Liceo Estela Ávila Molina de Perry
Dpto. de Matemática

<u>Guía matemática</u> *septiembre*

<u>CONBINATORIA, PERMUTACION y VARIACION</u>

Nombre:	**Fecha:**	**curso:**
Puntaje total: 39 pts.	**Puntaje nota min.60%: 23 pts.**	**Puntaje obtenido:**

Nivel: 2° medios
Profesora: Katerine Rivera Carvajal
Contacto: +56971769638, katerine.rivera.ca@eduovalle.cl
Periodo de trabajo: septiembre
Fecha de entrega: 20 de septiembre

OA 11: Utilizar permutaciones, variación y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas

Indicadores de logro:
- Aplican el término "n!" en la resolución de problemas azarosos.
- Combinan las permutaciones con el sorteo al azar
- Resuelven problemas de juegos de azar y de la vida cotidiana, aplicando combinatoria, permutaciones y variaciones

¿Dónde estamos?

I. Analiza la información de la siguiente situación. Luego, responde las preguntas.

Un estudiante, que debe llevar algunos materiales para la clase de Arte, tiene que decidir entre tres colores de pinturas acrílicas y otros dos colores de acuarelas.

1) ¿Cuántas opciones tiene si debe escoger un solo color?

2) ¿De cuántas formas posibles se pueden seleccionar dos colores, uno de cada tipo?

3) ¿Qué diferencia hay entre las preguntas planteadas en a y b?

Introducción

Un concepto nuevo utilizado en la unidad de probabilidades es $n!$ que se lee *"ene factorial"*

El factorial de un entero positivo n, el factorial de n o n factorial **se define** en principio como el producto de todos los números enteros positivos desde 1 hasta n.

¿Cómo funciona?... ¡Es muy fácil!

Por ejemplo

$4! = 4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1 = 24 \quad \rightarrow \quad 4! = 24$

$3! = 3{\cdot}2{\cdot}1 = 6 \quad \rightarrow \quad 3! = 6$

$6! = 6{\cdot}5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1 = 720 \quad \rightarrow \quad 6! = 720$

I) Resuelve los siguientes ejercicios

1) $5! =$
2) $6! - 4! =$
3) $5! - 3! =$
4) $\frac{5!}{3!} =$

5) $\frac{6!}{5!} =$

Contenido

Permutación, variación y combinatoria:

- **Permutación:** Una permutación de un conjunto de elementos es utilizar todos los elementos del conjunto y lo podemos ordenar de distintas formas. **Si importa el orden**
  Veremos solo dos tipos de permutaciones (la otra la abordaremos en clases)

✔ **Permutación simple** (sin repetición) $P_n = n!$

Ejemplo: ¿De cuantas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?

Resolución: resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

De forma intuitiva:

Butaca 1	Butaca 2	Butaca 3	Butaca 4	Butaca 5	Butaca 6	Butaca 7	Butaca 8
Persona 1	Persona 2	Persona 3	Persona 4	Persona 5	Persona 6	Persona 7	Persona 8

Butaca 1	Butaca 2	Butaca 3	Butaca 4	Butaca 5	Butaca 6	Butaca 7	Butaca 8
Persona 2	Persona 1	Persona 4	Persona 5	Persona 3	Persona 6	Persona 7	Persona 8

Butaca 1	Butaca 2	Butaca 3	Butaca 4	Butaca 5	Butaca 6	Butaca 7	Butaca 8
Persona 5	Persona 6	Persona 7	Persona 1	Persona 3	Persona 2	Persona 4	Persona 8

.

.

.

Etc.

De forma matemática:

✔ Entran todos los elementos
✔ Si importa el orden, no es lo mismo estar sentado en la butaca 1 que en la butaca 2
✔ No se repiten los elementos, no se repite una misma persona (todas las personas son únicas)

Son 8 elementos por lo tanto $P_n = n!$,

Remplazando $P_8 = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40.320$ **permutaciones**

Respuesta: 8 personas se sentar de 40.320 formas distintas

✔ **Permutación con repetición** $P_r^n = \frac{n!}{a! \cdot b! ... k!}$

Ejemplo: ¿Cuántas palabras se pueden formar con las letras de la palabra matemática?

Resolución: resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

De forma intuitiva: temamatica, camatemati, ticamatema, … etc.

De forma matemática:

✔ Entran todos los elementos

- ✔ Si importa el orden, porque son palabras distintas
- ✔ se repiten los elementos por ejemplo hay más de una letra "a"

Son 10 elementos (letras) y tres letras que se repiten, "a" se repite 3 veces, "m" se repite 2 veces y "t" se repite 2 veces, por lo tanto $P_k^n = \frac{n!}{a!\cdot b!...k!}$, remplazando $P_3^{10} = \frac{10!}{3!\cdot 2!\cdot 2!} = 151.200$ **permutaciones**

Respuesta: se pueden formar 151.200 palabras

❖ **Variación:** una variación nos permite encontrar la cantidad de grupos diferentes con r elementos de n en total, en este caso **sí importa el orden** y a diferencia de la permutación acá **NO** ocupamos todos los elementos

✔ **Variación simple (sin repetición):** $V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

Ejemplo: Eduardo, Carlos y Sergio se han presentado a un concurso de pintura. El concurso otorga \$100.000 al primer lugar y \$50.000 al segundo. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios de primer y segundo lugar?

Resolución: resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

De forma intuitiva:

1° situación: 1° lugar, Eduardo 2° lugar, Carlos	2° situación: 1° lugar, Eduardo 2° lugar, Sergio	3° situación: 1° lugar, Sergio 2° lugar, Carlos
4° situación: 1° lugar, Sergio 2° lugar, Eduardo	5° situación: 1° lugar, Carlos 2° lugar, Sergio	6° situación: 1° lugar, Carlos 2° lugar, Eduardo

Nos aparecen 6 situaciones, analicemos la forma matemática

De forma matemática:
- ✔ No entran todos los elementos
- ✔ Si importa el orden, no es lo mismo 1° Eduardo - 2° Carlos **que** 1°Carlos - 2° Eduardo
- ✔ No se repiten los elementos (dos no pueden sacar un mismo lugar)

$V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$; $n = 3$ Número total de elementos ; $r = 2$ los elementos están tomados de dos en dos

Reemplazando $V_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = \frac{3\cdot 2\cdot 1}{1!} = \frac{6}{1} = 6$ **variaciones**

Respuesta: Los premios se pueden repartir de 6 formas distintas

✔ **Variación con repetición:** $V_k^n = n^k$

Ejemplo: ¿cuantos números de 3 dígitos se pueden formar con los primeros 6 números naturales?

Resolución: resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

De forma intuitiva: 123, 465, 651, 333… etc.

De forma matemática:

- ✔ No entran todos los elementos (solo me piden números de 3 dígitos)
- ✔ Si importa el orden, no es lo mismo 123 **que** 321
- ✔ Se repiten los elementos por ejemplo el número 222 (todos sus dígitos son iguales, se repite el 2)

$V_k^n = n^k$; $n = 6$ Número total de elementos ; $k = 3$ los elementos que se toman

Reemplazando $V_3^6 = 6^3$ $V_3^6 = 6^3 = 216$ **variaciones**

Respuesta: Se pueden formar 216 números

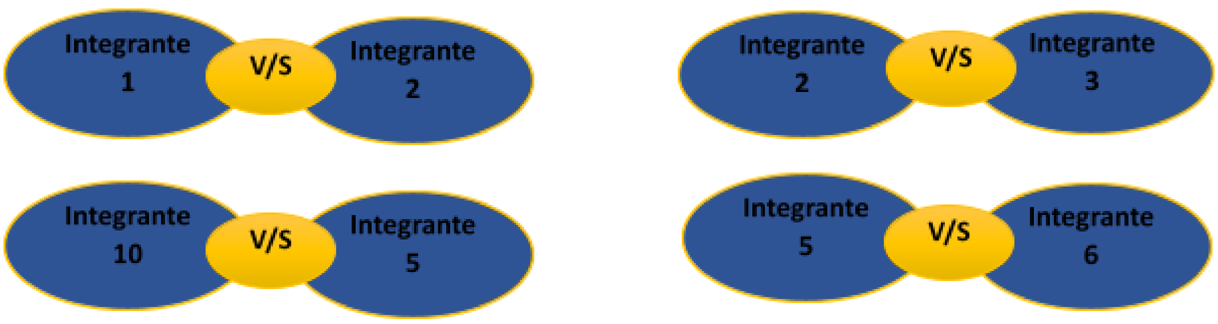
❖ **Combinatoria:** Se llama combinación de n elementos escogidos de entre m a la cantidad de posibilidades que hay de escoger n elementos de un total de m, ***sin que importe el orden*** en que son escogidos. La cantidad de combinaciones se escribe como C_k^n,

✔ Combinaciones simples (sin repetición): $C_k^n = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$

Ejemplo: Se va a programar un torneo de ajedrez para los 10 integrantes de un club. ¿Cuántos partidos se deben programar si cada integrante jugará con cada uno de los demás sin partidos de revancha?

Resolución: Resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

De forma intuitiva:



.

.

.

Etc.

De forma matemática:

- ✔ No entran todos los elementos, (los torneos de ajedrez se juegan de a dos participantes a la vez)
- ✔ No importa el orden, es lo mismo participante1 v/s participante 2 **que** participante 2 v/s participante 1
- ✔ No se repiten los elementos (en un torneo de ajedrez los jugadores no juegan consigo mismo)

$n = 10$ Número de elementos; $k = 2$ los elementos están tomados de dos en dos

Remplazando $C_2^{10} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!} = \frac{10!}{2!\cdot(10-2)!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2!\bullet8!} = \frac{3.628.800}{2\bullet1\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = \frac{3.628.800}{80.640} = 45$ combinaciones

Respuesta: se deben programar 45 partidos de ajedrez

✔ **Combinaciones con repetición**: $C^n_k = \frac{(n+k-1)!}{k!\cdot(n-1)!}$

Ejemplo: Una heladería vende 4 tipos de sabores (chocolate, frutilla, vainilla, lúcuma) ¿de cuantas maneras puedes formar un cono en el cual debes escoger 3 sabores?

Resolución: Resolveremos la situación de forma intuitiva y matemática

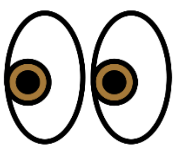
De forma intuitiva:
Helado 1: chocolate, frutilla, lúcuma
Helado 2: vainilla, frutilla, lúcuma
Helado 3: chocolate, chocolate, chocolate
Helado 4, 5,… etc.

De forma matemática:
- ✔ No entran todos los elementos,
- ✔ No importa el orden, es lo mismo chocolate - vainilla - frutilla **que** frutilla - vainilla - chocolate
  Se repiten los elementos (el enunciado no dice que los sabores deben ser distintos)

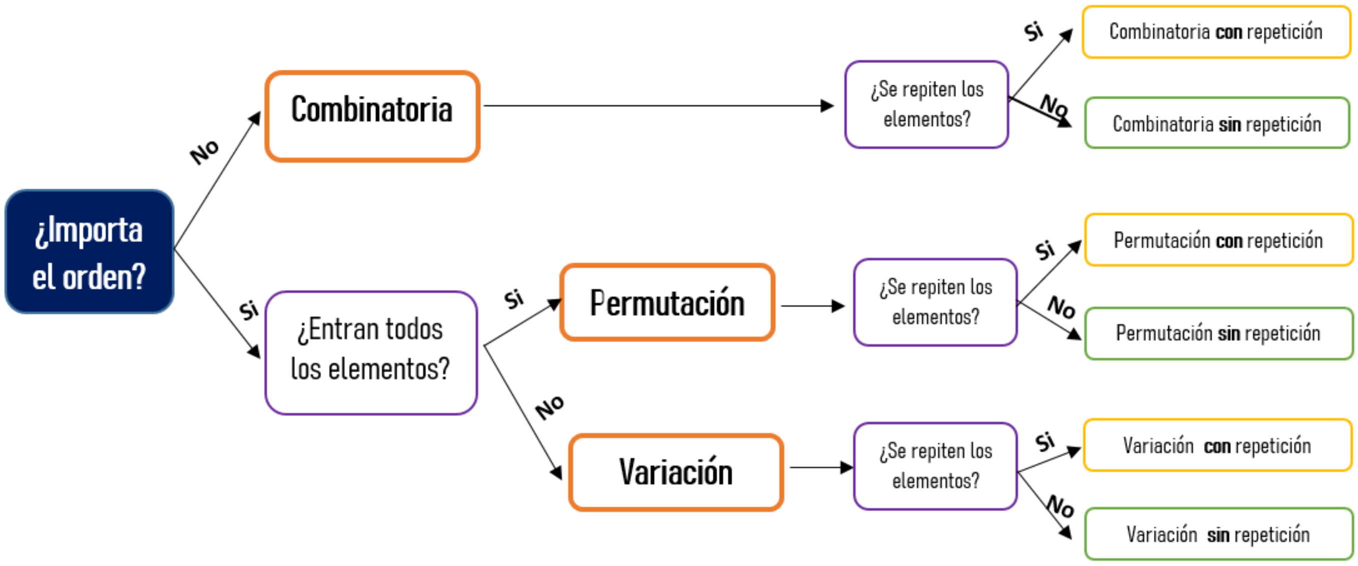
$n = 4$ Número de elementos; $r = 3$ los elementos están tomados de dos en dos

Remplazando $C^n_k = \frac{(n+k-1)!}{k!\cdot(n-1)!} = \frac{(4+3-1)!}{3!\cdot(4-1)!} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$ combinaciones

Respuesta: Los helados se pueden escoger de 20 formas posibles



Para determinar que formula ocuparas, guíate por el siguiente mapa mental



Tercera parte (ejercicios)

Al resolver los ejercicios debes el DESARROLLO de todos los ejercicios, de forma contraria no se asignara puntaje

1) Amelia, Pedro, katerine, Sandra, Martina y Andrea correrán los 100 metros planos ¿de cuantas formas puede quedar el podio del primer, segundo y tercer lugar?

2) ¿Cuántos números de tres cifras (todas distintas) se pueden formar con los números 1, 2, 3, 4, 5?

3) El capitán de un barco solicita tres marineros para la limpieza, sin embargo, se presentan diez ¿de cuantas formas podrá seleccionar a los tres marineros?

4) Seis estudiantes se presentan de candidatos para el centro de estudiantes del liceo estela Ávila molina. Si se debe escoger a cuatro de ellos para ocupar los cargos de presidente, vicepresidente, secretario y tesorero, ¿cuántas son las distintas directivas que se podrían armar?

5) Con las cifras 4, 4, 2, 3, 3, 6, 6, 4, 4; ¿Cuántos números de siete cifras se pueden formar?

6) Martin tiene una colección de 35 revistas de cómics, de las cuales ha decidido regalarle 5 a Pilar, las que ella escoja. ¿De cuántas maneras puede elegir las revistas Pilar?

7) Lanzamos una moneda seis veces consecutivas y anotamos el resultado (cara o sello) en el orden en el que aparecen. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

8) En una panadería hay 8 tipos distintos de panes. ¿De cuántas formas se pueden elegir 2 panes?

9) A partir de un grupo de 20 jugadores disponibles, se quiere formar un equipo de basquetball de 6 jugadores. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

10) Un club de vóley tiene 12 jugadoras; una de ellas es la capitana Daniela. ¿Cuántos equipos diferentes de cinco jugadoras se pueden formar, sabiendo que en todos ellos estará la capitana Daniela?

11) Si una prueba de matemática tiene 20 preguntas y cada pregunta tiene cuatro alternativas (opciones de respuesta), ¿cuántas formas distintas posibles existen de resolver la prueba?

Autoevaluación: marque con una equis si cumple o no con el indicador

Indicadores	Si	No
Estudié con detalle los ejemplos presentados en la guía		
Comprendí el concepto de factorial		
Puse en práctica el concepto de factorial		
Describí los ejercicios presentados en forma intuitiva		
Describí los ejercicios presentados en forma matemática		
Diferencio cuando un problema requiere usar la fórmula de combinatoria, permutación y variación		
Realicé consultas a la profesora cuando tuve dudas		

¿Qué parte o que ejercicios fue o fueron el que le causo mayor dificultad? Explique.

……
……
……
……