Exercice 3 :

Par absurde, supposons qu'il existe un graphe G= (V, E) simple et non orienté d'ordre n où les degrés de ses sommets sont tous différents.

Vu que le plus grand degré que peut avoir un sommet dans G est n -1 (un sommet adjacent à tous les autres sommets de G), les degrés de G sont : n-1, n-2, …,1,0. Dans cette suite de degrés on a n degrés différents.

Soit vi le sommet de degré 0 : donc vi est un sommet isolé … (1).

Soit vj le sommet de G de degré n-1 différent de vi : vj est adjacent à tous les autres sommets ... (2).

Donc de (2) vj est adjacent à vi aussi cependant vi est un sommet isolé d'après (1), contradiction.

Exercice 5 :

Soient G un graphe connexe, simple et non orienté et P et P' deux plus longues chaines de G ayant la même longueur.

P :



P' :



Par absurde, supposons que ces deux chaines ne s'intersectent pas et soit P'' une chaine reliant vi et vj (l'existence de cette chaine est assurée par le fait que G est connexe).

Supposons que la sous chaine P1 de P reliant a à vi est plus longue que la sous chaine de P reliant vi à b.

Supposons que la sous chaine P1' de P' reliant c à vj est plus longue que la sous chaine de P' reliant vj à d.

Alors P1UP1'UP'' est plus longue que P, contradiction avec P la plus longue.

Exercice 12 :

Soit G un graphe où les sommets représentes les personnes invitées et deux sommets sont adjacents si et seulement si ces deux personnes ne s'apprécient pas.

Une table ne doit pas contenir des personnes qui ne s'apprécient pas, dans ce cas chaque table va contenir des sommets deux à deux non adjacents. Donc une table est un stable. Ce problème se modélise par une partition en stables.