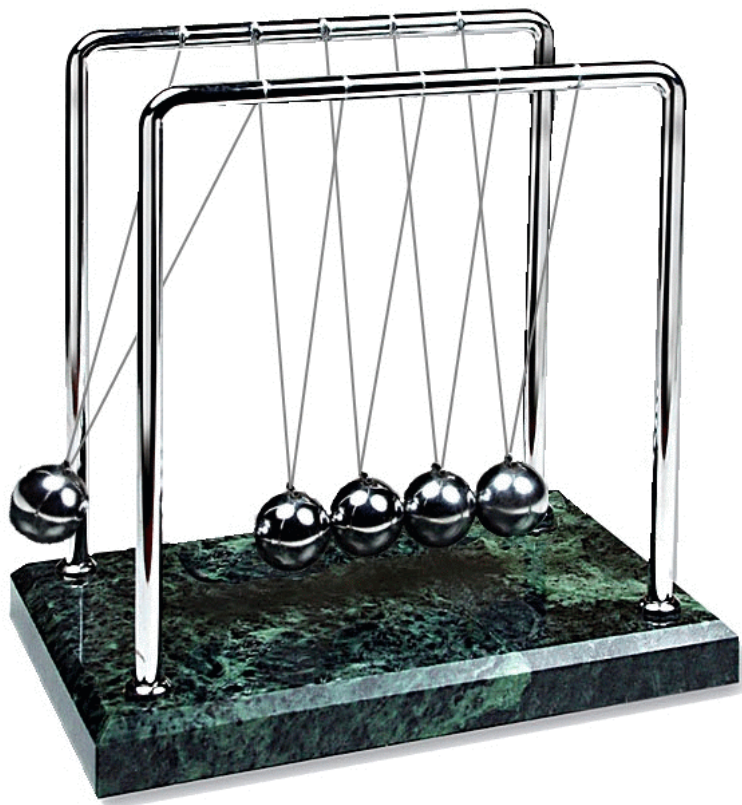
Кількість руху $m \cdot v$ матеріальної точки – це вектор, який дорівнює добутку маси точки на її швидкість і має напрям швидкості.

Кількість руху – це динамічна міра руху матеріальної точки.

Одиниця кількості руху $[m \cdot v] = [m] \cdot [v] = \text{кг} \cdot \text{м/с}$.

Імпульсом сталої сили $F \cdot t$ називають вектор, який дорівнює добутку сили на час її дії. Імпульс сили – це міра її дії у часі.

Одиниця імпульсу сили $[F \cdot t] = [F] \cdot [t] = [m] \cdot [a] \cdot [t] = (\text{кг} \cdot \text{м/с}^2) \cdot \text{с} = \text{кг} \cdot \text{м/с}$ (рис.1).



Алексо

Рис.1. Колиска Ньютона — це пристрій, що демонструє закон збереження імпульсу та енергії

Кількість руху і імпульс сили мають однакові одиниці. Зв'язок між ними встановлює **теорема про зміну кількості руху**, яка формулюється так: *зміна кількості руху матеріальної точки за якийсь проміжок часу дорівнює імпульсу прикладеної до неї сили за той самий проміжок часу.*

Доведемо цю теорему для випадку прямолінійного руху матеріальної точки під дією сталої сили F . Оскільки такий рух буде рівнозмінним, то його швидкість визначається формулою:

$$V = V_0 + a \cdot t$$

Перенесемо V_0 у ліву частину і помножимо обидві частини рівності на масу m матеріальної точки:

$$m \cdot V - m \cdot V_0 = m \cdot a \cdot t = F \cdot t$$

У лівій частині рівності маємо зміну кількості руху за час t , а в правій — імпульс сили за той самий проміжок часу, що й треба було довести. Якщо рух сповільнений ($V < V_0$), то вектор сили спрямований протилежно до вектора швидкості, тому в останню формулу силу треба підставляти з від'ємним знаком.

Для випадку криволінійного руху матеріальної точки під дією змінної за модулем і напрямом сили час t можна розбити на нескінченно малі проміжки, в межах яких вектор сили можна вважати сталим, а шлях – прямолінійним. Тоді імпульс сили за скінченний проміжок часу t дорівнюватиме сумі елементарних імпульсів. При цьому математичний вираз теореми про зміну кількості руху матиме вигляд:

$$m \cdot V - m \cdot V_0 = \int_0^t F \cdot dt$$

Якщо до матеріальної точки прикладено кілька сталих сил, то зміна кількості руху дорівнюватиме сумі (алгебраїчній, коли сили діють по одній прямій, або векторній, коли сили діють під кутом одна до одної) імпульсів даних сил:

$$m \cdot V - m \cdot V_0 = \sum (Ft)$$

2. Кінетична енергія матеріальної точки. Теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки

Механічною енергією називають енергію переміщення і взаємодії тіл. Механічну енергію поділяють на кінетичну і потенціальну.

Кінетичною енергією, або енергією руху, називають енергію, яку має будь-яка матеріальна точка під час руху. Кінетична енергія – це динамічна міра руху матеріальної точки.

Кінетична енергія матеріальної точки дорівнює половині добутку маси точки на квадрат її швидкості:

$$E_k = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

Кінетична енергія – величина скалярна і завжди додатна. Одиниці кінетичної енергії: Дж.

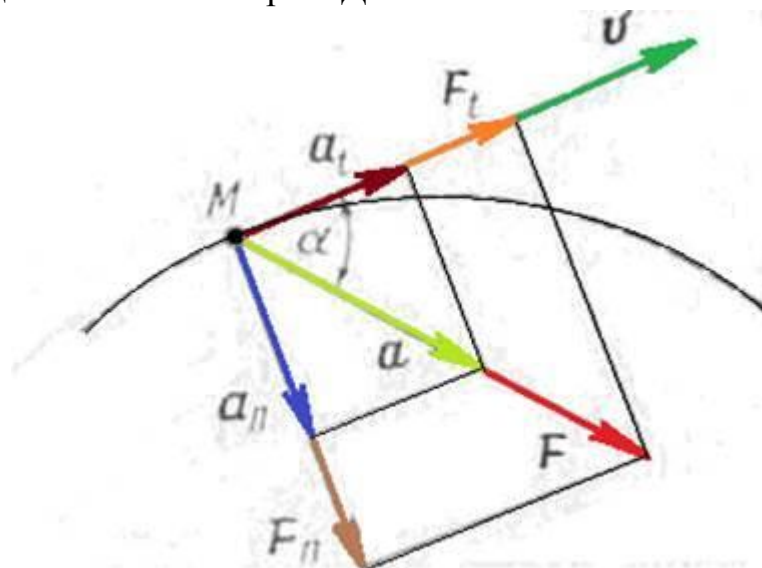


Рис. 1

Кінетична енергія має розмірність роботи. Зв'язок між кінетичною енергією і роботою встановлює *теорема про зміну кінетичної енергії*, яка формулюється так: *зміна кінетичної енергії матеріальної точки на якомусь відрізку шляху дорівнює роботі сили, прикладеної до точки на тому самому відрізку шляху.*

Доведемо цю теорему для випадку криволінійного руху матеріальної точки під дією змінної сили. Запишемо для цієї точки основне рівняння динаміки:

$$m \cdot a = F,$$

де: F – сила, яка діє на точку;

a – повне прискорення точки;

m – маса точки.

Спроекуємо цю векторну рівність на напрям швидкості V точки:

$$m \cdot a \cdot \cos \lambda = F \cdot \cos \lambda;$$

як відомо з кінематики

$$a \cdot \cos \lambda = a_t = \frac{dV}{dt}.$$

Помножимо обидві частини рівності на нескінченно мале переміщення ds , дістанемо:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} \cdot ds = m \cdot dV \cdot \frac{ds}{dt} = m \cdot V \cdot dV; \quad m \cdot V \cdot dV = F \cdot \cos \lambda \cdot ds.$$

Проінтегруємо обидві частини цієї рівності

$$m \int_{V_0}^V V \cdot dV = \int_0^s F \cdot \cos \lambda \cdot ds,$$

тоді

$$\frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2} = A.$$

Якщо до матеріальної точки прикладено кілька сил, то зміна кінетичної енергії дорівнюватиме алгебраїчній сумі робіт цих сил:

$$\frac{m \cdot V^2}{2} - \frac{m \cdot V_0^2}{2} = \sum A_{F_i}$$