ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Ερωτήσεις 1^{ου} Θέματος

Α. *Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής*

1. *Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι*

α. 1 kg · $\frac{m^2}{s}$. **β.** 1 kg · $\frac{m}{s^2}$. **γ.** 1 kg · m^2. **δ.** 1 kg · $\frac{m}{s}$.

Εσπερ. 2003

2. *Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει*

α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.

β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.

γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.

δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

Ομογ. 2003

3. *Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα*

α. είναι ίση με το μηδέν. **β.** είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

γ. αυξάνεται με το χρόνο. **δ.** μειώνεται με το χρόνο.

Επαν. Εσπερ. 2004

4. *Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του σώματος υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική του ενέργεια θα*

α. υποτετραπλασιαστεί. **β.** υποδιπλασιαστεί.

γ. τετραπλασιαστεί. **δ.** παραμείνει αμετάβλητη.

Ομογ. 2004

5. *Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα ω_2 θα είναι*

α. $\omega_2 = \omega_1$. **β.** $\omega_2 > \omega_1$. **γ.** $\omega_2 < \omega_1$. **δ.** $\omega_2 = 0$.

Εσπερ. 2005

6. *Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν υ_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο*

α. υ_{cm}. **β.** $2\upsilon_{cm}$. **γ.** 0. **δ.** $\sqrt{2}\ \upsilon_{cm}$.

Επαν. Ημερ. 2005

7. *Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι*

α. 1 $kg\dfrac{m}{s}$. **β.** 1 $kg\dfrac{m^2}{s^2}$. **γ.** 1 $kg\dfrac{m}{s^2}$. **δ.** 1 *J.s.*

Ομογ. 2005

8. *Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο*

α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.

β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.

γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.

δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

Ομογ. 2005

9. *Μία σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).*

α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.

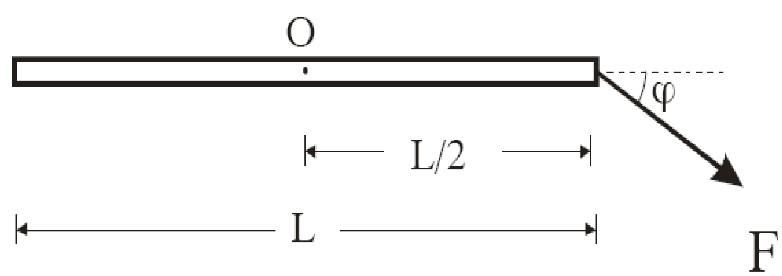
β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.

γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.

δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

Επαν. Ημερ. 2006

10. *Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή.*

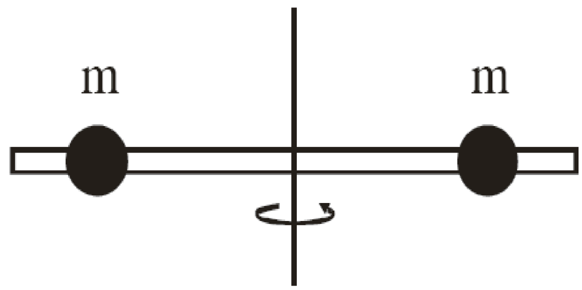


Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο Ο έχει μέτρο

α. 0. **β.** $F.\dfrac{L}{2}$. **γ.** $F.\dfrac{L}{2}συνφ.$ **δ.** $F.\dfrac{L}{2}ημφ.$

Ομογ. 2007

11. *Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.*



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος

α. τετραπλασιάζεται. **β.** διπλασιάζεται. **γ.** υποδιπλασιάζεται. **δ.** υποτετραπλασιάζεται.

Επαν. Ημερ. 2007

12. *Στη στροφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι*

α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.

β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.

γ. πάντα θετικό.

δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

Επαν. Ημερ. 2008

13. *Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, με γωνιακή ταχύτητα ω. Αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα, τότε η κινητική του ενέργεια*

α. μένει η ίδια. **β.** διπλασιάζεται. **γ.** τετραπλασιάζεται. **δ.** οκταπλασιάζεται.

Εσπερ. 2009

14. *Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί*

α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.

δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

Ομογ. 2009

15. *Το μέτρο της στροφορμής L ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω και ροπή αδράνειας I, ως προς τον ίδιο άξονα περιστροφής, είναι*

α. $I^2.\omega$. **β.** $I.\omega$. **γ.** $I.\omega^2$. **δ.** $\sqrt{I.\omega}$.

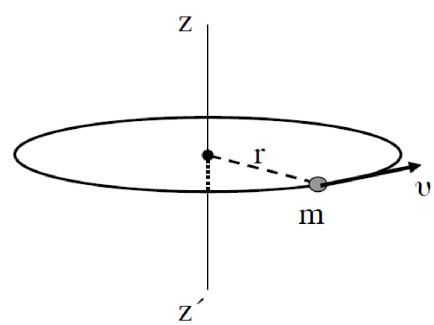
Εσπερ. 2010

16. *Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής*

α. είναι διανυσματικό μέγεθος.
β. έχει μονάδα μέτρησης το 1N·m, στο S.I.
γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.
δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

Επαν. Ημερ. 2010

17. *Υλικό σημείο μάζας m και ταχύτητας υ κινείται σε περιφέρεια οριζόντιου κύκλου ακτίνας r, όπως στο σχήμα.*



Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα zz΄, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της

α. είναι μονόμετρο μέγεθος.
β. έχει μέτρο *mυr*.
γ. είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα zz΄.
δ. έχει μονάδα το Kg·m .

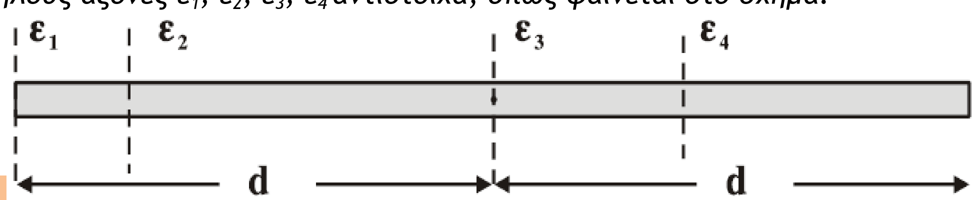
Επαν. Εσπερ. 2010

18. *Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του*

α. ταχύτητα αυξάνεται. **β.** ταχύτητα μένει σταθερή.
γ. επιτάχυνση αυξάνεται. **δ.** επιτάχυνση μειώνεται.

Ομογ. 2010

19. *Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες ε_1, ε_2, ε_3, ε_4 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.*

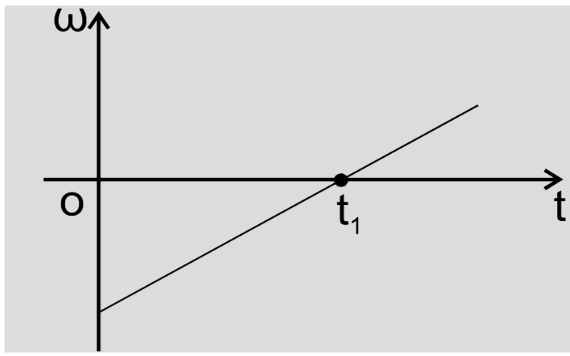


Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

α. I_1. **β.** I_2. **γ.** I_3. **δ.** I_4.

Επαν. Ημερ. 2011

20. *Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα.*



Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα

α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1. **β.** είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν. **δ.** αυξάνεται με το χρόνο.

Επαν. Ημερ. 2012

21. *Αν έλιωναν οι πολικοί πάγοι και ανέβαινε λίγο η στάθμη της θάλασσας, τότε*

α. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα αυξηθεί, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.

β. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα αυξηθεί.

γ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα παραμείνει σταθερή, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα μειωθεί.

δ. η στροφορμή της Γης ως προς τον άξονα περιστροφής της θα μειωθεί, ενώ η ροπή αδράνειάς της ως προς τον ίδιο άξονα θα παραμείνει σταθερή.

Ομογ. 2012

22. *Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων* $\sum \vec{F}$ *που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:*

α. $\sum \vec{F} = 0$, $\Sigma\tau = 0$.

β. $\sum \vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau \neq 0$.

γ. $\sum \vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau = 0$.

δ. $\sum \vec{F} = 0$, $\Sigma\tau \neq 0$.

Ημερ. 2014

23. *Ένα μηχανικό στερεό περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα περιστροφής. Αν διπλασιαστεί η στροφορμή του στερεού, χωρίς να αλλάξει θέση ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο στρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια*

α. παραμένει σταθερή.

β. υποδιπλασιάζεται.

γ. διπλασιάζεται.

δ. τετραπλασιάζεται.

Επαν. Ημερ. 2014

24. *Κατά τη στροφική κίνηση ενός στερεού γύρω από σταθερό άξονα*

α. η διεύθυνση του διανύσματος της στροφορμής του στερεού μεταβάλλεται.

β. όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.

γ. κάθε σημείο του στερεού έχει γωνιακή ταχύτητα ανάλογη με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.

δ. κάθε σημείο του στερεού έχει μέτρο γραμμικής ταχύτητας ανάλογο με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.

Ομογ. 2014

25. *Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Εάν διπλασιαστεί η στροφορμή του, χωρίς να αλλάξει ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο αυτό περιστρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια*

α. παραμένει σταθερή.

β. υποδιπλασιάζεται.

γ. διπλασιάζεται.

δ. τετραπλασιάζεται.

Ημερ. 2015

26. *Η γωνιακή επιτάχυνση ενός ομογενούς δίσκου που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, είναι ανάλογη*

α. με τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής.

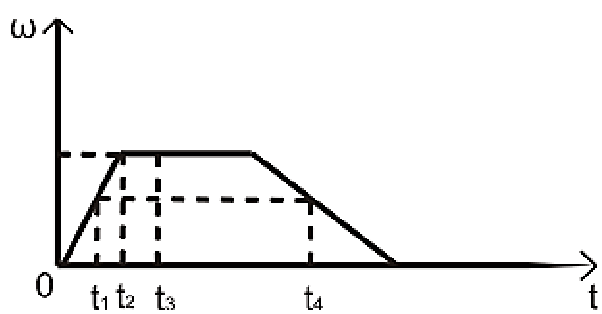
β. με τη μάζα του δίσκου.

γ. με την ακτίνα του δίσκου.

δ. με τη ροπή που ασκείται στο δίσκο.

Ομογ. 2015

27. *Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος.*



Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2.

β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4.

γ. Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.

δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4.

Ημερ. 2016

28. *Χορεύτρια περιστρέφεται χωρίς τριβές έχοντας τα χέρια της απλωμένα. Όταν η χορεύτρια κατά τη διάρκεια της περιστροφής συμπτύσσει τα χέρια της, τότε*

α. η ροπή αδράνειάς της ως προς τον άξονα περιστροφής αυξάνεται

β. η στροφορμή της ως προς τον άξονα περιστροφής της ελαττώνεται.

γ. η συχνότητα περιστροφής αυξάνεται.

δ. η περίοδος παραμένει σταθερή.

Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

29. *Μια αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας τα χέρια της σε σύμπτυξη. Όταν η αθλήτρια, κατά την περιστροφή της, απλώσει τα χέρια της σε οριζόντια θέση, τότε*

α . η στροφορμή της μειώνεται.

β . η στροφορμή της αυξάνεται.

γ . η συχνότητα περιστροφής της αυξάνεται.

δ . η συχνότητα περιστροφής τ ης μειώνεται .

Επαν. Ημερ. 2016

30. *Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκείται σταθερή ροπή, οπότε αρχίζει να κινείται. Τότε*

α. το στερεό σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση.

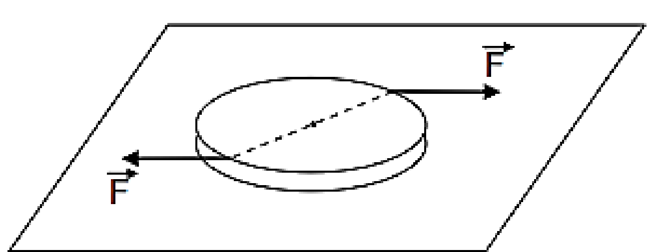
β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του σώματος αυξάνεται συνεχώς.

γ. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του σώματος είναι σταθερό.

δ. η στροφορμή του σώματος είναι σταθερή.

Ομογ. 2016

31. *Ο ομογενής δίσκος του σχήματος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο.*
Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η κίνηση του δίσκου είναι

α. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

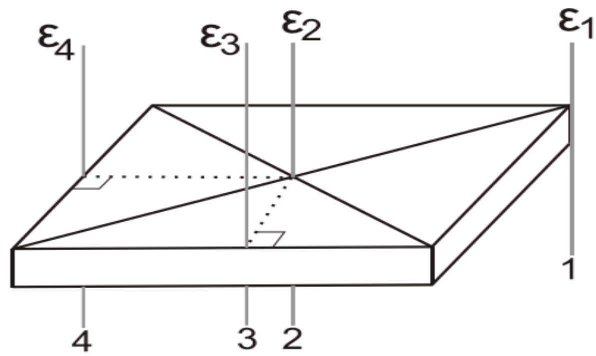
β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.

γ. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.

δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2017

32. *Το οριζόντιο ομογενές στερεό του Σχήματος 1 είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και μπορεί να περιστραφεί κάθε φορά γύρω από τους κατακόρυφους παράλληλους άξονες* ε_1 *ή* ε_2 *ή* ε_3 *ή* ε_4*, με την ίδια σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω.*



Σχήμα 1

Το μέτρο της στροφορμής του στερεού έχει τη μεγαλύτερη τιμή του όταν το στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από τον άξονα

α. ε_1. **β.** ε_2. **γ.** ε_3. **δ.** ε_4.

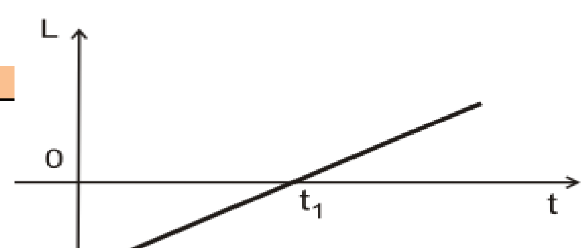
Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2018

33. *Μία από τις μονάδες μέτρησης της στροφορμής των στοιχειωδών σωματιδίων στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι*

α. $J\cdot s^2$. **β.** $J\cdot s$. **γ.** $kg\cdot m^2/s^2$. **δ.** $kg\cdot m/s^2$.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2019

34. *Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σε αυτόν.*



Η στροφορμή L του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο

α. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν.
β. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1.
γ. αυξάνεται με το χρόνο.
δ. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2019

35. *Αθλητής των καταδύσεων από βατήρα, καταφέρνει να κάνει αρκετές περιστροφές στον αέρα μέχρι να βουτήξει στο νερό. Αυτό γίνεται διότι*

α. δέχεται τη ροπή του βάρους του.
β. μεταβάλλεται η στροφορμή του.
γ. μειώνει τη ροπή αδράνειάς του συμπτύσσοντας τα άκρα του, ώστε να αυξήσει τη γωνιακή ταχύτητα της περιστροφής του.
δ. διατηρείται η μηχανική του ενέργεια.

Ημερ. (παλαιό σύστημα) 2020

36. *Ένα στερεό σώμα αρχικά παραμένει ακίνητο, χωρίς να του ασκούνται δυνάμεις. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ στο σώμα. Για να εκτελέσει το σώμα μόνο στροφική κίνηση, οι δυνάμεις αυτές θα πρέπει*

α. να είναι κάθετες μεταξύ τους.
β. να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και άνισα μέτρα.
γ. να βρίσκονται στην ίδια ευθεία και να είναι αντίθετες.
δ. να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και ίσα μέτρα.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2020

37. *Ένα στερεό σώμα αρχικά ακίνητο, δέχεται μόνο 2 δυνάμεις την $\vec{F}_1$ και την $\vec{F}_2$, που είναι αντίθετες και δεν έχουν τον ίδιο φορέα. Το παραπάνω σώμα*

α. θα παραμείνει ακίνητο.
β. θα εκτελέσει μόνο στροφική κίνηση.
γ. θα εκτελέσει μόνο μεταφορική κίνηση.
δ. θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση που αποτελείται από μία μεταφορική και μία στροφική.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. (παλαιό σύστημα) 2020

38. *Μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας στο διεθνές σύστημα μονάδων είναι*

α. 1 kg. **β.** 1 kgm/s^2. **γ.** 1 kgm^2. **δ.** 1 Nm.

Ομογ. (παλαιό σύστημα) 2020

39. *Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής*

α. έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής.

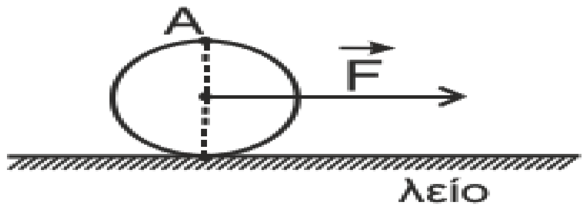
β. έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

γ. έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας.

δ. έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας.

Ημερ. 2021

40. *Ο ομογενής δίσκος του σχήματος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με το επίπεδό του κατακόρυφο.*



Ασκώντας στο κέντρο μάζας του σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, στο επίπεδο του δίσκου, αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου a_{cm}. Το μέτρο της επιτάχυνσης του σημείου Α που είναι αντιδιαμετρικό με το σημείο επαφής του δίσκου με το έδαφος κάθε χρονική στιγμή είναι

α. $2a_{cm}$. β. 0. γ. a_{cm}. δ) $\sqrt{2}a_{cm}$.

Ημερ. 2024

41. *Ομογενής κύλινδρος ανέρχεται επιβραδυνόμενος σε κεκλιμένο επίπεδο. Σε κάποιο σημείο του επιπέδου σταματά και στη συνέχεια κατέρχεται επιταχυνόμενος πάνω σε αυτό. Αν σε όλη τη διάρκεια της ανόδου και της καθόδου στο κεκλιμένο επίπεδο ο κύλινδρος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση και ο άξονας περιστροφής του παραμένει συνεχώς οριζόντιος, τότε:*

α. η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

β. η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

γ. η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου έχει συνεχώς την ίδια κατεύθυνση.

δ. η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχει κατά την κάθοδο αντίθετη κατεύθυνση από αυτή που έχει κατά την άνοδο.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2024

Β. *Ερωτήσεις αντιστοίχισης*

1. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα φυσικά μεγέθη από τη **Στήλη Ι** και δίπλα σε καθένα τη μονάδα της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί σ' αυτό.

Στήλη Ι	Στήλη ΙΙ
Μήκος κύματος	rad/s^2
Γωνιακή επιτάχυνση	$N{\cdot}m$
Ροπή δύναμης	m
Ορμή	$Kg\cdot \frac{m^2}{s}$
Στροφορμή	$Kg\cdot \frac{m}{s}$
	$\frac{m}{s}$

Ομογ. 2002

Γ. *Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού*

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.

1. Το αλγεβρικό άθροισμα των .... που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

Ημερ. 2002

2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι ....

Επαν. Ημερ. 2003

Δ. *Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους*

*Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα **Σ**, αν είναι σωστές ή με το γράμμα **Λ**, αν είναι λανθασμένες.*

1. α. Όταν ένας ακροβάτης που περιστρέφεται στον αέρα ανοίξει τα άκρα του, αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

β. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.

2. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.

3. Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.

4. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.

5. Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.

6. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.

7. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...

α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα υ = ωr (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η

απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).

γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R}$ (υ_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας, *R* η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).

δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

8. Η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι 1 $kg{\cdot}m^2$

9. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπτύσσει τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

10. **α.** Όταν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα στερεό σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα έχει πάντοτε μηδενική γωνιακή επιτάχυνση.

β. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

11. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.

12. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.

13. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.

14. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

15. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

16. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.

17. Όταν μια χορεύτρια καλλιτεχνικού πατινάζ, που περιστρέφεται, θέλει να περιστραφεί γρηγορότερα συμπτύσσει τα χέρια της.

18. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.

19. Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος και έχει μονάδα μέτρησης στο S.I. το 1 $kg{\cdot}m$.

20. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονας περιστροφής.

21. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

22. **α.** Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

β. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το 1 $\frac{Kg.m^2}{s^2}$.

23. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.

24. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

25. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι N.m.

26. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

27. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.

28. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

29. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.

30. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.

31. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελούν μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια ταχύτητα.

32. Αν η συνολική εξωτερική ροπή σ' ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

33. **α.** Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $kg.\frac{m^2}{s}$.

β. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

34. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.

35. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το1 N·m.

36. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

37. Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma F= 0$.

38. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.

39. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το1 N.m.s.

40. Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

41. Τροχός που κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει έχει κινητική ενέργεια, μόνο λόγω στροφικής κίνησης.

42. Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

43. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.

44. **α.** Όταν οι ακροβάτες θέλουν να κάνουν πολλές στροφές στον αέρα, συμπτύσσουν τα χέρια και τα πόδια τους.

β. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.

45. Η γη έχει στροφορμή μόνο λόγω της κίνησής της γύρω από τον ήλιο.

46. Κυλινδρικό σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα υ_{cm} του κέντρου μάζας του.

47. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή.

48. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος είναι διανυσματικό μέγεθος.

49. **α.** Η ροπή αδράνειας ενός στερεού είναι ανεξάρτητη από τη θέση του άξονα περιστροφής.

β. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

50. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται, λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του, λόγω περιστροφής, ελαττώνεται.

51. Η ροπή μιας δύναμης $\vec{F}$ ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.

52. Η κίνηση ενός τροχού που κυλίεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

53. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός στερεού σώματος είναι ίσο με μηδέν.

54. Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.

55. Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί.

56. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.

57. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο η στροφορμή των τροχών του, ως προς τον άξονα περιστροφής τους, είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς τη δύση.

58. Στη μεταφορική κίνηση ενός στερεού κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.

59. **α.** Η σύνθετη κίνηση στερεού σώματος μπορεί να μελετηθεί ως επαλληλία μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.

β. Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το 1 N/m.

60. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που αυτές ορίζουν.

61. **α.** Αν διπλασιάσουμε το μέτρο καθεμιάς από τις δύο δυνάμεις ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόσταση των φορέων των δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους των δυνάμεων τετραπλασιάζεται.

β. Η Γη έχει ιδιοστροφορμή (σπιν) εξαιτίας της περιστροφής της γύρω από τον άξονά της.

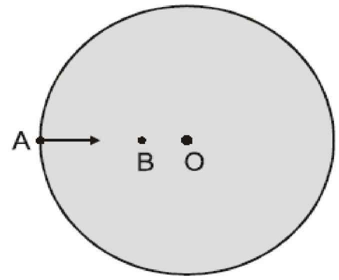
62. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

63. Επειδή η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο έχει φορέα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της, η στροφορμή της Γης παραμένει σταθερή.

64. Αν σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί ζεύγος δυνάμεων, τότε το σώμα θα εκτελέσει σύνθετη κίνηση.

Ερωτήσεις 2ου Θέματος

1. Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου Ο.



Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο Α της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο Β πλησιέστερα στο κέντρο του.

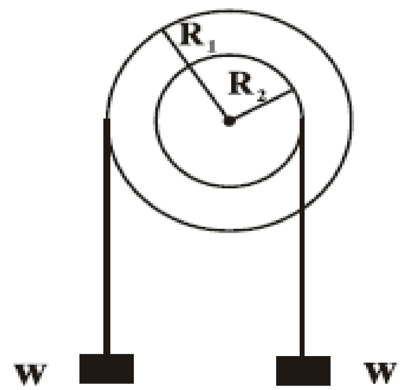
Α. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:

α. πιο αργά **β.** πιο γρήγορα.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2002

2. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες R_1, R_2 με $R_1>R_2$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων.



Εξαιτίας των ίσων βαρών *w* που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;

α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού

β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2002

3. Καλλιτέχνης του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπτύσσει.

Α. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

α. απλωμένα **β.** συνεπτυγμένα.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2003

4. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

Επαν. Ημερ. 2003

5. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω. Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι *I*, να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση $K=\frac{I\omega^2}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2003

6. Δύο ομογενείς δακτύλιοι Α, Β των οποίων το πάχος είναι αμελητέο σε σχέση με την ακτίνα τους, έχουν την ίδια μάζα και ακτίνες R_A, R_B όπου $R_A > R_B$. Οι δακτύλιοι περιστρέφονται ο καθένας γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους με την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

α. Ποιος από τους δύο δακτυλίους έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής;

β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2003

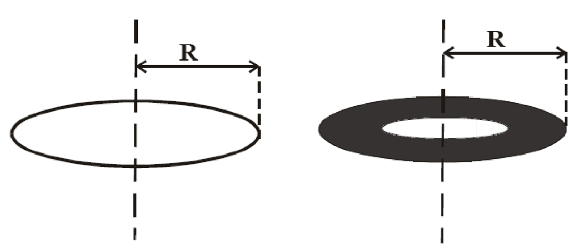
7. Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. **Α.** Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:

α. σφαίρα. **β.** λεπτός δακτύλιος. **γ.** κύλινδρος.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2004

8. Δακτύλιος και δίσκος με οπή, η μάζα του οποίου είναι ομογενώς κατανεμημένη, όπως στο σχήμα, έχουν την ίδια μάζα και την ίδια ακτίνα.



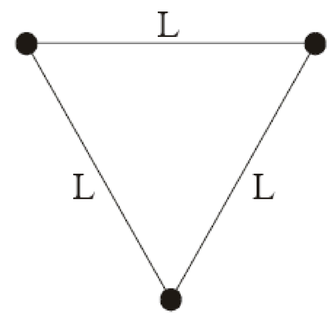
Α. Αν $I_{ΔΣ}$ και $I_{ΔΚ}$ οι ροπές αδράνειας του δίσκου και του δακτυλίου αντίστοιχα ως προς άξονες κάθετους στο επίπεδό τους που διέρχονται από τα κέντρα τους, τι ισχύει;

α. $I_{ΔΣ} > I_{ΔΚ}$. **β.** $I_{ΔΣ} < I_{ΔΚ}$. **γ.** $I_{ΔΣ} = I_{ΔΚ}$.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2004

9. Τρεις σφαίρες αμελητέων διαστάσεων που η κάθε μία έχει την ίδια μάζα m, συνδέονται μεταξύ τους με ράβδους αμελητέας μάζας και μήκους *L*, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από μία από τις σφαίρες.

Α. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς αυτόν τον άξονα είναι:

α. mL^2 **β.** $2mL^2$ **γ.** $3mL^2$

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Εσπερ. 2004

10. Σώμα ακίνητο αρχίζει τη χρονική στιγμή t=0 να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση. Αν τη χρονική στιγμή t_1 η κινητική ενέργεια λόγω της περιστροφής είναι K_1 και τη χρονική στιγμή $t_2=2t_1$ είναι K_2, τότε:

α. $K_2 = 2K_1$ **β.** $K_2 = 4K_1$ **γ.** $K_2 = 8K_1$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Εσπερ. 2004

11. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι $Δ_1$ και $Δ_2$ με ακτίνες R και $2R$, κυλίονται σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες $3ω$ και $ω$, αντίστοιχα.

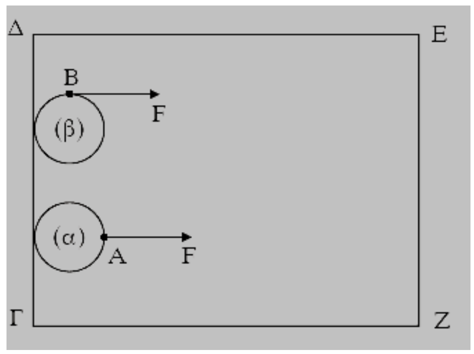
Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων $Δ_1$ και $Δ_2$, είναι

α. $\frac{3}{2}$. **β.** $\frac{1}{2}$. **γ.** 1.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2004

12. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα.



Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ. Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.

Α. Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο $t_α$ για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο $t_β$, τότε:

α. $t_α > t_β$ **β.** $t_α = t_β$ **γ.** $t_α < t_β$

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2005

13. Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες.

Α. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:

α. θα μείνει σταθερή. **β.** θα ελαττωθεί. **γ.** θα αυξηθεί.

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2005

14. Ομογενής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της σφαίρας είναι υ_{cm}. Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι $I_{cm}= \frac{2}{5} mR^2$.

Α. Η ολική κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι

α. $\frac{2}{5} m\upsilon_{cm}^2$. **β.** $\frac{7}{10} m\upsilon_{cm}^2$. **γ.** $\frac{9}{10} m\upsilon_{cm}^2$.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2005

15. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από τον εαυτό του (ιδιοπεριστροφή) με συχνότητα f_0. Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η νέα συχνότητα ιδιοπεριστροφής του θα είναι

α. μεγαλύτερη από την αρχική συχνότητα f_0.

β. μικρότερη από την αρχική συχνότητα f_0.

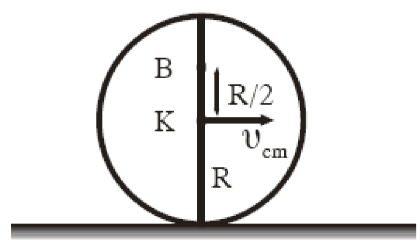
γ. ίση με την αρχική συχνότητα f_0.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό συμπλήρωμα.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2005

16. *Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι* υ_{cm}.



Α. Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $\frac{R}{2}$ από το Κ θα είναι

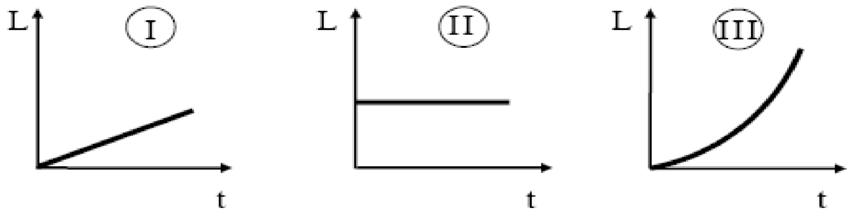
α. $\frac{3}{2}\upsilon_{cm}$. **β.** $\frac{2}{3}\upsilon_{cm}$. **γ.** $\frac{5}{2}\upsilon_{cm}$.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2006

17. Ένας κύλινδρος που είναι αρχικά ακίνητος και μπορεί να περιστραφεί γύρω από το σταθερό άξονά του δέχεται την επίδραση σταθερής ροπής.

Α. Τη στροφορμή του κυλίνδρου σε συνάρτηση με το χρόνο απεικονίζει το σχήμα

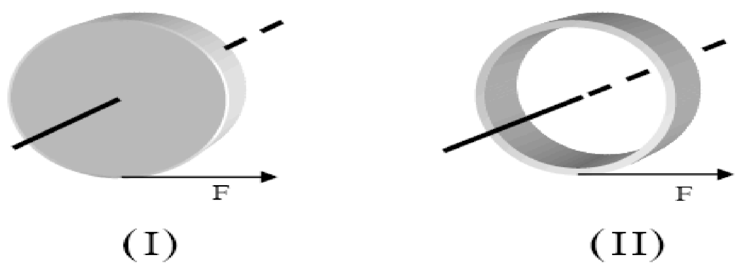


α. Ι. **β.** ΙΙ. **γ.** ΙΙΙ.

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2006

18. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (Ι) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (ΙΙ), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α. $a_I = a_{II}$. **β.** $a_I < a_{II}$. **γ.** $a_I > a_{II}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2006

19. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος,

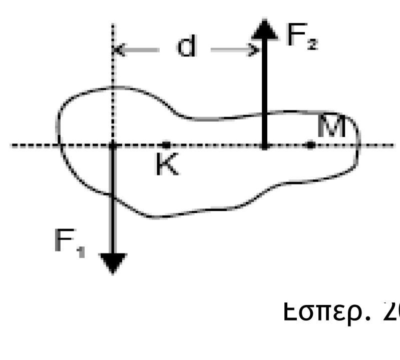
που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.

β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.

γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Εσπερ. 2007

20. Ένας κύβος και μία σφαίρα ίδιας μάζας αφήνονται να κινηθούν από το ίδιο ύψος δύο διαφορετικών κεκλιμένων επιπέδων. Ο κύβος ολισθαίνει χωρίς τριβές στο ένα και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο άλλο. Για τις ταχύτητες του κύβου και του κέντρου μάζας της σφαίρας στη βάση των κεκλιμένων επιπέδων ισχύει ότι

α. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του κύβου.

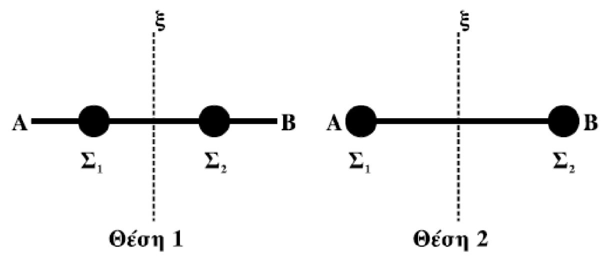
β. μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της σφαίρας.

γ. οι ταχύτητες είναι ίσες.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2008

21. Η ομογενής ράβδος ΑΒ του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα συμμετρίας (ξ) του σχήματος. Οι δύο σφαίρες **Σ**$_1$, **Σ**$_2$ μάζας *m* καθεμιά μπορούν να μετακινούνται κατά μήκος της ράβδου. Η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται



α. πιο εύκολα στη θέση 1.

β. πιο εύκολα στη θέση 2.

γ. το ίδιο εύκολα και στις δύο περιπτώσεις.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2008

22. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη (L_1) προς την στροφορμή του ωροδείκτη (L_2), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι $\frac{L_1}{L_2} =$ λ, όπου λ θετική σταθερά. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους $\frac{K_1}{K_2}$ αντίστοιχα είναι

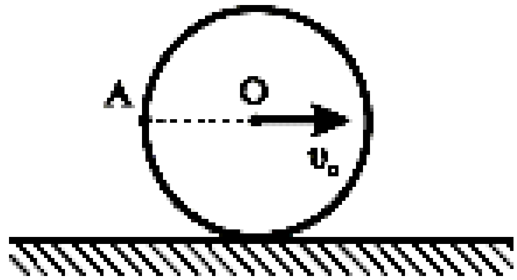
α. 6λ. **β.** 12λ. **γ.** 24λ .

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2008

23. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι υ_0. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο.



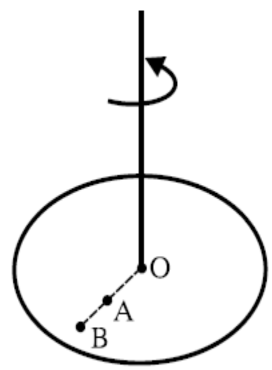
Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

α. $\upsilon_A = 2\upsilon_0$. **β.** $\upsilon_A = \sqrt{2}\,\upsilon_0$. **γ.** $\upsilon_A = \upsilon_0$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2009

24. Στη θέση Α οριζόντιου δίσκου βρίσκεται ένα παιδί και το σύστημα παιδί - δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα ω, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Ο.



Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση Α στη θέση Β του δίσκου (σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου

α. θα αυξηθεί. **β.** θα παραμείνει η ίδια. **γ.** θα μειωθεί.

Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

Εσπερ. 2009

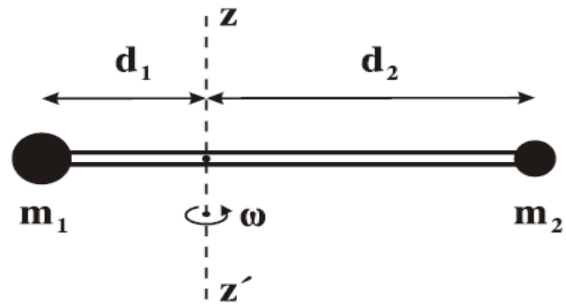
25. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω. Η χορεύτρια συμπτύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε $\frac{5}{2}\omega$. Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1. **β.** $\frac{5}{2}$. **γ.** $\frac{2}{5}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2009

26. Η οριζόντια ράβδος του σχήματος είναι αβαρής, η σημειακή μάζα m_1 είναι τετραπλάσια από τη σημειακή μάζα m_2, και το μήκος d_2 είναι διπλάσιο από το μήκος d_1. Το σύστημα περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z΄z.



Η ροπή αδράνειας της μάζας m_1 ως προς τον άξονα z΄z είναι

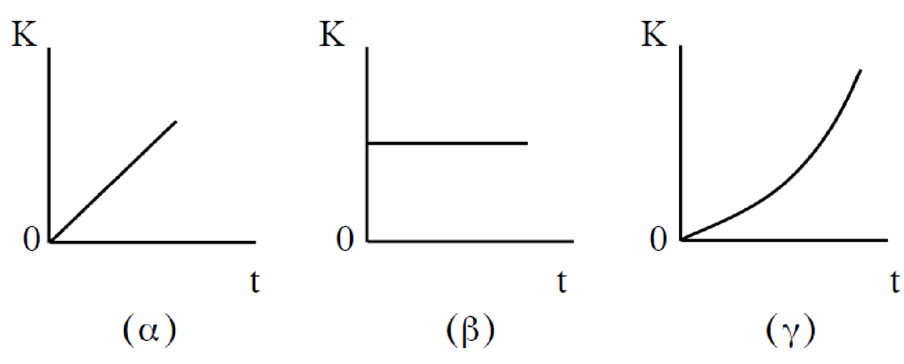
α. μεγαλύτερη από
β. μικρότερη από
γ. ίση με τη ροπή αδράνειας της μάζας m_2 ως προς τον ίδιο άξονα.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2009

27. Τροχός αρχικά ακίνητος, αρχίζει (t=0) και περιστρέφεται υπό την επίδραση σταθερής ροπής, γύρω από σταθερό άξονα, που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

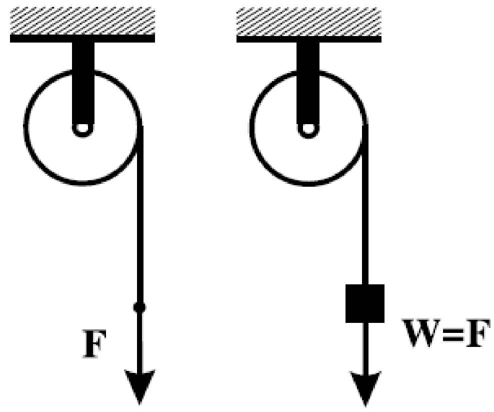
Η κινητική ενέργεια K του τροχού ως συνάρτηση του χρόνου απεικονίζεται στο σχήμα:



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαν. Εσπερ. 2010

28. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της.



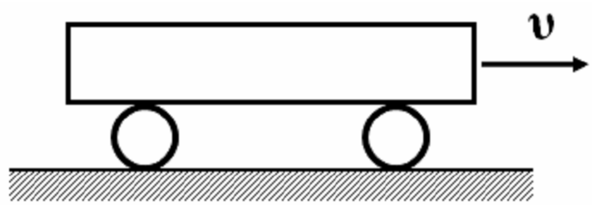
Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα. Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F, η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $a_{γων,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους $w = F$ η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $a_{γων,2}$. Ισχύει:

α. $a_{γων,1} = a_{γων,2}$. **β.** $a_{γων,1} > a_{γων,2}$. **γ.** $a_{γων,1} < a_{γων,2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαν. Ημερ. 2011

29. Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει.



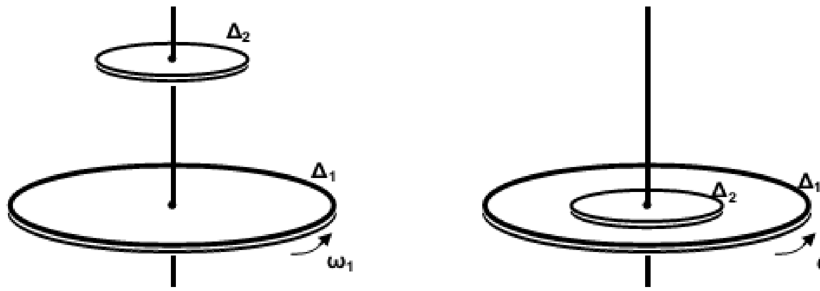
Οι κύλινδροι κυλίονται στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά

α. 10 cm. **β.** 5 cm. **γ.** 20 cm.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2012

30.



Ένας δίσκος $Δ_1$ με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

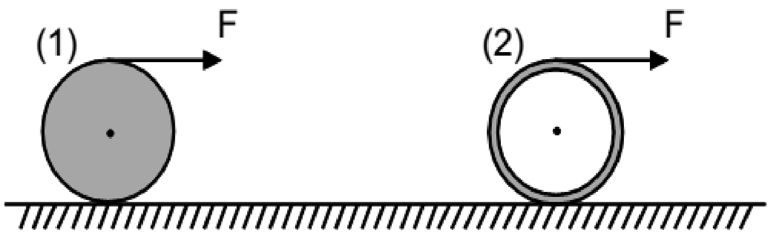
Ένας δεύτερος δίσκος $Δ_2$ με ροπή αδράνειας $I_2 = \frac{I_1}{4}$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο $Δ_1$, ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα. Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα ω.
Η κοινή γωνιακή ταχύτητα ω των δύο δίσκων είναι

α. $\omega = \frac{1}{5}\omega_1$. **β.** $\omega = \frac{4}{5}\omega_1$. **γ.** $\omega = \frac{2}{5}\omega_1$.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ημερ. 2013

31. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος(1) και ένας συμπαγής κυκλικός δακτύλιος(2), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια, όπως φαίνεται στο σχήμα και τα σώματα αρχίζουν να κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν στο οριζόντιο επίπεδο.

α. Για τις ροπές αδράνειας I_1 και I_2 των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει:

i. $I_1 = I_2$. **ii.** $I_1 < I_2$. **iii.** $I_1 > I_2$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

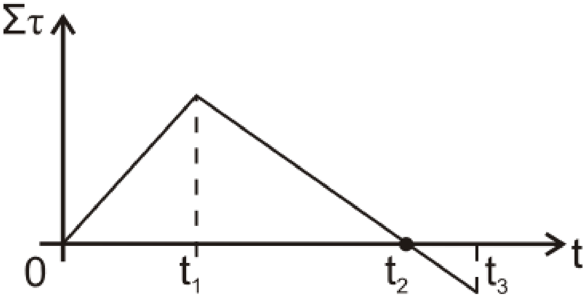
β. Για τις επιταχύνσεις των κέντρων μάζας $a_{cm,1}$ και $a_{cm,2}$ των σωμάτων (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει:

i. $a_{cm,1} = a_{cm,2}$. **ii.** $a_{cm,1} < a_{cm,2}$. **iii.** $a_{cm,1} > a_{cm,2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2013

32. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή

i. t_1. **ii.** t_2. **iii.** t_3.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2014

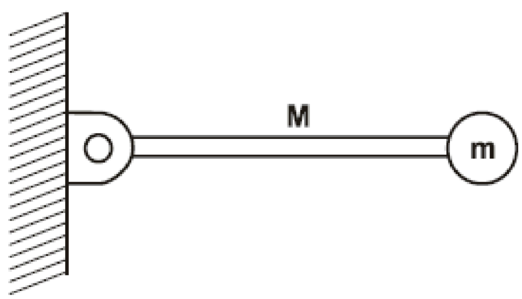
33. Αθλήτρια του καλλιτεχνικού πατινάζ περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας της. Οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στην αθλήτρια δεν δημιουργούν ροπή ως προς τον άξονα περιστροφής της και οι τριβές με τον πάγο είναι αμελητέες. Αν κάποια στιγμή συμπτύξει τα χέρια της, ενώ συνεχίζει να στρέφεται γύρω από τον ίδιο άξονα, η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της αθλήτριας:

i. παραμένει σταθερή. **ii.** μειώνεται. **iii.** αυξάνεται.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2014

34.



Σχήμα 1

Λεπτή ομογενής ράβδος μάζας *M* και μήκους *L* μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το ένα άκρο της. Στο άλλο άκρο της ράβδου, είναι στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m = M/2$ (Σχήμα 1). Τη χρονική στιγμή που το σύστημα ράβδου-
σφαιριδίου αφήνεται να κινηθεί από την οριζόντια θέση, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι:

i. $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{1}{2}\mathrm{M}gL.$ **ii.** $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \mathrm{M}gL.$ **iii.** $\frac{\Delta L_\rho}{\Delta t} = \frac{2}{5}\mathrm{M}gL.$

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της που περνά από το άκρο της, είναι $\mathrm{I}_\rho = \frac{1}{3}\mathrm{M}L^2$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2015

35. Ένα ομογενές σώμα (δακτύλιος ή σφαιρικός φλοιός ή συμπαγής σφαίρα) έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, που δίνεται από τη σχέση $I_{CM} = amR^2$, όπου m η μάζα του σώματος, R η ακτίνα του και α ένας θετικός αριθμός μικρότερος ή ίσος της μονάδας (0 < α ≤ 1). Το σώμα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αν η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω μεταφορικής κίνησης προς την ολική κινητική ενέργεια είναι K_μ / $K_{ολ}$ = 5 / 7, τότε το α έχει την τιμή:

i. α = 1. **ii.** α = 2/3. **iii.** α = 2/5.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2015

36. Ένα μεταλλικό νόμισμα εκσφενδονίζεται κατακόρυφα προς τα άνω με αρχική ταχύτητα υ_0 και αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε, όταν το νόμισμα φτάσει στο ανώτατο ύψος

i. θα σταματήσει να περιστρέφεται.

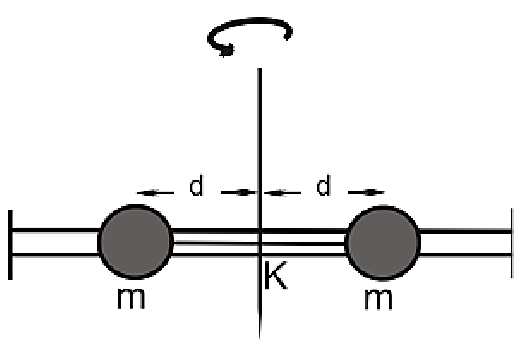
ii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μικρότερη της αρχικής.

iii. θα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ίση της αρχικής.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

37. Η αβαρής λεπτή ράβδος του παρακάτω σχήματος είναι οριζόντια και μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, που διέρχεται από το μέσο της Κ. Σε απόσταση *d* από τον άξονα περιστροφής βρίσκονται δύο μικρές μεταλλικές χάντρες ίδιας μάζας *m*, οι οποίες συνδέονται μεταξύ τους με νήμα. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα *ω*. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται, οπότε οι χάντρες κολλάνε στα άκρα της ράβδου.



Η νέα γωνιακή ταχύτητα με την οποία στρέφεται το σύστημα είναι

i. μεγαλύτερη από την αρχική.

ii. μικρότερη από την αρχική.

iii. ίση με την αρχική.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

38. Ένας απομονωμένος ομογενής αστέρας σφαιρικού σχήματος ακτίνας R στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με αρχική κινητική ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής K_0. Ο αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η ακτίνα του υποδιπλασιάζεται. Η νέα κινητική του ενέργεια λόγω ιδιοπεριστροφής είναι ίση με *K*.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας ακτίνας *r* ως προς άξονα που διέρχεται το κέντρο μάζας της $I = \frac{2}{5}mr^2$.

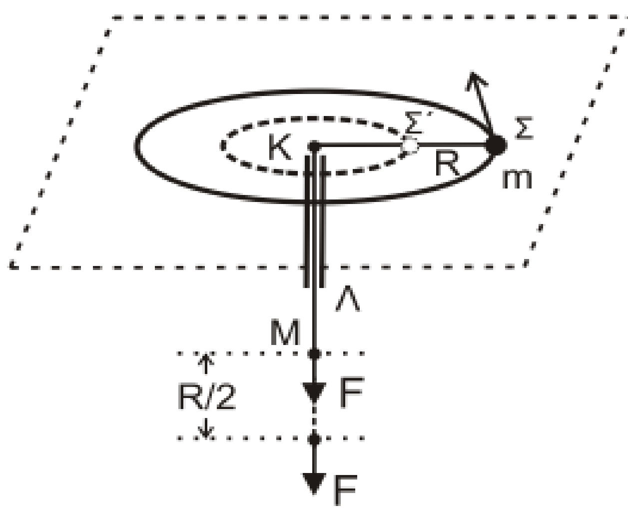
Ο λόγος $\frac{K}{K_0}$ είναι ίσος με

α. $\frac{1}{2}$. **β.** 2. **γ.** 4.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2017

39. Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας *m*, διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας ΚΣ = *R* με γωνιακή ταχύτητα *ω* δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Στο άκρο Μ του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη *F*, ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας *m* να γίνει ΚΣ΄ = *R*/2.



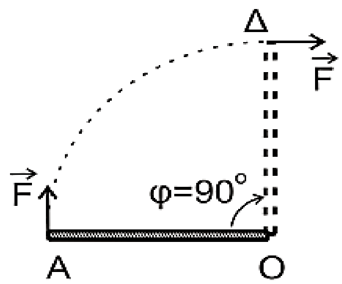
Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το έργο της δύναμης *F* για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας *m* θα είναι ίσο με:

i. $\frac{1}{2}m\omega^2R^2$. ii. $\frac{2}{3}m\omega^2R^2$. iii. $\frac{3}{2}m\omega^2R^2$.

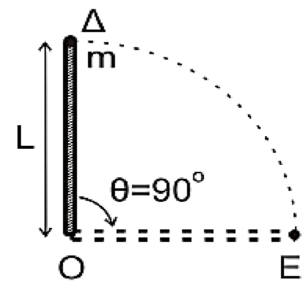
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2018

40. Λεπτή ισοπαχής ομογενής ράβδος μήκους L και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο.



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Η αρχικά ακίνητη ράβδος στη θέση (ΟΑ), υπό την επίδραση δύναμης F σταθερού μέτρου, που ασκείται συνεχώς κάθετα στο άκρο της αρχίζει να κινείται (Σχήμα 4).

Όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία $\varphi = 90^o$ και φτάσει στη θέση (ΟΔ), η δύναμη παύει ακαριαία να ασκείται και ταυτόχρονα συγκρούεται πλαστικά με ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m που ενσωματώνεται ακαριαία στο άκρο της Δ (Σχήμα 5).

Ο χρόνος Δt που θα χρειαστεί η ράβδος με το σώμα μάζας m για να διαγράψει τη γωνία $\theta = 90^o$ από την θέση (ΟΔ) έως τη θέση (ΟΕ) είναι ίσος με

i. $\frac{1}{6}s$. **ii.** $\frac{1}{3}s$. **iii.** $\frac{4}{3}s$.

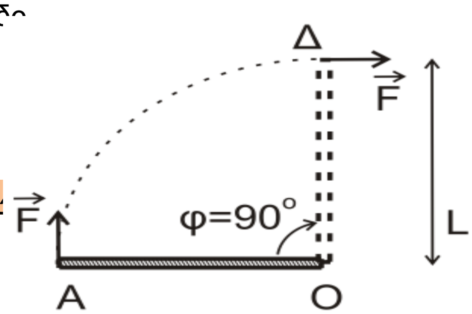
Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας της λεπτής ομογενούς ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ίση με $I_{(ράβδου)} = \frac{1}{3}ML^2$
- $M = 3$ kg, $m = 1$ kg, $L = 1$ m, $F = 9\pi$ N
- Όπου εμφανίζεται το π, να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2019

41. Λεπτή ισοπαχής ομογενής ράβδος μήκους L και μάζας M μπορεί να περιστρέφεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το άκρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδ



Σχήμα 3

Η αρχικά ακίνητη ράβδος στη θέση (ΟΑ), υπό την επίδραση δύναμης *F* σταθερού μέτρου, που ασκείται συνεχώς κάθετα στο άκρο της αρχίζει να κινείται (Σχήμα 3).

Όταν η ράβδος έχει διαγράψει γωνία $\varphi = 90^o$ και φτάσει στη θέση (ΟΔ), έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα *ω* ίση με

i. 3π rad/s. **ii.** 9π rad/s. **iii.** $3\pi^2$ rad/s.

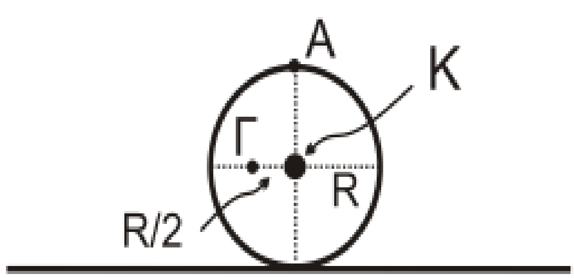
Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας της λεπτής ομογενούς ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ίση με $I_{(\text{ράβδου})} = \frac{1}{3}ML^2$
- $M = 3$ kg, $L = 1$ m, $F = 9\pi$ N
- Όπου εμφανίζεται το π, να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Εσπερ. 2019

42. Ο τροχός ακτίνας *R* κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου υ_{cm}. Έστω Α το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και Γ ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση ΓΚ = *R*/2 από το κέντρο Κ του τροχού, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



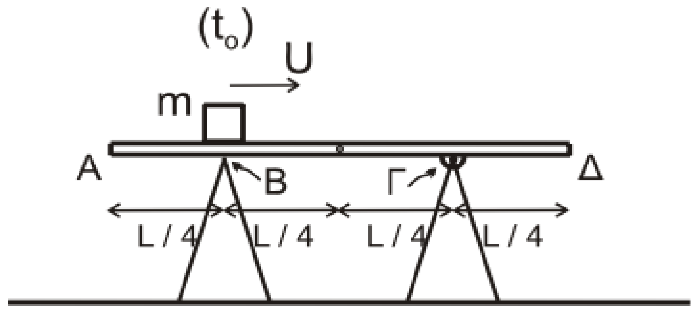
Ο λόγος $\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_A}$ των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Γ και Α είναι ίσος με

α. $\frac{1}{4}$. **β.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **γ.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2020

43. Ομογενής λεία και άκαμπτη σανίδα, μικρού πάχους, μάζας Μ και μήκους L ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηριγμάτων. Η κορυφή του ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο Γ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση ΓΔ = $\frac{L}{4}$.



Σχήμα 2

Η ράβδος ακουμπά στην κορυφή Β του άλλου στηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της Α απόσταση ΑΒ = $\frac{L}{4}$ (Σχήμα 2).

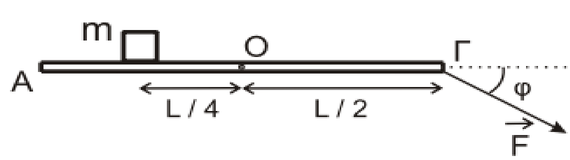
Ένας μικρός κύβος μάζας *m* = 2*M*, τη χρονική στιγμή t_o = 0, διέρχεται από το σημείο Β με σταθερή ταχύτητα *U*, κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Η σανίδα ανατρέπεται τη χρονική στιγμή t_1, η οποία είναι ίση με

i. $\frac{3L}{4U}$. **ii.** $\frac{9L}{16U}$. **iii.** $\frac{5L}{8U}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2020

44. Η λεπτή ράβδος ΑΓ (Σχήμα 2), μάζας *M* και μήκους *L*, μπορεί να στρέφεται γύρω από τον σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Σε απόσταση $\frac{L}{4}$ από το μέσο Ο της ράβδου έχει τοποθετηθεί ομογενές σώμα μάζας *m* αμελητέων διαστάσεων.



Σχήμα 2

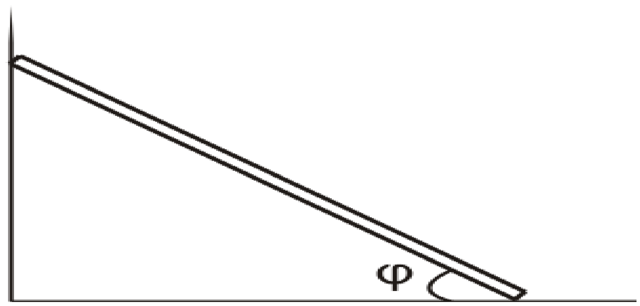
Στο άκρο Γ της ράβδου ασκείται δύναμη F που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση και η ράβδος ΑΓ ισορροπεί στην οριζόντια θέση (Σχήμα 2). Το μέτρο της δύναμης F που ασκείται στο άκρο της ράβδου είναι ίσο με:

i. $\frac{mg}{2}$. **ii.** $\frac{mg}{2\text{συνφ}}$. **iii.** $\frac{mg}{2\text{ημφ}}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2020

45. Λεπτή ομογενής σκάλα βάρους *w* ισορροπεί, ακουμπώντας σε λείο κατακόρυφο τοίχο και τραχύ οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα 1.



Σχήμα 1

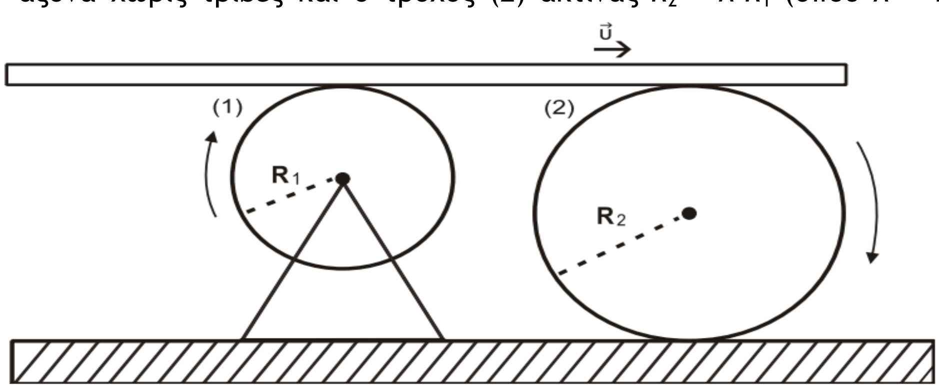
Εάν *μ* ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου, τότε η ελάχιστη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας *φ*, για την οποία η σκάλα ισορροπεί, είναι ίση με

i. $\text{εφ}\varphi = \frac{1}{\mu}$. **ii.** $\text{εφ}\varphi = \frac{1}{2\mu}$. **iii.** $\text{εφ}\varphi = \frac{3}{2\mu}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2021

46. Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε δύο τροχούς (1) και (2) αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Ο τροχός (1) ακτίνας R_1 περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές και ο τροχός (2) ακτίνας $R_2 = \lambda \cdot R_1$ (όπου λ > 1) κυλίεται χωρίς να ολ



Όταν η σανίδα σε χρόνο t έχει μετακινηθεί κατά x οι δύο τροχοί έχουν κάνει N_1 και N_2 περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών $\frac{N_1}{N_2}$ των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:

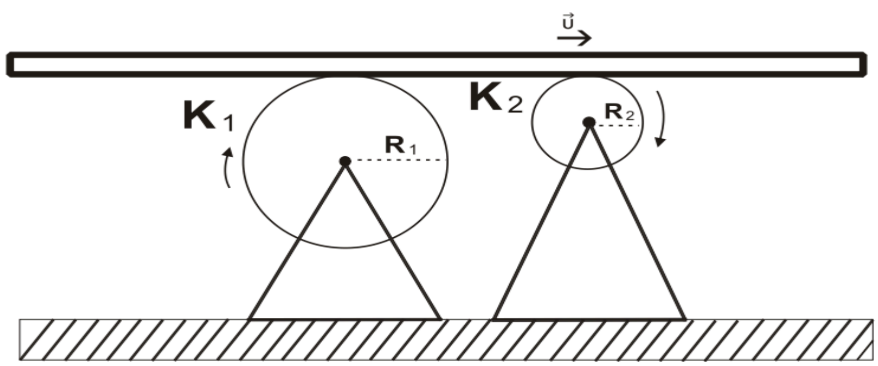
i. λ. **ii.** 2λ. **iii.** 4λ.

Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της κατά τη διάρκεια της κίνησης της πάνω στους δύο τροχούς.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Επαν. Ημερ. 2021

47. Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στους κυλίνδρους K_1 και K_2, οι οποίοι έχουν ακτίνες R_1 και R_2 αντίστοιχα. Για τις ακτίνες των κυλίνδρων ισχύει ότι $R_1 = \lambda R_2$ με $\lambda > 1$. Οι κύλινδροι στρέφονται γύρω από σταθερούς οριζόντιους άξονες (σχήμα). Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της με τους κυλίνδρους κατά τη διάρκεια της κίνησής της πάνω σε αυτούς.



Όταν η σανίδα μετακινηθεί κατά Δx σε χρόνο Δt, οι κύλινδροι K_1 και K_2 έχουν εκτελέσει N_1 και N_2 περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών $\frac{N_2}{N_1}$ των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:

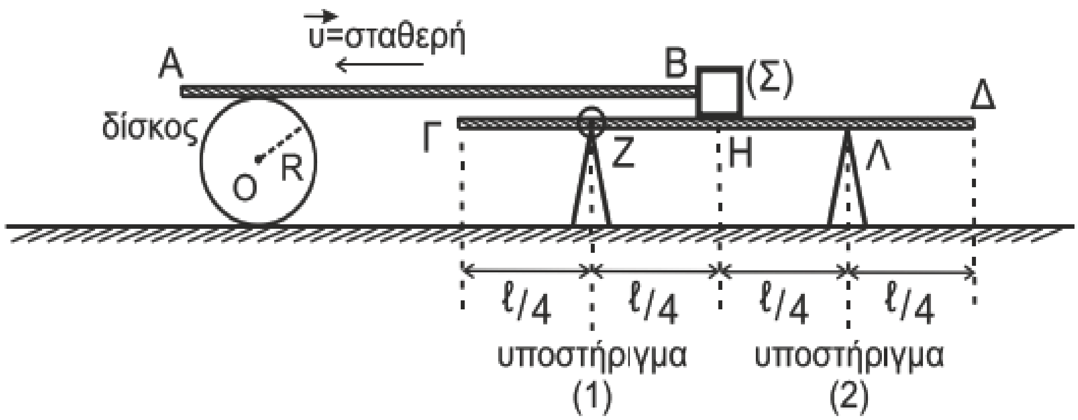
i. $\frac{N_2}{N_1} = \lambda$. **ii.** $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\lambda}$. **iii.** $\frac{N_2}{N_1} = 2\lambda$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ομογ. 2021

48. Το σώμα Σ του παρακάτω σχήματος, μάζας m, έχει στερεωθεί στο άκρο Β οριζόντιας, ομογενούς, άκαμπτης και αβαρούς ράβδου ΑΒ. Η ράβδος ακουμπά πάνω στην περιφέρεια ομογενούς δίσκου κέντρου Ο και ακτίνας R. Ο δίσκος βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το επίπεδό του κατακόρυφο. Το σώμα Σ μπορεί να κινείται πάνω σε λεία, οριζόντια, ομογενή και άκαμπτη δοκό ΓΔ μήκους ℓ και μάζας $M = m/2$.

Η δοκός έχει αρθρωθεί κατάλληλα στο σημείο Ζ, με την κορυφή κατακόρυφου και ακλόνητου υποστηρίγματος (1) που βρίσκεται σε απόσταση $\ell/4$ από το άκρο της Γ. Σε απόσταση $\ell/4$ από το άκρο Δ της δοκού έχει τοποθετηθεί ένα δεύτερο, όμοιο κατακόρυφο υποστήριγμα (2), πάνω στην κορυφή Λ του οποίου ακουμπά η δοκός ΓΔ. Τα υποστηρίγματα έχουν τοποθετηθεί στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με αυτό στο οποίο βρίσκεται ο δίσκος, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σύστημα ράβδου-σώματος Σ κινείται προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ. Ο δίσκος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση και η περιφέρειά του βρίσκεται σε συνεχή επαφή με τη ράβδο ΑΒ, χωρίς να παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ τους. Το σώμα Σ, κινούμενο από το Δ προς το Γ, τη χρονική στιγμή $t = 0$ περνά από το μέσο Η της δοκού. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ περνά από ένα σημείο της δοκού, στο οποίο η δοκός μόλις που χάνει οριακά την επαφή της με την κορυφή του υποστηρίγματος (2).

α. Η απόσταση που έχει διανύσει το σώμα Σ από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

i. $\frac{5l}{6}$. **ii.** $\frac{3l}{6}$. **iii.** $\frac{l}{3}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Το διάστημα s που έχει διανύσει το κέντρο μάζας Ο του δίσκου από τη χρονική στιγμή $t = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

i. $\frac{3l}{16}$. **ii.** $\frac{3l}{8}$. **iii.** $\frac{l}{16}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Να θεωρήσετε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα για όλα τα σώματα.

Ημερ. 2024

Ασκήσεις 3^{ου} Θέματος

1. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,2m, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη F σταθερού μέτρου 3N που εφάπτεται στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται. Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει κινητική ενέργεια K=75J.

Να υπολογίσετε :

α) τη ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β) τη γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου.

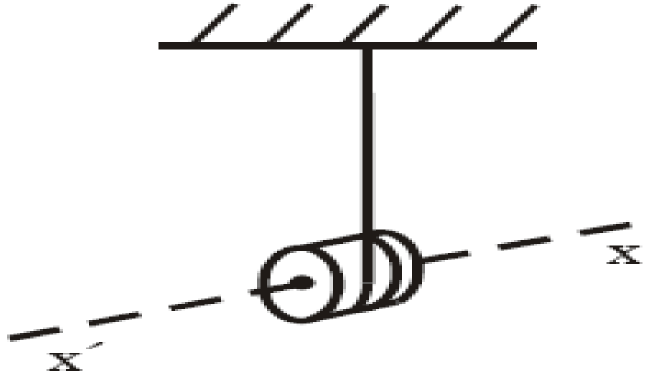
γ) τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1.

δ) τη ροπή αδράνειας του δίσκου, αν η περιστροφή του γινόταν γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνάει από το μέσον μιας ακτίνας του.

Η ροπή αδράνειας του παραπάνω δίσκου, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό του και διέρχεται από το κέντρο του, δίνεται από τη σχέση $I_{cm}=\frac{1}{2}MR^2$.

Ομογ. 2002

2. Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα m=0,12kg και ακτίνα R=1,5·10^{-2}m. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα.



Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα x΄x, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell = 20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2\ \frac{m}{s}$.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.
(Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

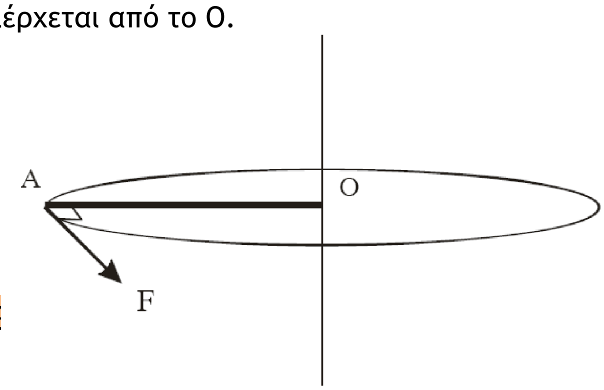
β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $\upsilon_{cm}=2\ \frac{m}{s}$, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.
δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο 0,8 s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνεται: $g=10\ \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2005

3. Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος L = 1m και μάζα M = 6kg είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης *F*, αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι 30π J.

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

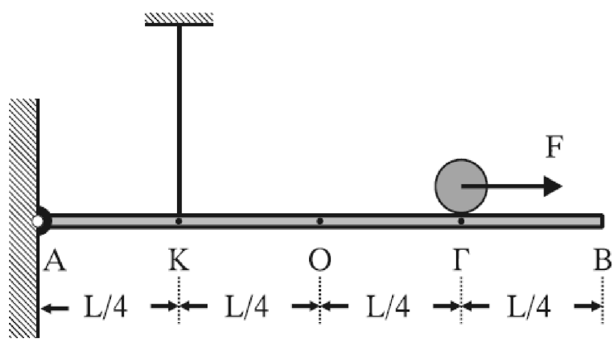
γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Δίνονται: $\sqrt{30\pi} = 9{,}7$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.

Επαν. Ημερ. 2007

4. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους *L*=4m και μάζας *M*=2kg ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί

το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας m=2,5kg και ακτίνας r=0,2m.

Δίνονται ΑΚ= $\frac{L}{4}$, ΑΓ= $\frac{3L}{4}$.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή *t*=0 ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου *F*=7N, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

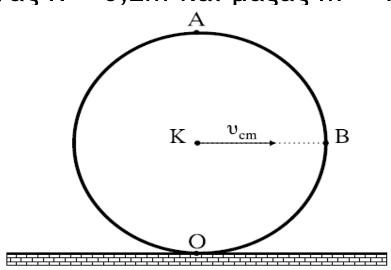
γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{2}{5}mr^2$ και g=10 $\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2008

5. Κυκλική στεφάνη ακτίνας R = 0,2m και μάζας m = 1kg κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο είναι το κατώτατο και Α το ανώτατο σημείο της στεφάνης. Η ευθεία ΚΒ είναι παράλληλη στο δάπεδο.

Η ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ είναι υ_{cm} = 10 $\frac{m}{s}$. Η ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος προς το επίπεδό της είναι $I_{cm}= mR^2$.

Να υπολογίσετε:

α. τα μέτρα των ταχυτήτων στα σημεία Ο, Α και Β της στεφάνης.

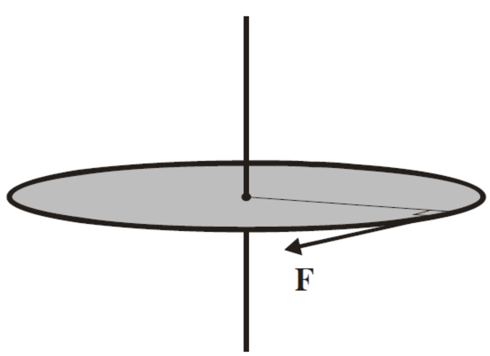
β. τη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης.

γ. τη ροπή αδράνειας της στεφάνης ως προς το σημείο Ο.

δ. την κινητική ενέργεια της στεφάνης.

Εσπερ. 2010

6. Οριζόντιος ομογενής δίσκος με μάζα M=2Kg και ακτίνα R=0,5m μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του.



Ο δίσκος αρχικά είναι ακίνητος. Κάποια στιγμή t_0= 0, ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη σταθερού μέτρου F=10N, συνεχώς εφαπτόμενη σε αυτόν.

α. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F από τη στιγμή t_0=0 έως τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει γίνει ω=8 rad/s.

β. Να υπολογίσετε τη γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος μέχρι εκείνη τη στιγμή.

γ. Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης F την ίδια στιγμή.

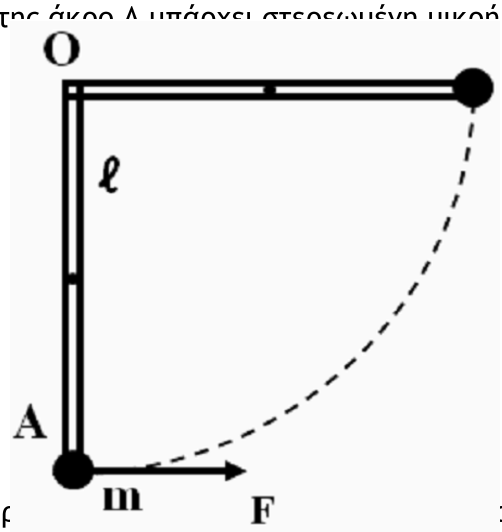
Τη στιγμή που η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου είναι ω = 8 rad/s, η δύναμη F καταργείται και ο δίσκος συνεχίζει να στρέφεται με την ταχύτητα αυτή. Από κάποιο ύψος αφήνεται να πέσει ένα κομμάτι λάσπης μάζας m=1Kg αμελητέων διαστάσεων, που κολλάει στον δίσκο σε σημείο της περιφέρειάς του.

δ. Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει το σύστημα δίσκος – λάσπη.

Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2} MR^2$.

Επαν. Εσπερ. 2011

7. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας M=6 kg και μήκους ℓ =0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m = \frac{M}{2}$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδρ[illegible]αίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα .

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού - σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού - σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

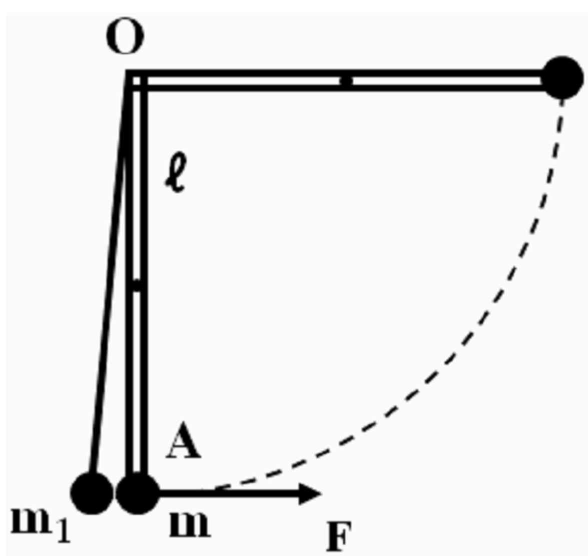
Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Δίνονται: g=10 $\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$,

ημ60^0 = συν30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, ημ30^0 = συν60^0 = $\frac{1}{2}$.

Ημερ. 2012

8. Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας M=6 kg και μήκους ℓ = 0,3 m, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας m = $\frac{M}{2}$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού - σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F = \frac{120}{\pi}$ N, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

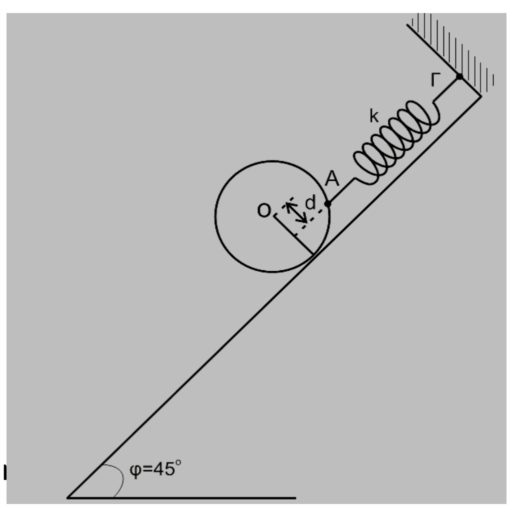
Η δοκός με τη μικρή σφαίρα αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση της ΙΙ, χωρίς αρχική γωνιακή ταχύτητα. Φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση Ι, συγκρούεται με ακίνητο σφαιρίδιο, μάζας $m_1 = \frac{M}{2}$, που είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους ℓ και το άλλο άκρο στερεωμένο στο Ο. Το σύστημα δοκού - σφαίρας μετά την κρούση παραμένει ακίνητο.

Γ4. Βρείτε την ταχύτητα της σφαίρας μάζας αμέσως μετά την κρούση.

Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.

Εσπερ. 2012

9. Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M = 2\sqrt{2}$ kg και ακτίνας $R = 0{,}1$m, είναι προσδεδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100 \frac{N}{m}$ στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^o$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση $d = \frac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμ

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

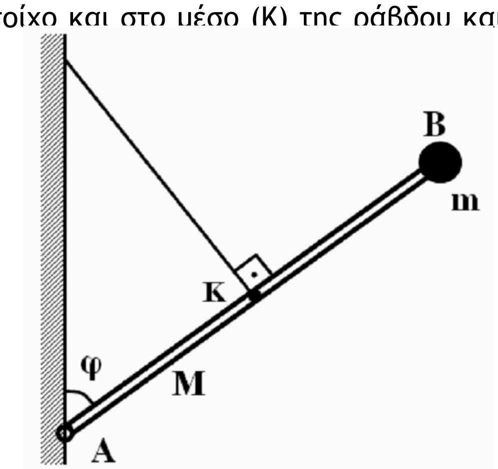
Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

Γ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα s = 0,3$\sqrt{2}$ m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I=\frac{1}{12}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10 $\frac{m}{s^2}$, ημ45^0= $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2012

10. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ = 3 m και μάζα M = 6 kg έχει στο ένα άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας m =1 kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία φ με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (Κ) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

Γ1. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στη ράβδο.

Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος, χωρίς τριβές.

Να υπολογίσετε:

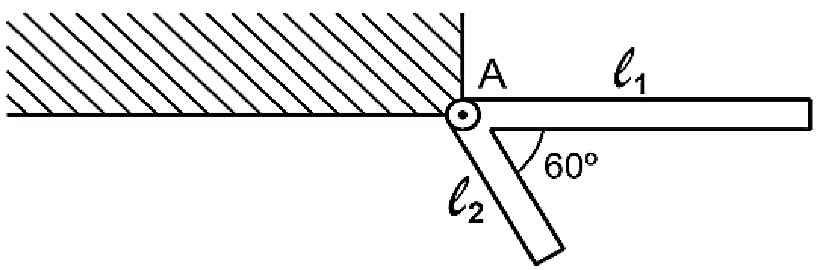
Γ3. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

Γ4. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β της ράβδου όταν αυτή γίνει οριζόντια για πρώτη φορά.

Δίνονται: συνφ=0,8, ημφ=0,6, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής $I_A = \frac{1}{3}ML^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10 $\frac{m}{s^2}$.

Ομογ. 2012

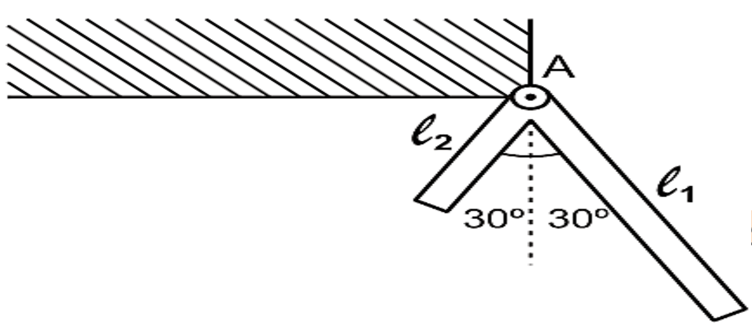
11. Δύο ράβδοι είναι συνδεδεμένες στο άκρο τους Α και σχηματίζουν σταθερή γωνία 60^0 μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7. Οι ράβδοι είναι διαφορετικές μεταξύ τους, αλλά κάθε μία είναι ομογενής. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άρθρωση, που είναι στερεωμένη σε τοίχο, στο άκρο Α, χωρίς τριβές. Το σύστημα αφήνεται να περιστραφεί υπό την επίδραση της βαρύτητας από τη θέση του Σχήματος 7, όπου η ράβδος ℓ_1 είναι οριζόντια, με αρχική ταχύτητα μηδέν.



Σχήμα 7

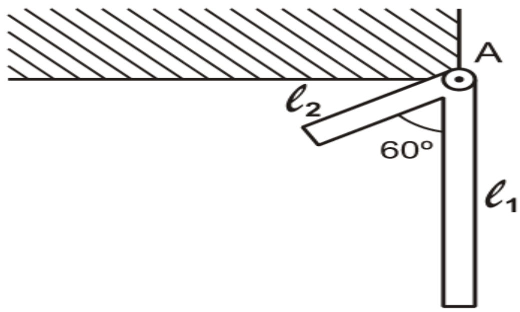
Δίνεται ότι τα μήκη των δύο ράβδων είναι ℓ_1 = 4 m και ℓ_2 = 2 m, ενώ η μάζα της ράβδου ℓ_2 είναι m_2 = 10 kg.

Γ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα αποκτά τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα τη χρονική στιγμή που οι δύο ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 8**.



Σχήμα 8

Γ2. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 της ράβδου μήκους ℓ_1, εάν το σύστημα σταματά στιγμιαία, όταν η ράβδος μήκους ℓ_1 φτάνει στην κατακόρυφη θέση που φαίνεται στο **Σχήμα 9**.



Σχήμα 9

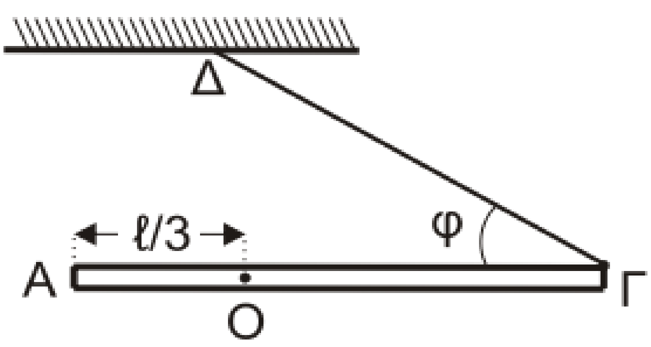
Γ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος των δύο ράβδων του ερωτήματος **Γ2** στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Γ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου μήκους ℓ_2 του ερωτήματος **Γ2** στη θέση που απεικονίζεται στο **Σχήμα 9**.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2, η ροπή αδρανείας ράβδου μήκους ℓ και μάζας m που περιστρέφεται γύρω από το άκρο της Α, $I_A = \frac{1}{3}ml^2$ και ότι $\sqrt{3}$ = 1,7 (προσεγγιστικά).

Επαν. Ημερ. 2015

11. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 1,2m και μάζας M = 1 kg μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο σε απόσταση ℓ / 3 από το άκρο Α της ράβδου. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία φ = 30^o με τη ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ, όπως στο σχήμα.



Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα.

Γ2. Να υπολογίσετε

α. τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.

β. τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία κόβεται το νήμα.

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του άκρου Γ της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

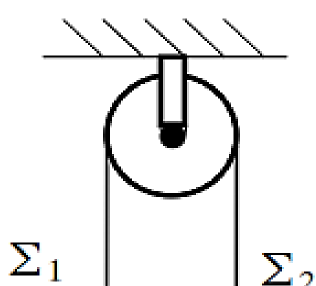
Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου τη χρονική στιγμή που σχηματίζει γωνία 30^o με την κατακόρυφο, μετά τη διέλευσή της για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: η ροπή αδρανείας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}Ml^2$,

η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2, ημ$30^0 = \frac{1}{2}$, συν$30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

12. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M = 4kg και ακτίνα R = 0,1m και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζες m_1 = 2kg και m_2 = 1kg αντίστοιχα και είναι δεμένα στα άκρα αβαρούς σχοινιού που διέρχεται από το αυλάκι της τροχαλίας. Αρχικά, τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ διατηρούνται ακίνητα και τα κέντρα μάζας τους βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 τα σώματα αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν.



Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 τη χρονική στιγμή t_1 = 3s.

Γ3. Να υπολογίσετε τον αριθμό περιστροφών της τροχαλίας μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 3s.

Γ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των σωμάτων Σ_1, Σ_2 και τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2}MR^2$.
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.

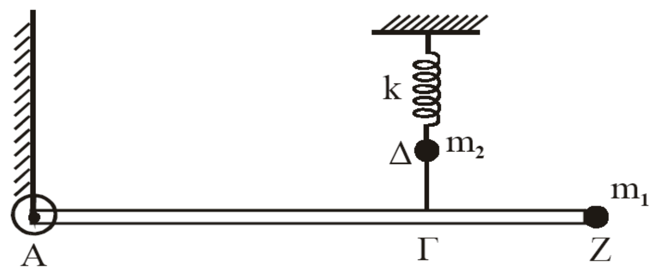
Να θεωρήσετε ότι:

- Μεταξύ σχοινιού και τροχαλίας η τριβή είναι μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- Το μήκος του σχοινιού παραμένει σταθερό.
- Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φθάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Ομογ. 2016

Προβλήματα 4^{ου} Θέματος

1. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος L = 4m, μάζα M = 3kg και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας m_1 = 0,6kg και αμελητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας m_2 = 1kg, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 $\frac{N}{m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με 2,8m. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις.



Α. Να υπολογίσετε:
Α.1 τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου m_1 ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της διάταξης
Α.2 το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Β. Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1, υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. Να υπολογίσετε:

Β.1 το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Β.2 το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Ζ, τη στιγμή που η ράβδος περνάει από την κατακόρυφη θέση.

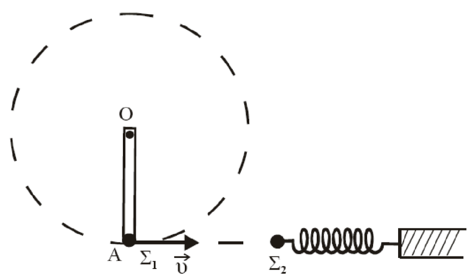
Δίνονται: g = 10 $\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της: I_{cm}= $\frac{1}{12}$ ML^2,
π = 3,14.

Ημερ. 2003

2. Ομογενής στερεά ράβδος ΟΑ, μήκους L=2 m και μάζας M = 0,3 kg μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα (χωρίς τριβές) στο οριζόντιο επίπεδο, περί κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σταθερό σημείο Ο. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σφαιρίδιο Σ_1 μάζας m = 0,1 kg, και το σύστημα ράβδου και σφαιριδίου Σ_1 περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = 1\ \frac{rad}{s}$.

Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται δεύτερο σφαιρίδιο Σ_2, ίσης μάζας με το Σ_1, προσδεμένο στο άκρο αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς k = 20 $\frac{N}{m}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι οριζόντιος και εφάπτεται της κυκλικής τροχιάς του σφαιριδίου Σ_1 (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Οι διαστάσεις των σφαιριδίων είναι αμελητέες.

Όταν η ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ του σφαιριδίου Σ_1 έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, το σφαιρίδιο Σ_1 αποκολλάται από τη ράβδο και κινούμενο ευθύγραμμα συγκρούεται με το σφαιρίδιο Σ_2 με το οποίο ενσ



Να βρείτε:

α. Τη στροφορμή του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

β. Το μέτρο υ της ταχύτητας του σφαιριδίου τη στιγμή που αποκολλάται από τη ράβδο.

γ. Την περίοδο T της ταλάντωσης του συστήματος ελατηρίου-συσσωματώματος Σ_1 και Σ_2.

δ. Το πλάτος της ταλάντωσης αυτής.

(Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο, $I_0 = \frac{1}{3} ML^2$ και π = 3,14).

Εσπερ. 2003

3. Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας m=10 kg και ακτίνας R=0,1 m κυλίεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με ημφ=0,56. Τη χρονική στιγμή t=0 το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_0=8\ \frac{m}{s}$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

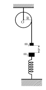
α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή t=0.
β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.
γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.
δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I = \frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2004

4. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος ακτίνας R=0,2m και μάζας M=3kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Σώμα Σ_1 μάζας m_1=1kg είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος το οποίο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια της τροχαλίας. Αρχικά το σύστημα είναι ακίνητο.
Κάτω από το σώμα Σ_1 και σε απόσταση h βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 3kg το οποίο ισορροπεί στερεωμένο στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 200 η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος.

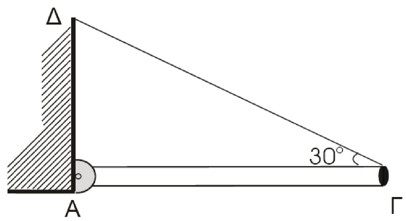
Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα τροχαλίας-σώματος Σ_1 να κινηθεί.
Μετά από χρόνο t = 1s το σώμα Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_2, ενώ το νήμα κόβεται. Το συσσωμάτωμα εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση στην κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:
α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα Σ_1 μέχρι την κρούση.
β. την κινητική ενέργεια της τροχαλίας μετά την κρούση.
γ. το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.
δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, τη στιγμή που απέχει από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης απόσταση x = 0,1 m.
Να θεωρήσετε ότι το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της: $I =$  $\frac{1}{2}MR^2$

και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2004

5. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1m και βάρος 30N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Α. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Β. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Γ και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

1. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που αυτή σχηματίζει γωνία 60° με την αρχική της θέση.

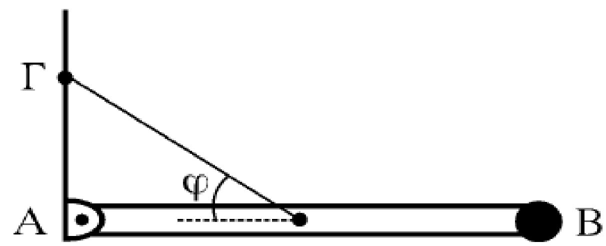
3. Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

Δίνονται : η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή είναι $I_A = 1\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

ημ 30° = συν 60° = $\frac{1}{2}$, συν30° = ημ60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ομογ. 2004

6. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος ℓ =1m και μάζα M=6kg, έχει στο άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα m =2kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία φ=30° με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας.



Α. Να υπολογίσετε:

Α.1. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Α.2. Τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου- σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Β. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και η ράβδος μαζί με το σώμα που είναι στερεωμένο στο άκρο της, αρχίζει να περιστρέφεται στο επίπεδο του σχήματος. Θεωρώντας τις τριβές αμελητέες να υπολογίσετε το μέτρο:

Β1. Της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος ράβδου-σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής, μόλις κόβεται το νήμα.

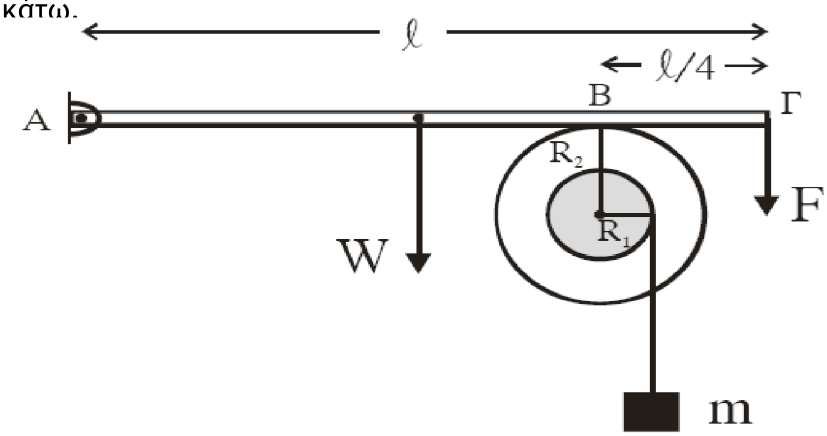
Β2. Της ταχύτητας του σώματος στο άκρο της ράβδου, όταν αυτή φτάνει στην κατακόρυφη θέση.

Δίνονται: i. Για τη ράβδο η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής της: $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$,

ii. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2005

7. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα M=3kg έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω.



Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R_1=0,1m και R_2=0,2m, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων.
Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι I=0,09 kgm^2. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας m=1kg.

α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να

υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m, όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Να θεωρείσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους 0,5m. Δίνεται g=10 $\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2006

8. Ομογενής ράβδος μήκους ℓ = 2m και μάζας M = 3kg είναι αναρτημένη από οριζόντιο άξονα Α, γύρω από τον οποίο μπορεί να περιστραφεί σε κατακόρυφο επίπεδο. Στον ίδιο άξονα Α είναι δεμένο αβαρές νήμα με το ίδιο μήκος ℓ, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σφαιρίδιο μάζας m=0,5kg. Αρχικά το νήμα είναι τεντωμένο στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και το σφαιρίδιο βρίσκεται σε ύψος h = 0,8m πάνω από το κατώτερο σημείο της ράβδου.

Στη συνέχεια το σφαιρίδιο αφήνεται ελεύθερο και προσκρούει στο άκρο της ράβδου. Μετά την κρούση το σφαιρίδιο ακινητοποιείται. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες.

Να βρείτε:

α. Την ταχύτητα του σφαιριδίου λίγο πριν την κρούση.

β. Τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

γ. Τη γραμμική ταχύτητα του κέντρου μάζας Κ της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

δ. Το ποσό της μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική κατά την κρούση.

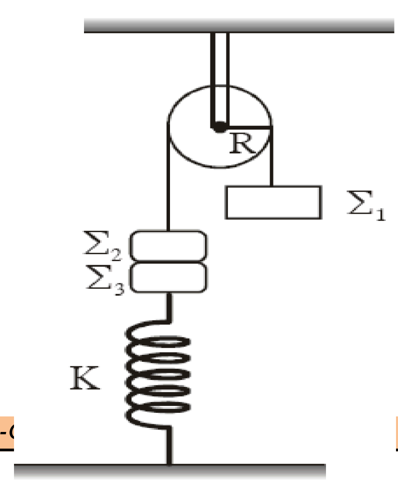
ε. Τη μέγιστη ανύψωση του κέντρου μάζας της ράβδου.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$. Επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2006

9. Τροχαλία μάζας M = 6kg και ακτίνας R = 0,25m μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.

Γύρω από την τροχαλία υπάρχει αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στα άκρα του νήματος υπάρχουν σε κατακόρυφη θέση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 = 4kg και m_2 = 1kg αντίστοιχα. Το σώμα Σ_2 είναι κολλημένο με σώμα Σ_3 μάζας m_3 = 1kg, το οποίο συγκρατείται από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100 \frac{N}{m}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή, την οποία θεωρούμε ως χρονική στιγμή μηδέν (t_0 = 0), τα σώματα Σ_2 και Σ_3 αποκολλώνται και το Σ_3 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου.



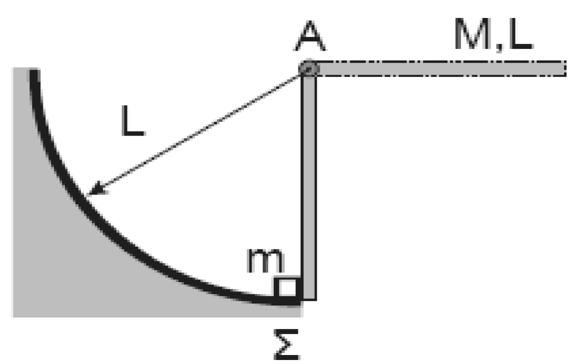
α. Να υπολογιστεί το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $Σ_3$.
β. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος $Σ_3$ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά, τη φορά προς τα επάνω.

γ. Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας μετά την αποκόλληση των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$.
δ. Να υπολογιστεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή $t = 0{,}1$ s.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I = \frac{1}{2}MR^2$, η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση και $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2006

10. Ομογενής ράβδος μήκους L=0,3m και μάζας M=1,2kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Αρχικά την κρατούμε σε οριζόντια θέση και στη συνέχεια την αφήνουμε ελεύθερη. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.



α. Να βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη.

β. Να βρείτε τη στροφορμή της ράβδου όταν φθάσει σε κατακόρυφη θέση.
Τη στιγμή που η ράβδος φθάνει στην κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της ράβδου συγκρούεται ακαριαία με ακίνητο σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων που έχει μάζα m=0,4 kg. Μετά την κρούση

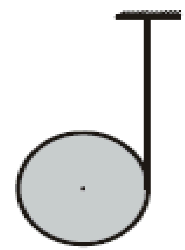
το σώμα κινείται κατά μήκος κυκλικού τόξου ακτίνας *L*, ενώ η ράβδος συνεχίζει να κινείται με την ίδια φορά. Δίνεται ότι η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αμέσως μετά την κρούση είναι $\frac{\omega}{5}$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητά της αμέσως πριν την κρούση.

γ. Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.
δ. Να βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα Α $I = \frac{1}{3}ML^2$ και g = 10 $\frac{m}{s^2}$.

Ημερ. 2007

11. Στο γιο γιό του σχήματος που έχει μάζα M=6kg και ακτίνα *R*=0,1m, έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει.

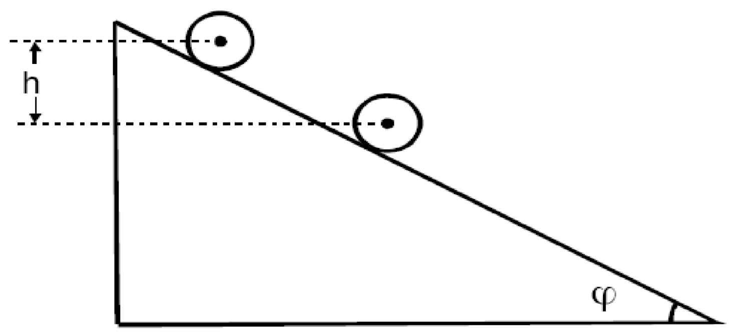


Όταν αυτό έχει κατέβει κατά *h* = $\frac{5}{3}$ m αποκτά μεταφορική ταχύτητα $υ_{cm}$=5m/s.
Να βρείτε:
Α. Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.
Β. Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.
Γ. Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.
Δ. Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται: *g* = 10 $\frac{m}{s^2}$.

Εσπερ. 2007

12. Ένας ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας *M* = 2kg και ακτίνας *R* = 0,2m αφήνεται να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης *φ*, με ημ*φ* = 0,6, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου καθώς αυτός κυλίεται.

β. το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής που ασκείται στον κύλινδρο από το πλάγιο επίπεδο.

γ. το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου κατά τον άξονά του, όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από το σημείο που αυτός αφέθηκε ελεύθερος είναι h_1 = 4,8m.

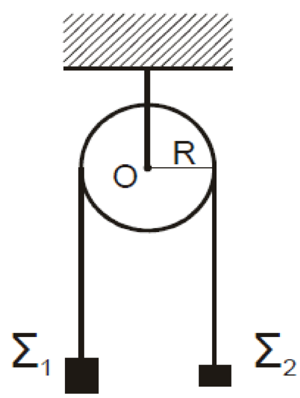
δ. το πλήθος των περιστροφών που εκτελεί ο κύλινδρος από τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερος μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά h_2 = 2,4π m.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Ομογ. 2007

13. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα M = 6 kg και ακτίνα R = 0,3 m. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν αντίστοιχα μάζες m_1 = 5 kg και m_2 = 2 kg.

Η τροχαλία και τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των $Σ_1$, $Σ_2$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.



Τη χρονική στιγμή t = 0 το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία θα κινηθούν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.

β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας.

γ. το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, τη χρονική στιγμή t_1=2s.

δ. τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των Σ_1 , Σ_2 θα είναι h = 3m.

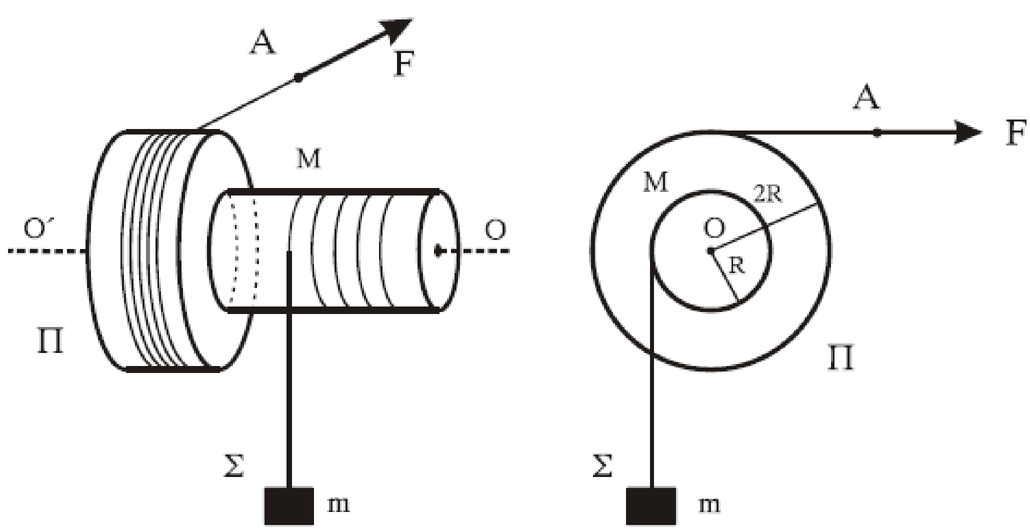
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

Ομογ. 2008

14. Στερεό Π μάζας M = 10kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου R = 0,2m, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας m = 20kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R.

Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F.



α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο Α του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία, έτσι ώστε να γίνει F = 115N.

β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ.

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά h = 2m, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

δ. Τη μετατόπιση του σημείου Α από την αρχική του θέση.

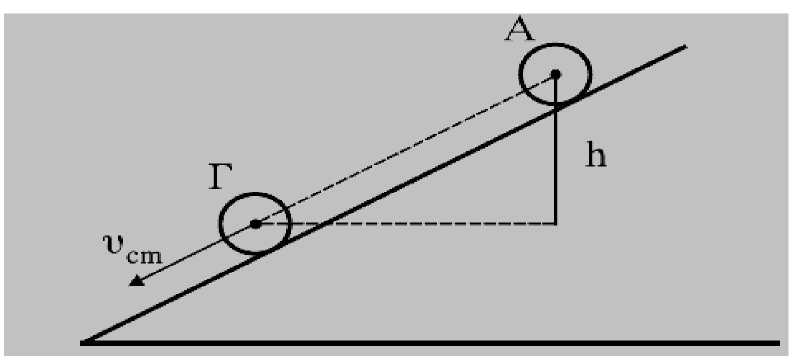
ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h.

Δίνεται: g = 10 $\frac{m}{s^2}$. Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

Ημερ. 2009

15. Ομογενής και συμπαγής κύλινδρος μάζας m = 5kg και ακτίνας R = 0.2m αφήνεται από την ηρεμία (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει κατακόρυφη μετατόπιση h (θέση Γ), η ταχύτητα του κέντρου μάζας του είναι υ_{cm} = 8 $\frac{m}{s}$.



Να υπολογίσετε:

α. Τη γωνιακή ταχύτητα ω του κυλίνδρου στη θέση Γ.

β. Τη στροφορμή του κυλίνδρου στη θέση Γ.

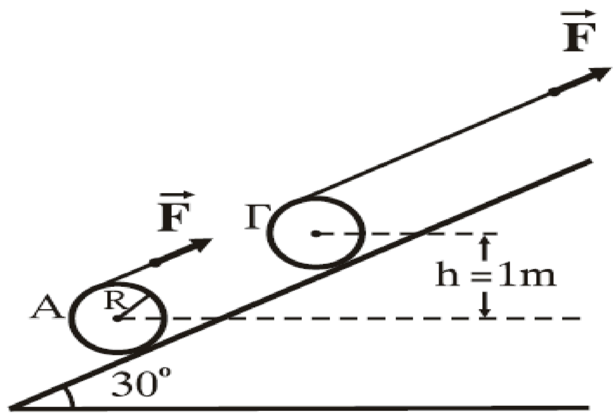
γ. Την κατακόρυφη μετατόπιση h.

δ. Τον λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

Δίνεται: $g = 10\,\frac{m}{s^2}$, Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$.

Εσπερ. 2009

16. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας M = 40kg και ακτίνας R = 0,2m, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30°, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F, ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη F = 130N, όπως στο σχήμα:

β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται h = 1m ψηλότερα από τη θέση Α.

δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης *F* κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας g =10 $\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2} MR^2$,   ημ30= $\frac{1}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2009

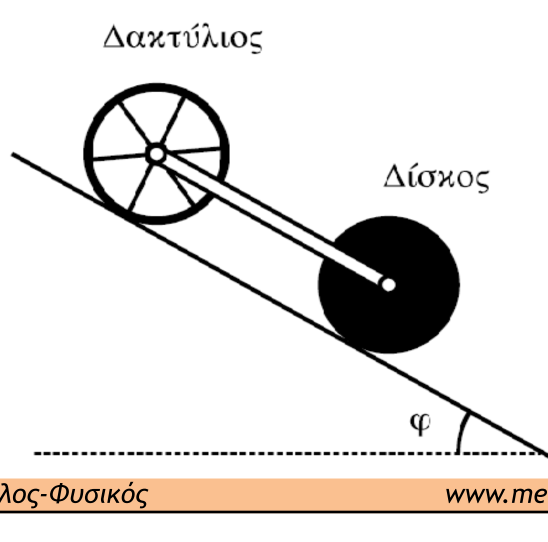
17. Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας m =2kg και ακτίνας r =1m. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ =30° ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση x =2m σε χρόνο t=1s.

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

β. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας *M* και ίδιας ακτίνας *R*. Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1 = \frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2 = MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



γ. Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

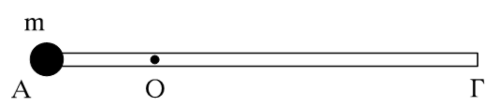
δ. Αν η μάζα κάθε στερεού είναι M =1,4kg, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Να σχεδιάσετε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Δίνονται: g=10 $\frac{m}{s^2}$, ημ30°= $\frac{1}{2}$.

Ημερ. 2010

18. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο της ράβδου. Η απόσταση του σημείου Ο από το Α είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο Α της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου F = 20N.

α. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M.

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

β. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $a_{γων}$ = 3,75 $\frac{rad}{s^2}$.

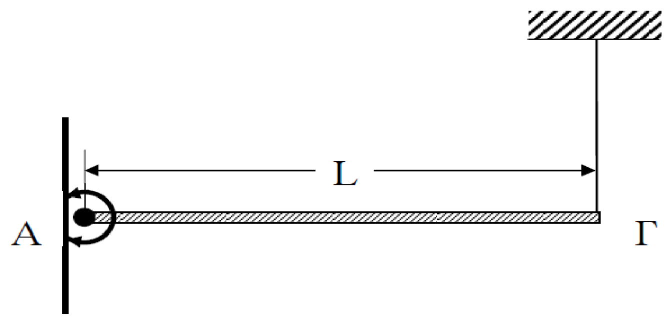
γ. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας *m* προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

δ. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε ημφ = 0,3.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας g = 10 $\frac{m}{s^2}$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$.

Επαν. Ημερ. 2010

19.



Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους *L*=1m και μάζας *M*=3kg ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.

Κάποια στιγμή κόβουμε το σχοινί και η ράβδος αφήνεται να περιστραφεί γύρω από την άρθρωση χωρίς τριβές.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σ' αυτή, είναι: $I_{cm} = \frac{1}{12} ML^2$ και g=10 $\frac{m}{s^2}$.

Να υπολογίσετε:

α. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί.

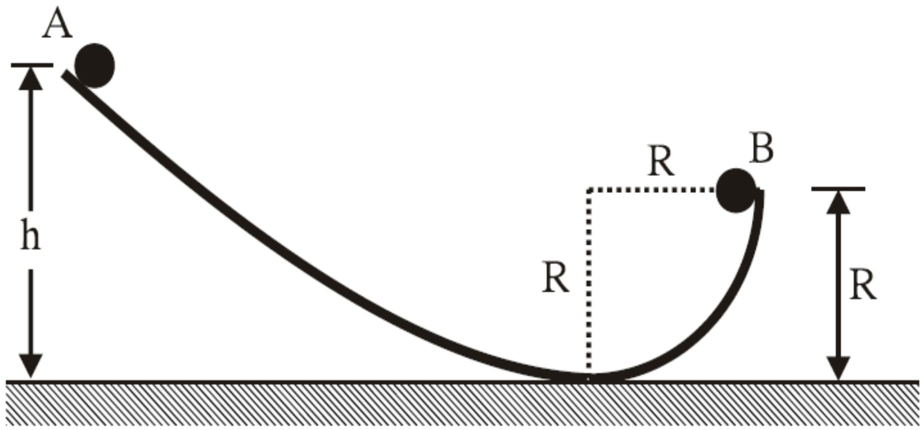
β. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή που κόβεται το σχοινί και η ράβδος είναι οριζόντια.

γ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου στην κατακόρυφη θέση της.

δ. το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής στην κατακόρυφη θέση της.

Επαν. Εσπερ. 2010

20. Μια μικρή σφαίρα μάζας m=1kg, ακτίνας r=0,02m και ροπής αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{2}{5}mr^2$, αφήνεται από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h=9m πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σφαίρα διέρχεται από το σημείο Β του οδηγού, το οποίο απέχει απόσταση R=2m από το οριζόντιο επίπεδο, να υπολογίσετε:

α. τη ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλος προς τον άξονα περιστροφής της.

β. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας.

γ. το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

δ. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το κέντρο μάζας της σφαίρας, από το σημείο Β.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

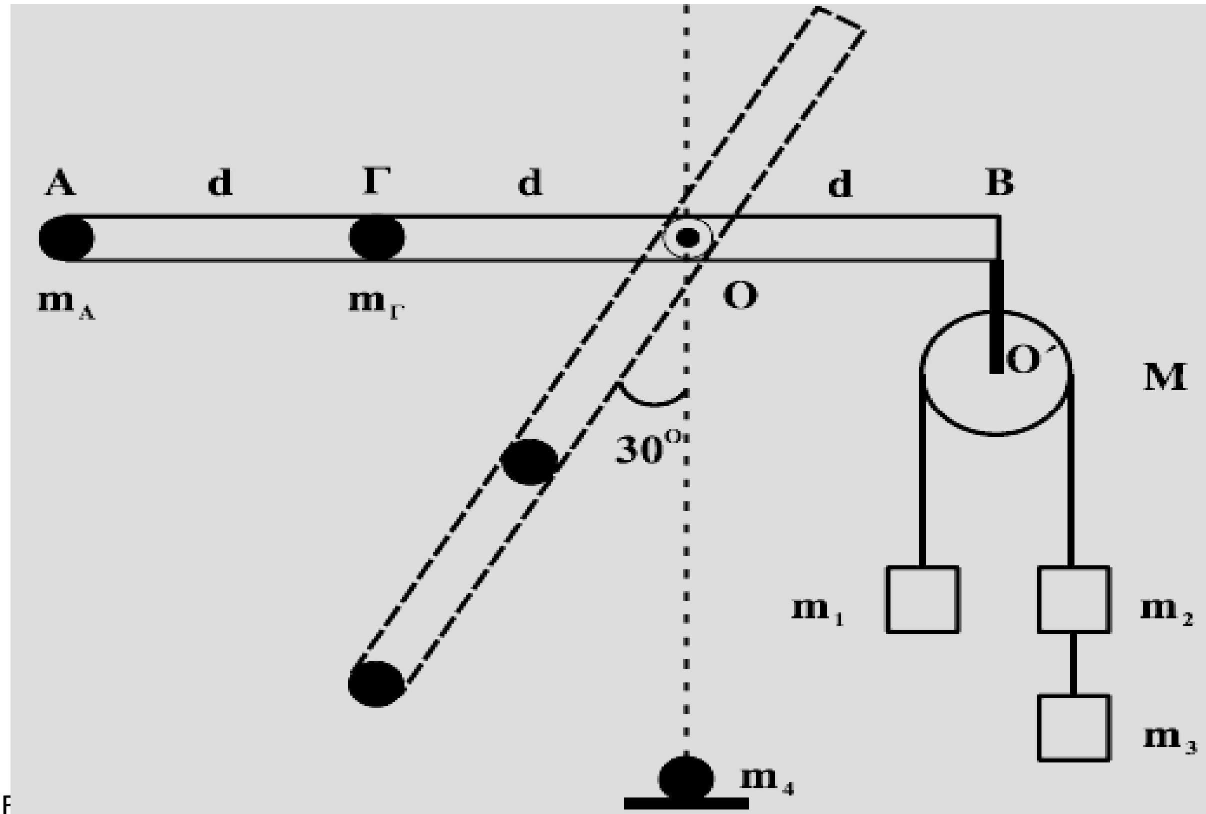
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Ομογ. 2010

21. Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A=1 kg και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα m_Γ=6 kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας M=4 kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1=2 kg, m_2=m_3=1 kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄.

α. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Κόβουμε το Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.



β. Ε

κατακόρυφο.

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα m_4=5 kg.

γ. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m.

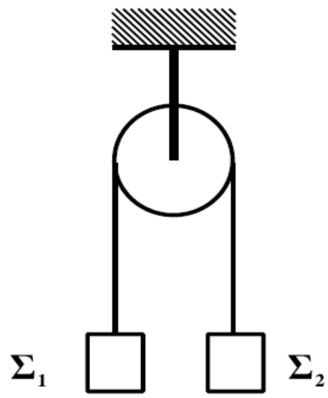
δ. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m, ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: g=10 m/s^2, ημ30°=1/2, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

Ημερ. 2011

22. Η τροχαλία του σχήματος είναι ομογενής με μάζα m=4 kg και ακτίνα R=0,5m. Τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζες m_1=2 kg και m_2=1 kg αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα στο ίδιο ύψος. Κάποια στιγμή (t_0=0) αφήνονται ελεύθερα.



Να βρείτε:

α. Το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσουν τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$.

β. Τα μέτρα των τάσεων των νημάτων.

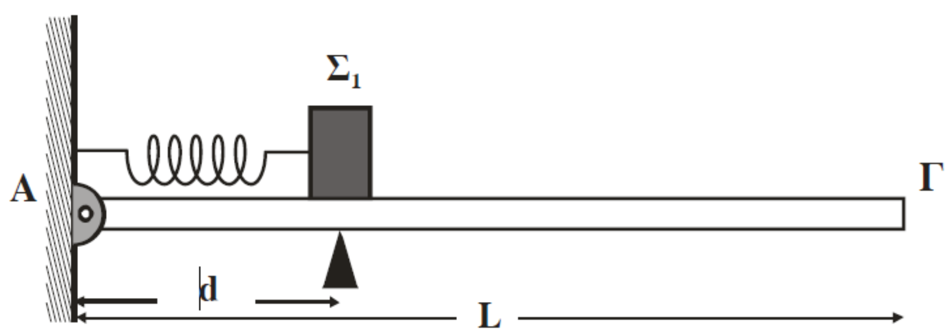
γ. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή t=2 s.

δ. Την κινητική ενέργεια του συστήματος, τη στιγμή που το κάθε σώμα έχει μετατοπιστεί κατά h=3 m.

Δίνεται: g=10m/s^2. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της είναι $I=\frac{1}{2}mR^2$. Τα νήματα δεν ολισθαίνουν στην τροχαλία.

Εσπερ. 2011

23. Λεία οριζόντια σανίδα μήκους L=3m και μάζας M=0,4Kg αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση d=1m από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς K=100N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1Kg. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$.



Το κέντρο μάζας του σώματος $Σ_1$ βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα $Σ_1$ σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=40N με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα $Σ_1$ διανύσει απόσταση s=5cm, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα $Σ_1$.

β. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα $Σ_2$ μάζας m_2=1Kg με ταχύτητα $υ_2 = 2\sqrt{3}\frac{m}{s}$.

Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος $Σ_1$ είναι x_1, όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα $Σ_1$ μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

γ. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1.

δ. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας g = 10m/s^2.

Επαν. Ημερ. 2011

24. Ομογενής δίσκος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,1m είναι ακίνητος πάνω σε πλάγιο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ=30^0$ με τον άξονά του οριζόντιο. Γύρω από το δίσκο είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές και μη ελαστικό νήμα. Στην ελεύθερη άκρη του νήματος ασκείται σταθερή δύναμη μέτρου F_1 με διεύθυνση παράλληλη προς την επιφάνεια του πλάγιου επιπέδου και με φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο δίσκος από το πλάγιο επίπεδο.

Αντικαθιστούμε τη δύναμη F_1 με δύναμη F_2 ίδιας κατεύθυνσης με την F_1 και μέτρου F_2 =7N, με αποτέλεσμα ο δίσκος να αρχίσει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει προς τα κάτω. Το νήμα τυλίγεται γύρω από το δίσκο χωρίς να ολισθαίνει.

β. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς και τη νέα τιμή της στατικής τριβής.

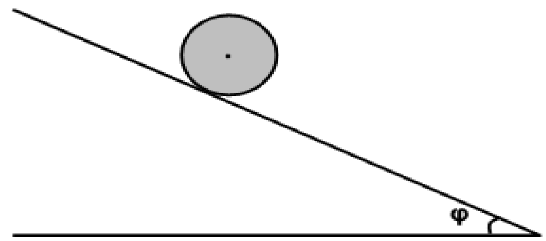
γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σημείου εφαρμογής της F_2 τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_1 =10 rad/s.

δ. Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το κέντρο μάζας του δίσκου από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

Δίνονται: ημ30^0= $\frac{1}{2}$, η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10 m/s^2 και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του I= $\frac{1}{2}mR^2$.

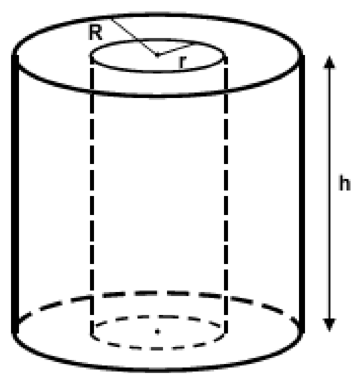
Ομογ. 2011

25. Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R. Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα:



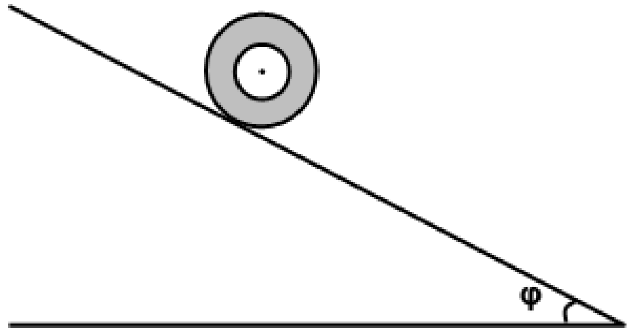
Δ1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Δ2. Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h, αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r = $\frac{R}{2}$ και μάζας m = $\frac{M}{4}$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα.



Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονά του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος.

Ο κοίλος κύλινδρος που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



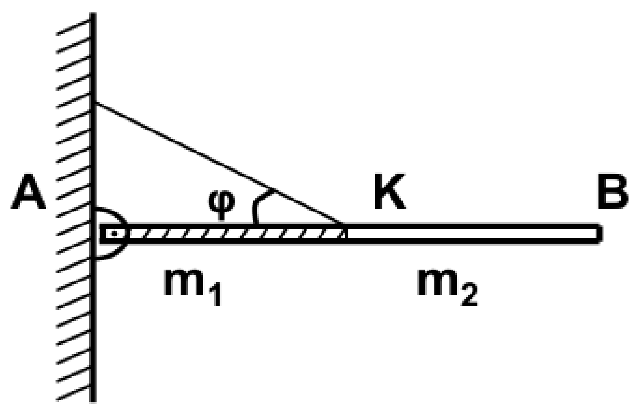
Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δ4. Να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του κοίλου κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R, ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I = \frac{1}{2}MR^2$.

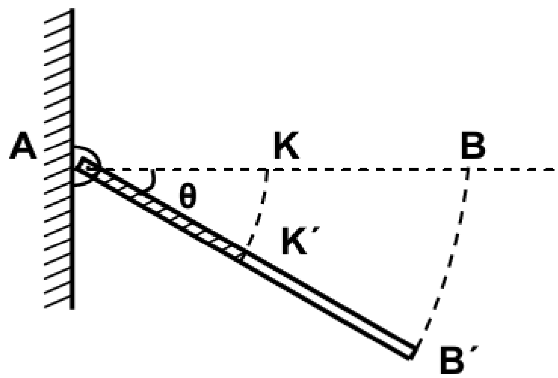
Ημερ. 2013

26. Μια ισοπαχής δοκός ΑΒ αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα ΑΚ και ΚΒ, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5.m_2$ και $m_2 = 0,5$ kg, αντίστοιχα. Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο Κ, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό ΑΒ μήκους $L = 1$ m. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της Α να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της Κ συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τη δοκό.



Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.



Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία *θ*, που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση (0° ≤ θ< 90°).

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β΄ της ράβδου ($\upsilon_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία *θ*.

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία *θ* = 30°, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ΄ της ράβδου.

Δ4. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας *g* = 10 m/s^2, ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας *m* και μήκους *L* ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,

ημ30^0 = $\frac{1}{2}$, συν30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Επαν. Ημερ. 2013

27. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ= 1,5 m και μάζας Μ μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβή γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο σε αυτή, ο οποίος διέρχεται από σημείο Κ της ράβδου και απέχει από το άκρο Γ απόσταση *d* = $\frac{\ell}{6}$. Στο άκρο Γ τοποθετούμε σώμα μάζας *m* = 3,2 kg αμελητέων διαστάσεων και το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση.

Να υπολογίσετε:

Δ1. τη μάζα *Μ* της ράβδου και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα.

Δ2. τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος - σώμα ως προς τον άξονα περιστροφής.

Απομακρύνουμε το σώμα μάζας *m* και τη στιγμή $t = 0$ αφήνουμε τη ράβδο ελεύθερη να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

Δ3. το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη στιγμή $t = 0$.

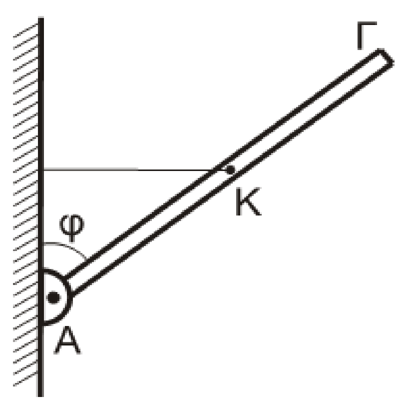
Δ4. το μέτρο της στροφορμής της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει με την αρχική της οριζόντια θέση γωνία φ (ημφ= 0,7) για πρώτη φορά.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s^2.

Ομογ. 2013

28. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $\ell = 2$ m και μάζας $M = 5{,}6$ kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

Δίνεται: ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.



Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη F που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας $m = 0{,}4$ kg και ακτίνας $r = \frac{1}{70}$ m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

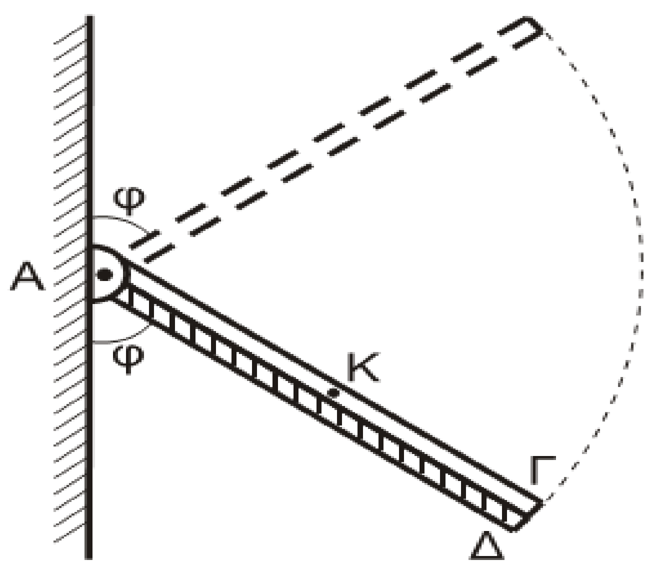
Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους $\ell' = \ell$ και μάζας $M' = 3M$ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία *φ* με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα.



Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = \frac{1}{3}M\ell^2$,
- Η ροπή αδράνειας $I_{σφ}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{σφ} = \frac{2}{5}mr^2$,
- $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Ημερ. 2014

29. Λεπτή, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell = 1$ m και μάζας $M = 3$ kg, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από σημείο Ο αυτής, είναι κάθετος στη ράβδο και απέχει από το άκρο της Β απόσταση ΟΒ = $d = \frac{l}{4}$.

σχήμα 1

Στο μέσο Κ της ράβδου και στο άκρο της Α στερεώνουμε δύο σφαιρίδια μάζας m_1 και m_2 αντίστοιχα, όπου $m_1 = m_2 = 1$ kg. Δίνοντας κατάλληλη ώθηση το σύστημα περιστρέφεται και χτυπά σε κατακόρυφο τοίχο με το άκρο Α, τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία θ, τέτοια ώστε ημ$\theta = 0{,}83$ (σχήμα 1).

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου - σφαιριδίων ως προς τον άξονα περιστροφής.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω_2 του συστήματος ράβδου – σφαιριδίων αμέσως μετά την κρούση, ώστε αυτό να εκτελέσει οριακά ανακύκλωση.

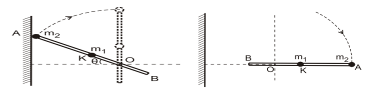
Δ3. Κατά την κρούση με τον τοίχο, το ποσοστό απωλειών της κινητικής ενέργειας είναι το 75% της κινητικής ενέργειας του συστήματος ράβδου-σφαιριδίων πριν την κρούση. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κατά την κρούση.

Δ4. Όταν το σύστημα ράβδου - σφαιριδίων περνά από την οριζόντια θέση για πρώτη φορά, να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του σφαιριδίου m_2 ως προς τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Ο (σχήμα 2).

σχήμα 2

Δίνονται:

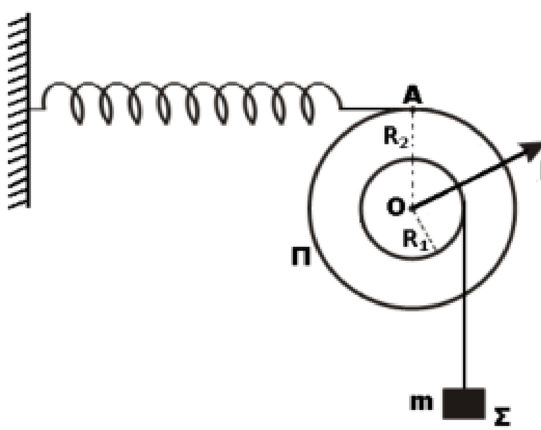
- επιτάχυνση βαρύτητας g = 10 m/s^2,
- ροπή αδράνειας I_{cm} λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή



$$I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$$.

Επαν. Ημερ. 2014

30. Δύο συγκολλημένοι ομοαξονικοί κύλινδροι με ακτίνες R_1 και $R_2 = 2R_1$ αποτελούν το στερεό **Π** του σχήματος. Το στερεό έχει μάζα M = 25 kg, ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του I=1 kg.m^2 και R_1 = 0,2 m. Το στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονά του, χωρίς τριβές. Το σώμα **Σ** μάζας m = 50 kg κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο πολλές φορές στον κύλινδρο ακτίνας R_1. Με τη βοήθεια οριζόντιου ελατηρίου το σύστημα ισορροπεί όπως στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

Δ2. Να υπολογίσετε τη δύναμη (μέτρο, κατεύθυνση) που ασκεί ο άξονας στο στερεό. Τη χρονική στιγμή t_0=0 κόβεται το ελατήριο στο σημείο Α και το στερεό αρχίζει να στρέφεται.

Δ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού την χρονική στιγμή t=0,9 s.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

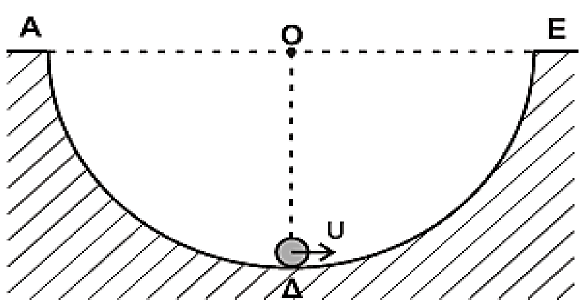
Ομογ. 2014

31. Από το εσωτερικό άκρο Α ενός ημισφαιρίου ακτίνας R = 1,6 m αφήνεται να κυλήσει μία συμπαγής μικρή σφαίρα μάζας m = 1,4 Kg και ακτίνας $r = \frac{R}{8}$. Το ημισφαίριο είναι βυθισμένο στο έδαφος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, και η κίνηση της σφαίρας γίνεται χωρίς ολίσθηση

Δ1. Να εκφράσετε τη στατική τριβή T_s που ασκείται στη σφαίρα σε συνάρτηση με το συνημίτονο της γωνίας $φ$ που σχηματίζει η ακτίνα ΟΓ του ημισφαιρίου με την ευθεία ΑΕ της επιφάνειας του εδάφους.

Δ2. Να υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που ασκεί η ημισφαιρική επιφάνεια στη σφαίρα όταν αυτή βρίσκεται στο σημείο Γ όπου $φ = 30^o$ (Σχήμα 3).

Μια άλλη σφαίρα, όμοια με την προηγούμενη, εκτοξεύεται από το κατώτατο σημείο Δ του ημισφαιρίου με ταχύτητα $υ$ = 6 m/s και κυλίεται χωρίς ολίσθηση στο εσωτερικό του με κατεύθυνση το άκρο Ε (Σχήμα 4).



Σχήμα 4

Δ3. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που θα φτάσει η σφαίρα κατά την κίνησή της .

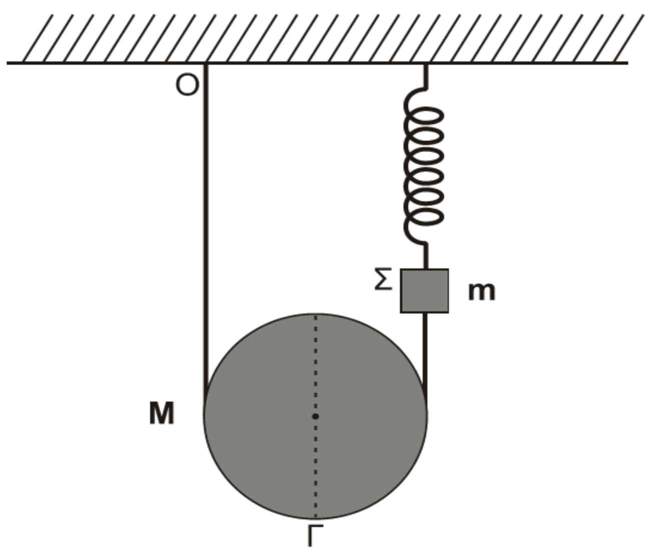
Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας και το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας, αμέσως μόλις αυτή χάσει την επαφή με την επιφάνεια του ημισφαιρίου στο σημείο Ε .

Δίνονται: ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας $I_{cm} = \frac{2}{5}mr^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.

Ημερ. 2015

32. Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή Ο και η άλλη στο σώμα Σ, το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς Κ = 40 N/m , που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 10**.

Η μάζα της τροχαλίας είναι M =1,6 kg, η ακτίνα της R = 0,2 m. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας της δίνεται από σχέση $\mathrm{I} = \frac{1}{2}\mathrm{M}R^2$.



Σχήμα 10

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας m = 1,44 kg. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ.

Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα που συνδέει την τροχαλία με το σώμα Σ, και το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η στιγμιαία ταχύτητα του σώματος Σ, για πρώτη φορά, το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση *h*. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση *h* της τροχαλίας.

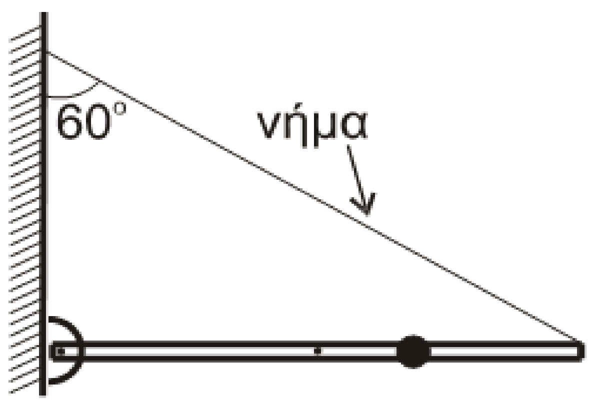
Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ότι η τιμή $t = 0$ αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κόπηκε το νήμα και ότι η φορά απομάκρυνσης του σώματος Σ προς τα πάνω είναι θετική.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κάτω άκρου Γ της τροχαλίας, όταν το κέντρο μάζας της τροχαλίας έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά απόσταση *h*.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, $\pi = \sqrt{10}$ και $\pi^2 = 10$ (προσεγγιστικά).

Επαν. Ημερ. 2015

33. Ομογενής δοκός ΑΓ με μήκος $\ell = 3$ m και μάζα $M = 6$ kg φέρει σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m = 3$ kg στη θέση Δ, για την οποία ισχύει $(ΔΓ) = \ell/3$.



Η δοκός στηρίζεται με το άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα, που σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με τον κατακόρυφο τοίχο και το σύστημα δοκός-σώμα ισορροπεί σε οριζόντια θέση.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος δοκός-σώμα, ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σύστημα αρχίζει να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από άξονα που διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου.

Δ3. Να υπολογίσετε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος τη στιγμή που η ράβδος σχηματίζει γωνία $\theta = 60^o$ με την αρχική οριζόντια θέση της.

Δ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ του σώματος μάζας m τη στιγμή που το σύστημα δοκός-σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

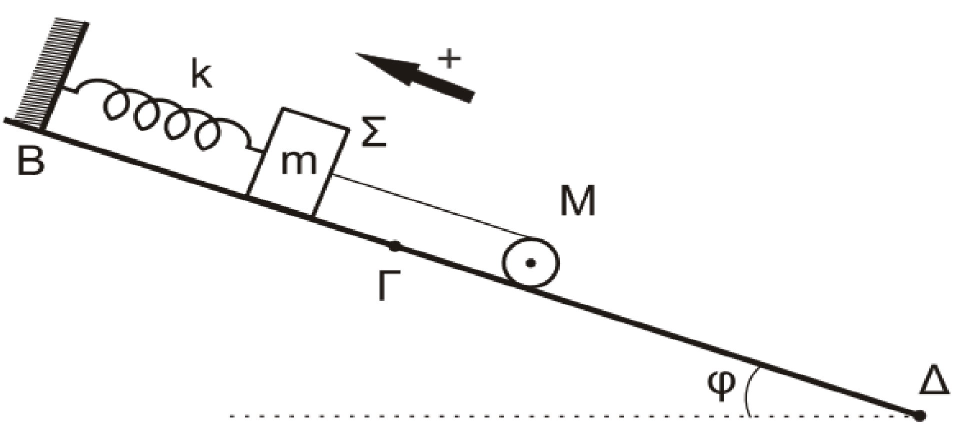
Δίνονται:

- η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{CM} = M\ell^2 / 12$
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$ και
- συν $60^o = 1/2$, ημ$60^o = \sqrt{3}/2$.

Ομογ. 2015

34. Σώμα Σ, μάζας $m = 1kg$, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο.

Ομογενής κύλινδρος μάζας $M = 2kg$ και ακτίνας $R = 0{,}1m$ συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου, όταν θα έχει διαγράψει $N = \frac{12}{\pi}$ περιστροφές κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο.

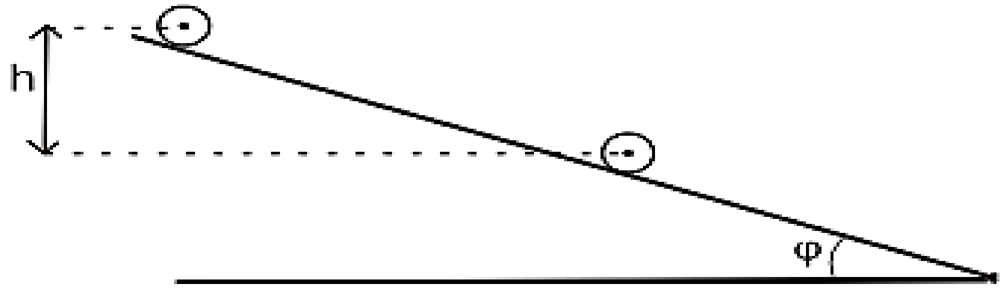
Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, κατά την κίνηση του στο κεκλιμένο επίπεδο, τη χρονική στιγμή $t = 3$s.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{CM} = MR^2/2$.
- ημ30° = $\frac{1}{2}$.

Ημερ. 2016

35. Ομογενής κύλινδρος μάζας $M = 2$Kg και ακτίνας $R = 0{,}1$m αφήνεται να κυλήσει, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30°$. Ο άξονας του κυλίνδρου παραμένει οριζόντιος κατά την κίνησή του, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Να υπολογίσετε:

Δ1. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Δ2. Το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή που έχει εκτελέσει $N = \frac{12}{\pi}$ περιστροφές.

Δ3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου, τη χρονική στιγμή κατά την οποία η κατακόρυφη μετατόπιση του κέντρου μάζας του είναι h = 1,2m.

Δ4. Την ελάχιστη τιμή του συντελεστή της οριακής στατικής τριβής, ώστε να κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.

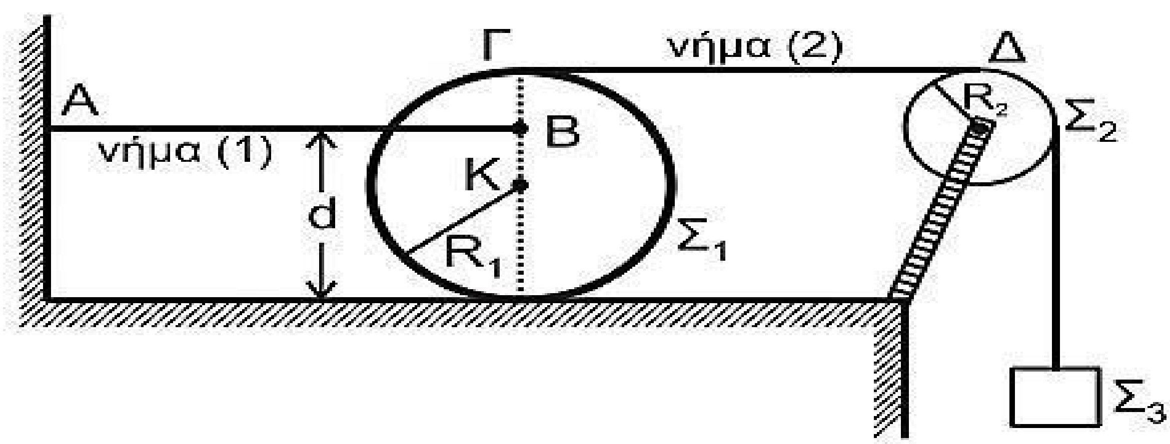
Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I_{cm} = MR^2 / 2$.
- ημ30^o = 1 / 2 και συν30^o = $\frac{3}{2}$.

Εσπερ. 2016

36. Ομογενής δίσκος $Σ_1$ έχει μάζα M_1 = 8 kg και ακτίνα R_1 = 0,2 m. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d = \frac{3}{2} R_1$ από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1).

Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου $Σ_1$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία $Σ_2$, μάζας M_2 = 2 kg και ακτίνας R_2 = 0,1 m. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα $Σ_3$, μάζας M_3 = 1 kg. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα ΓΔ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο $Σ_1$.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 το νήμα (1) κόβεται. Το σώμα Σ3 κατέρχεται με επιτάχυνση. Η τροχαλία $Σ_2$ αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από τον άξονά της και ο δίσκος $Σ_1$ αρχίζει να κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου $Σ_1$.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας $Σ_2$ τη χρονική στιγμή t_1 = 1 s.

Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ για την κίνηση του από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 έως τη χρονική στιγμή t_1 = 1 s.

Δίνονται:

- η ροπή αδρανείας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_1 = \frac{1}{2}M_1R_1^2$
- η ροπή αδρανείας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2$
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.

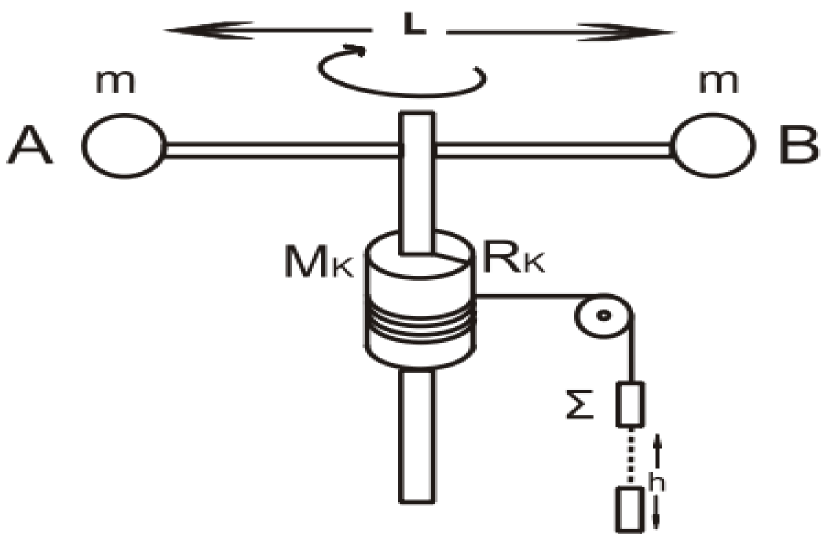
Να θεωρήσετε ότι:

- η τριβή του νήματος (2) τόσο με το δίσκο $Σ_1$, όσο και με την τροχαλία $Σ_2$, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια όλου του φαινομένου, ο δίσκος παραμένει στο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς να συγκρούεται με την τροχαλία.
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου δεν αλλάζει κατεύθυνση, κατά τη διάρκεια της κίνησής του.
- το σώμα $Σ_3$ έχει αμελητέες διαστάσεις.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Επαν. Ημερ. 2016

37. Η οριζόντια και ομογενής ράβδος ΑΒ του παρακάτω σχήματος, έχει μήκος L= 0,6 m και μάζα M = 3 Kg. Στα άκρα της ράβδου, έχουν στερεωθεί δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων μάζας m = 0,5 Kg το καθένα. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο λεπτό σωλήνα, που περνά από το κέντρο της και έχει αμελητέα μάζα και ακτίνα. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ομογενής κύλινδρος μάζας M_K = 1 Kg και ακτίνας R_K = 0,2 m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό, αβαρές νήμα σταθερού μήκους, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται μέσω αβαρούς τροχαλίας, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ένα σώμα Σ μάζας m_1 = 1,25 Kg.

Αρχικά το σώμα Σ και το σύστημα (ράβδος, σφαιρίδια και κύλινδρος) είναι ακίνητα. Τη χρονική στιγμή t = 0 το σώμα Σ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα και το σύστημα ξεκινά να περιστρέφεται, ενώ το νήμα δεν ολισθαίνει.



Να υπολογίσετε:

Δ1. Τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος που αποτελείται από τη ράβδο, τα σφαιρίδια και τον κύλινδρο.

Δ2. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του κυλίνδρου.

Δ3. Το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκεί το νήμα στο σώμα Σ.

Δ4. Την κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω περιστροφής, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σύστημα έχει εκτελέσει $N = \frac{5}{2\pi}$ περιστροφές.

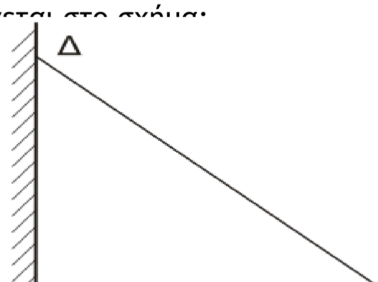
Δ5. Το ύψος h κατά το οποίο έχει κατέλθει το σώμα Σ την παραπάνω χρονική στιγμή t_1.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$,
- η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_{cm,K} = \frac{1}{2}M_K R_K^2$
- $g = 10\ m/s^2$.

Επαν. Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

38. Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M = 4Kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m =2 kg και ακτίνας R = 0,1 m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ , όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά $h_1 = 0,3$ m, το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφικής κίνησης προς την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0,1$s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνονται:

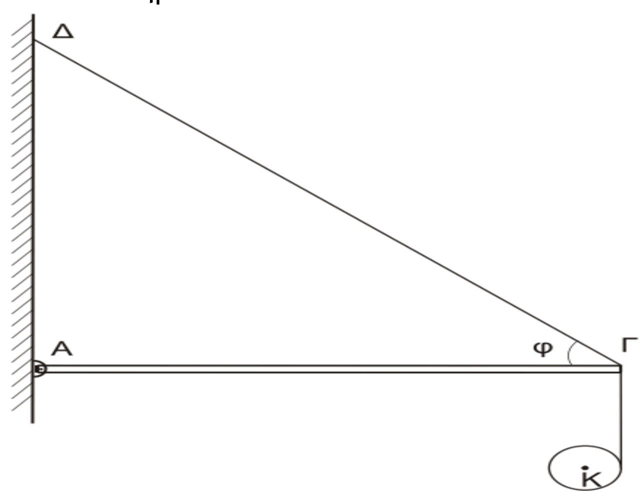
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m /s^2
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$
- ημφ = 0,8 , συνφ = 0,6

- ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

Ημερ. 2017

(Η παρακάτω άσκηση 39 διαφέρει από την προηγούμενη 38 στο ερώτημα Δ4)

39. Μία ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ σταθερής διατομής έχει μάζα M = 4Kg. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και το άκρο της Α συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ της ράβδου συνδέεται μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος ΓΔ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα σχηματίζει με τη ράβδο γωνία φ. Γύρω από ένα λεπτό ομογενή δίσκο κέντρου Κ, μάζας m =2 kg και ακτίνας R = 0,1 m είναι τυλιγμένο πολλές φορές ένα λεπτό μη εκτατό αβαρές νήμα. Το ελεύθερο άκρο του νήματος έχει στερεωθεί στο άκρο Γ της ράβδου ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 ο δίσκος αφήνεται να κινηθεί και το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος ΑΓ στο άκρο της Γ από το νήμα ΓΔ , όταν ο δίσκος κατέρχεται.

Τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας Κ του δίσκου έχει κατέλθει κατακόρυφα κατά h_1 = 0,3 m, το νήμα που συνδέει το δίσκο με τη ράβδο κόβεται.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, μετά από χρονικό διάστημα Δt από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δ4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης του δίσκου μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t' = 0{,}1$ s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m /s^2
- η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$
- ημφ = 0,8 , συνφ = 0,6
- ο άξονας περιστροφής του δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κινείται σε κατακόρυφη τροχιά σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- ο δίσκος δεν φτάνει στο έδαφος στη διάρκεια του φαινομένου.

Εσπερ. 2017

40. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας $M = 8$ kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R = 0{,}1$ m όπως φαίνεται στα σχήματα α και β (το β αποτελεί εγκάρσια τομή του α).

Σχήμα α **Σχήμα β**

Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{3}{2}MR^2$

Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F = 100 N.

Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας $2R$, είναι δεμένο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 2 kg. Το σώμα $Σ_1$ συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 1 kg, που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς Κ.

Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $Δl$ = 0,2 m από το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή μηδέν (t_0 = 0 s) το νήμα που συνδέει τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ κόβεται. Το σώμα $Σ_2$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το στερεό Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του Ο΄Ο.

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς Κ του ελατηρίου.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα $Σ_2$. Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος $Σ_1$ και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού Σ.

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F, όταν το στερεό Σ έχει εκτελέσει $\frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m /s^2

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.
Να θεωρήσετε ότι:

- κατά τη διάρκεια της περιστροφής του στερεού Σ το σώμα $Σ_1$ δεν συγκρούεται με το στερεό Σ.
- η τριβή του νήματος με τους κυλίνδρους του στερεού είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.
- κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος $Σ_2$, ο άξονας του ελατηρίου παραμένει κατακόρυφος.
- η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Επαν. Ημερ. 2017

41. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας M = 8 kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου R = 0,1 m, όπως φαίνεται στα σχήματα α και β (το β αποτελεί εγκάρσια τομή του α).

Σχήμα α **Σχήμα β**

Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{3}{2}MR^2$.

Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα Ο΄Ο.
Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου.

Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη F.
Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας $2R$, είναι δεμένο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 = 2kg. Το σώμα $Σ_1$ συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα $Σ_2$ μάζας m_2 = 3kg.
Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αρχικά ισορροπεί.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F.

Το νήμα που συνδέει τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ κόβεται και το στερεό Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του Ο΄Ο.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος $Σ_1$ και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του στερεού Σ.

Δ4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F, όταν το στερεό Σ έχει εκτελέσει $\frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Να θεωρήσετε ότι:

● κατά τη διάρκεια της περιστροφής του στερεού Σ το σώμα $Σ_1$ δεν συγκρούεται με το στερεό Σ.

● η τριβή του νήματος με τους κυλίνδρους του στερεού είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση.

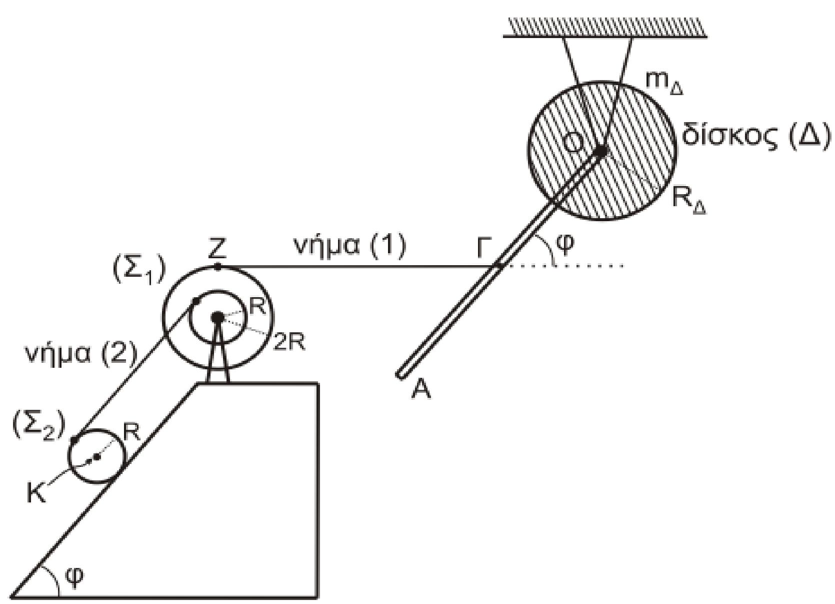
● η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Ομογ. 2017

42. Λεπτή ομογενής ράβδος ΟΑ μήκους ℓ = 3m και μάζας M = 8kg είναι σταθερά συγκολλημένη με το ένα άκρο της Ο στο κέντρο ομογενούς δίσκου Δ μάζας $m_Δ$ = 4kg και ακτίνας $R_Δ$ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$m. Το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων (ράβδου-δίσκου) μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές ως ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου.

Το μέσον Γ της ράβδου ΟΑ έχει δεθεί με τη βοήθεια λεπτού οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος ΖΓ (νήμα (1)) με διπλή τροχαλία $Σ_1$ και η ράβδος σχηματίζει γωνία $φ$ με την προέκταση του οριζόντιου νήματος ΖΓ. Η διπλή τροχαλία αποτελείται από δύο ομογενείς συγκολλημένους ομοαξονικούς δίσκους με ακτίνες R και $2R$, όπου R = 0,2m και η ροπή αδράνειάς της ως προς άξονα

που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της είναι ίση με $I_{cm\ (τροχαλίας)}$ = 1,95kg m^2.



Ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), που είναι παράλληλο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ, είναι τυλιγμένο πολλές φορές σε ένα λεπτό αυλάκι του εσωτερικού δίσκου ακτίνας R της τροχαλίας Σ_1 και το άλλο του άκρο είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια ενός ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 μάζας m = 30kg και ακτίνας R, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το σύστημα όλων των σωμάτων του σχήματος ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο.

Τη χρονική στιγμή t = 0 το νήμα ΖΓ που συνδέει τη ράβδο με την τροχαλία κόβεται και ο κύλινδρος αρχίζει να εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής Ο τη χρονική στιγμή t = 0.

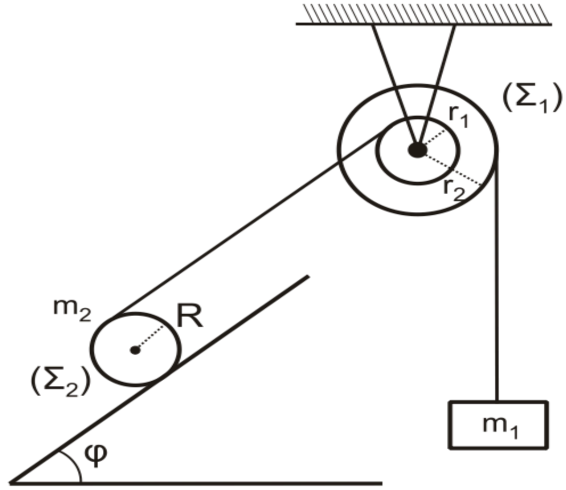
Δ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων ράβδου-δίσκου τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη για πρώτη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Κ του ομογενούς κυλίνδρου (καθώς και την ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου όταν έχει διανύσει διάστημα s = 2m στο κεκλιμένο επίπεδο.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2
- η ροπή αδράνειας του δίσκου Δ ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(\Delta)} = \frac{1}{2} m_\Delta R_\Delta^2$
- η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12} M\ell^2$
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(κυλίνδρου)} = \frac{1}{2} mR^2$
- ημφ = 0,8, συνφ = 0,6
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου Σ_2 παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- το κεκλιμένο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους
- η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές
- το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο και στην τροχαλία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

43. Ομογενής κύλινδρος μάζας m_2 = 20 kg και ακτίνας R βρίσκεται σε επαφή με κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ με ημφ = 0,6. Γύρω από το αυλάκι του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα. Το νήμα εξερχόμενο από το πάνω άκρο του κυλίνδρου, τυλίγεται στο εσωτερικό τμήμα μιας διπλής τροχαλίας, η οποία αποτελείται από δύο ομογενείς ομοαξονικούς και συγκολλημένους κυλίνδρους. Από το νήμα που διέρχεται από τον εξωτερικό κύλινδρο κρέμεται σώμα μάζας m_1 = 3 kg, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)}$ = 0,48 kg·m^2. Οι ακτίνες των κυλίνδρων της διπλής τροχαλίας είναι ίσες με r_1 = 0,1m και r_2 = 0,2m. Αρχικά το όλο σύστημα ισορροπεί.

Δ1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα νήματα στους κυλίνδρους της διπλής τροχαλίας.

Τη χρονική στιγμή t = 0 το νήμα που συγκρατεί τον κύλινδρο κόβεται. Αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει

Δ2. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία το σώμα μάζας m1 κατέρχεται.

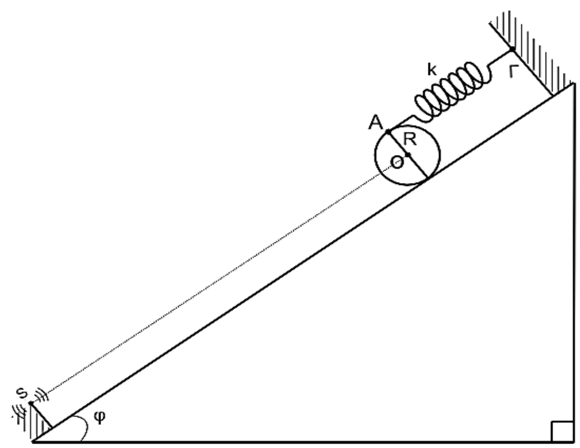
Δ4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της διπλής τροχαλίας τη στιγμή που το σώμα μάζας m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 0,25 m, μετά το κόψιμο του νήματος.

Δίνονται:
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2
- η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου μάζας m_2 ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm(κυλίνδρου)} = \frac{1}{2} m_2 R^2$

- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου m_2 παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- το κεκλιμένο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους
- η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς τριβές
- το νήμα δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο και στην τροχαλία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.

Εσπερ. 2018

44. Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R = 0,1m είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς k = 100N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης φ όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ. Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell$ = 0,06m .



Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα του κυλίνδρου.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 ο κύλινδρος αποσπάται από το ελατήριο και κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Να υπολογίσετε:

Δ2. την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου,

Δ3. το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται ο κύλινδρος από το κεκλιμένο επίπεδο κατά τη διάρκεια της κύλισής του,

Δ4. τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t = 1s.

Έστω ότι στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου είναι ενσωματωμένος σημειακός ανιχνευτής ηχητικών κυμάτων, ο οποίος φέρει λαμπάκι. Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου είναι στερεωμένη πηγή S ηχητικών κυμάτων, όπως φαίνεται στο σχήμα, συχνότητας f_s=1700Hz. Το λαμπάκι του ανιχνευτή ανάβει όταν ανιχνεύονται συχνότητες μεταξύ των τιμών f_1=1750Hz και f_2=1800Hz.

Δ5. Κατά την κύλιση του κυλίνδρου στο κεκλιμένο επίπεδο να εξετάσετε αν το λαμπάκι θα ανάψει από τη χρονική στιγμή t_1 = 1s μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 = 2s.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2
- η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$
- ημφ=0,6 και συνφ=0,8
- η ταχύτητα του ήχου στον αέρα ίση με $u_{ηχ}$ = 340m/s

Να θεωρήσετε ότι:

- ο άξονας περιστροφής του κυλίνδρου παραμένει συνεχώς σε οριζόντια θέση σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα
- η ευθεία που ενώνει την πηγή και τον ανιχνευτή είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο.
- η λήψη των ηχητικών κυμάτων από τον ανιχνευτή δεν επηρεάζεται από την κύλιση και το υλικό του κυλίνδρου.

Επαν. Ημερ. και Ομογ. 2018

45. Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα ΑΒ μάζας M = 2 kg και μήκους ℓ = 4 m ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της Α στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία φ = 30^o με αυτό.

Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της Β απόσταση (ΒΓ) = 1,5 m. Η σανίδα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετος στο επίπεδο του σχήματος).

Ομογενής κύλινδρος μάζας M_K = 2 kg και ακτίνας R_K βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Γ απόσταση (ΓΔ) = 0,2 m. Στο μέσο της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα Σ μικρών διαστάσεων μάζας $M_Σ$ = 2 kg.

Σχήμα 7

Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $M_Τ$ = 2 kg και ακτίνας $R_Τ$, την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας.

Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη σανίδα.

Αρχικά ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση ΑΒ, ώστε το σύστημα κύλινδρος - τροχαλία - σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη και το σώμα Σ αρχίζει να κατέρχεται κατακόρυφα, ενώ ο κύλινδρος αρχίζει να ανέρχεται στη σανίδα εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.

Δ2. Να αποδείξετε ότι το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το σώμα Σ είναι ίσο με 4 m/s^2 και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Τη χρονική στιγμή t_1 = 0,5 s κόβουμε ακαριαία το νήμα στο σημείο που εφάπτεται με τον κύλινδρο και στο σημείο πρόσδεσης με το σώμα Σ. Μετά το κόψιμο του νήματος, αυτό δεν εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου και του σώματος. Ο κύλινδρος συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση.

Δ3. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_2 στην οποία ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία να κινείται πάνω στη σανίδα.

Δ4. Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διάνυσε ο κύλινδρος από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή t_2.

Δ5. Να δείξετε ότι κατά τη διάρκεια της ανόδου του κυλίνδρου πάνω στη σανίδα, από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή t_2, που ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία, η σανίδα δεν ανατρέπεται.

Δίνονται:

- ημφ = 0,5
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm\ (κυλίνδρου)} = \frac{1}{2}M_κ R_κ^2$
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)} = \frac{1}{2}M_τ R_τ^2$
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

Ημερ. 2019

46. Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα ΑΒ μάζας M = 2 kg και μήκους ℓ = 4 m ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της Α στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία φ = 30^o με αυτό.

Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της Β απόσταση (ΒΓ) = 1,5 m.

Ομογενής κύλινδρος μάζας M_K = 2 kg και ακτίνας R_K βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Γ απόσταση (ΓΔ) = 0,2 m. Στο μέσο της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα Σ μικρών διαστάσεων μάζας $M_Σ$ = 2 kg.

Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας M_T = 2 kg και ακτίνας R_T, την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας.

Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη σανίδα.

Σχήμα 5

Αρχικά ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση ΑΒ, ώστε το σύστημα κύλινδρος - τροχαλία - σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 5.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Τη χρονική στιγμή t = 0 καταργούμε ακαριαία τη δύναμη και το σώμα Σ αρχίζει να κατέρχεται κατακόρυφα, ενώ ο κύλινδρος αρχίζει να ανέρχεται στη σανίδα εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση και το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας. Το σώμα Σ τη χρονική στιγμή t_1 = 0,3 s έχει κατέβει 0,18 m.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το σώμα Σ είναι ίσο με 4 m/s^2 και το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Δ3. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το νήμα στον κύλινδρο και την τριβή που δέχεται ο κύλινδρος από το δάπεδο.

Τη χρονική στιγμή t_2 = 0,5 s κόβουμε ακαριαία το νήμα στο σημείο που εφάπτεται με τον κύλινδρο και στο σημείο πρόσδεσης με το σώμα Σ. Μετά το κόψιμο του νήματος, αυτό δεν εμποδίζει την κίνηση του κυλίνδρου και του σώματος. Ο κύλινδρος συνεχίζει την κίνησή του εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση.

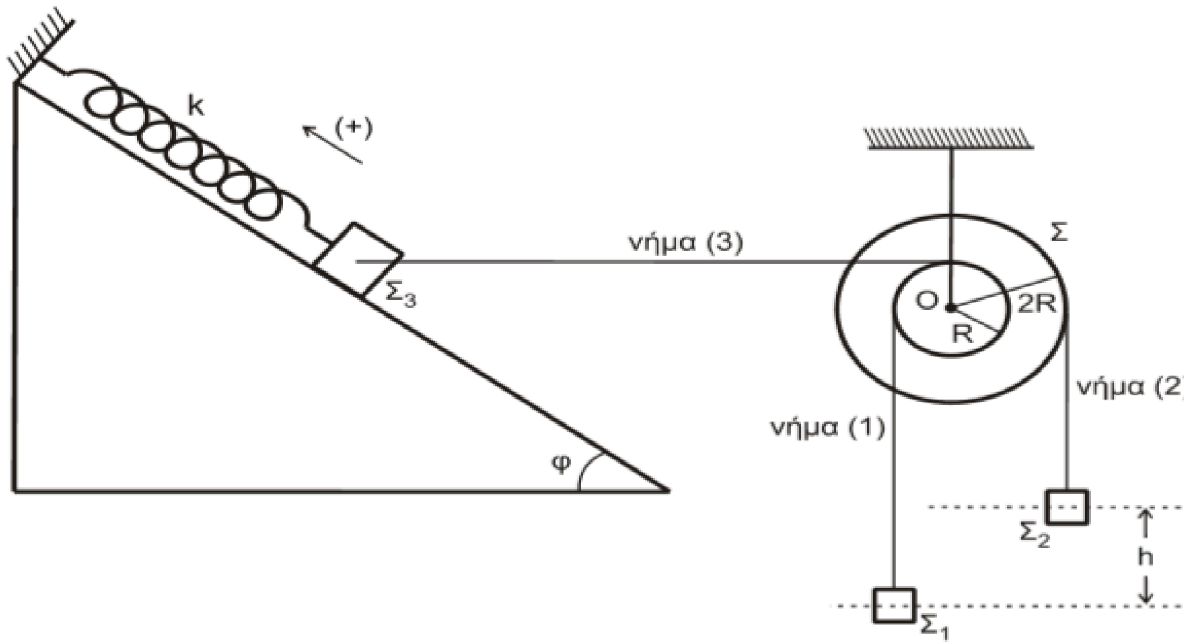
Δ4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία να κινείται πάνω στη σανίδα.

Δίνονται:

- ημφ = 0,5
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2
- η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι ίση με $I_{cm\,(κυλίνδρου)} = \frac{1}{2}M_κ R_κ^2$
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της είναι ίση με $I_{cm(τροχαλίας)} = \frac{1}{2}M_τ R_τ^2$
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς κυλίνδρου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

Εσπερ. 2019

47. Στερεό σώμα Σ μάζας M=1,5kg αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και 2R αντίστοιχα, όπου R = 0,1m όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του Ο δίνεται από τη σχέση I_{Σ} =



Τα σώματα $Σ_1$ μάζας m_1 = 1kg και $Σ_2$ μάζας m_2 = 1,5kg κρέμονται στα ελεύθερα άκρα αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2). Τα νήματα είναι πολλές φορές τυλιγμένα στους κυλίνδρους ακτίνας R και 2R, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης $φ$, όπου ημ$φ$=0,8 και συν$φ$=0,6 στερεώνεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς k=300N/m στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα $Σ_3$ μάζας m_3 = 3kg.

Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σώμα $Σ_3$ συνδέεται με τον κύλινδρο ακτίνας R με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (3), όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί και τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ απέχουν κατακόρυφα μεταξύ τους απόσταση h=0,48m.

Δ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση του φυσικού του μήκους.

Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβουμε το νήμα (3). Το σώμα $Σ_3$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς D=k και θετική φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα και το στερεό σώμα Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονά του.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_3$ τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{15}$s.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού σώματος Σ.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του στερεού σώματος Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του τη χρονική στιγμή που τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ διέρχονται από το ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Δ5. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του στερεού σώματος Σ τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει διαγράψει $N=\frac{20}{\pi}$ περιστροφές.

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.
- Να θεωρήσετε ότι τα μήκη των νημάτων (1) και (2) είναι πολύ μεγάλα ώστε τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ να μη συγκρούονται με το στερεό Σ, κατά τη διάρκεια της κίνησής τους.
- Να θεωρήσετε ότι τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$, $Σ_3$ είναι πολύ μικρών διαστάσεων.
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση του αριθμού π.

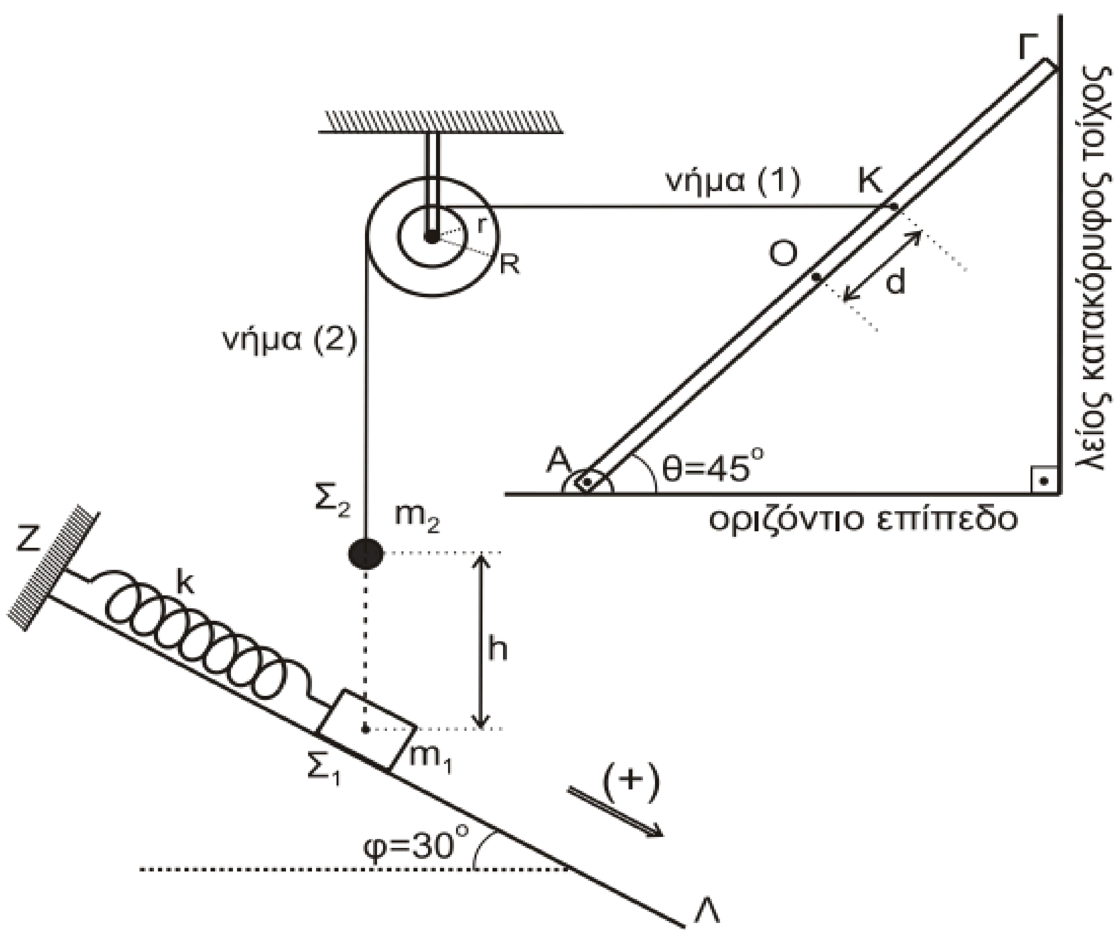
Επαν. Ημερ. και Ομογ. 2019

48. Μία λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους ℓ και μάζας M = 10kg έχει στο άκρο της Α άρθρωση και ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο σχηματίζοντας γωνία θ = 45° με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε ένα σημείο Κ, που απέχει $d = \frac{l}{6}$ από το μέσο της Ο, είναι δεμένο το ένα άκρο ενός οριζόντιου, λεπτού, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1), το άλλο άκρο του οποίου είναι τυλιγμένο γύρω από τον εσωτερικό κύλινδρο ακτίνας r ενός στερεού, που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους.

Στον εξωτερικό κύλινδρο του στερεού, ακτίνας $R = 2r$, είναι τυλιγμένο ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 3kg.

Το σύστημα στερεό - ράβδος είναι ακίνητο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης, που δέχεται η ράβδος στο σημείο Γ από τον λείο, κατακόρυφο τοίχο.



Στην κορυφή Ζ λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^o$, είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k = 100N/m. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και στο άλλο άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα $Σ_1$ μάζας m_1=1kg. Το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα $Σ_2$ μάζας m_2, που κρέμεται στην άκρη του νήματος (2).

Κάποια χρονική στιγμή το νήμα (2) κόβεται και το σώμα $Σ_2$, αφού εκτελέσει ελεύθερη πτώση, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα $Σ_1$. Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά κοινή ταχύτητα μέτρου $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ m/s και αρχίζει να κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ, εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

Δ3. Να βρείτε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. (Να θεωρήσετε ως t = 0 τη χρονική στιγμή της κρούσης των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ και θετική τη φορά από το Ζ προς το Λ).

Δ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ αμέσως πριν την πλαστική κρούση (ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος) και την αρχική απόσταση h των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

Δ5. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν το σώμα που ταλαντώνεται, βρίσκεται στη θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου.

Δίνονται:

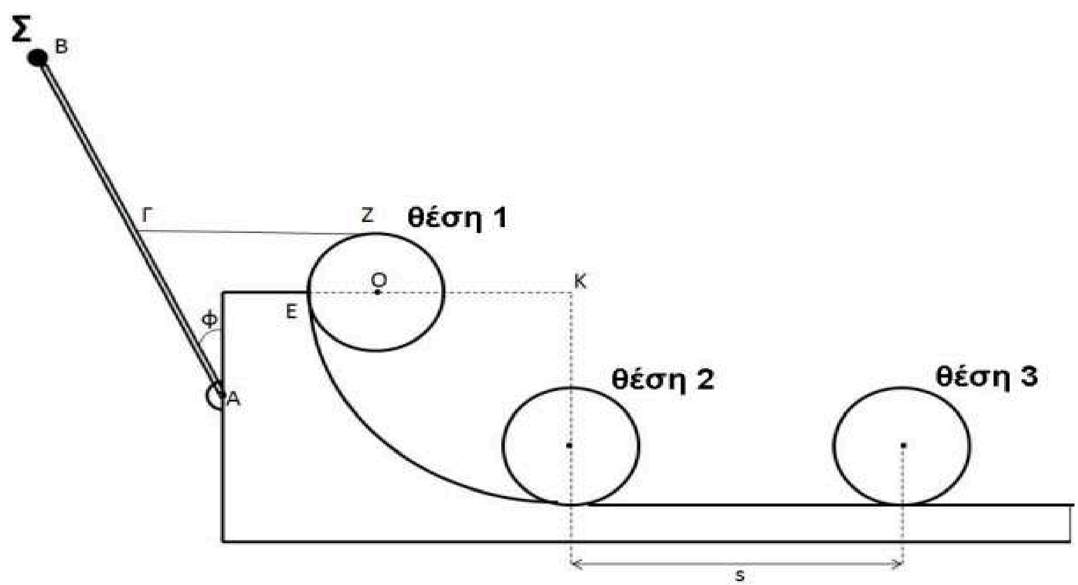
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2
- $ημ30^o = \frac{1}{2}$, $συν30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $ημ45^o = συν45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $ημ\frac{7π}{6} = ημ\frac{11π}{6} = -\frac{1}{2}$

Να θεωρήσετε ότι:

- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους.

Ημερ. 2020

49. Στο σχήμα, ομογενής, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας M_1 = 6kg και μήκους L = 1m, στηρίζεται με άρθρωση στο ένα άκρο της Α σε κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Στο άκρο Β της ράβδου έχει στερεωθεί υλικό σημείο Σ μάζας m = 1kg. Με αβαρές, λεπτό και μη εκτατό νήμα, έχουμε δέσει το μέσο Γ της ράβδου με το ανώτερο σημείο Ζ της περιφέρειας ομογενούς δίσκου μάζας M_2 κέντρου Ο και ακτίνας r = 0,1m. Ο δίσκος ακουμπάει στην κορυφή ακλόνητου τεταρτοκυκλίου ακτίνας ΚΕ = R = 2,8m στο σημείο Ε αυτού (θέση 1), έτσι ώστε το στερεό που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ, καθώς και ο δίσκος, να ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία $φ$ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα είναι οριζόντιο και τεντωμένο και η ακτίνα ΟΕ του δίσκου είναι οριζόντια.



Δ1. Να υπολογίσετε:

i) το μέτρο της τάσης του νήματος ΓΖ.

ii) τη μάζα M_2 του δίσκου.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα ΓΖ.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Στη συνέχεια, το στερεό ράβδος – υλικό σημείο Σ αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον άξονα περιστροφής του Α.

Δ3. i) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής του, μεταξύ της αρχικής του θέσης και της θέσης όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια.

ii) Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση του διανύσματός της.

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο δίσκος αρχίζει να κατέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει στο τεταρτοκύκλιο και στη συνέχεια κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, το οποίο επίσης είναι ακλόνητο.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου, όταν φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου (θέση 2).

Δ5. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο δίσκος,

i) κατά την κύλισή του στο τεταρτοκύκλιο,

ii) κατά την κίνησή του στο λείο οριζόντιο δάπεδο όταν το κέντρο μάζας του έχει διανύσει διάστημα s = π μέτρα (m) (θέση 3).

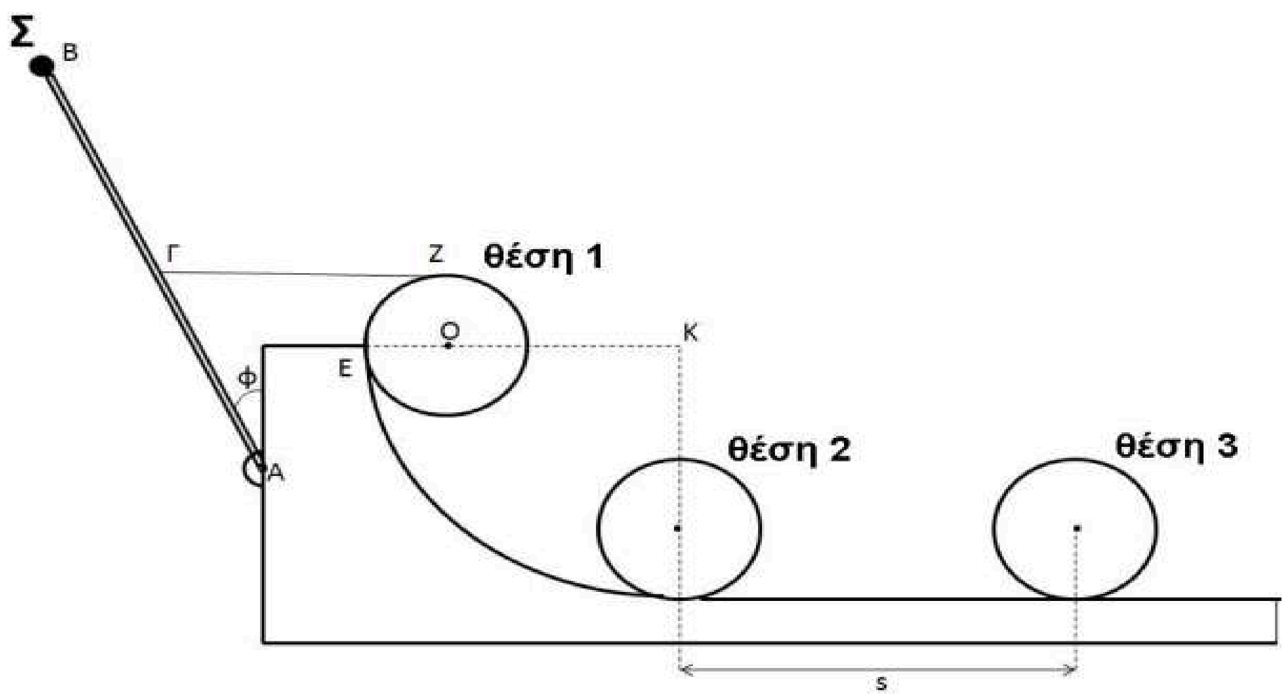
Δίνονται:

- ημφ = 0,6 , συνφ = 0,8,
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2,
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι ίση με $I_{cm(δίσκου)} = \frac{1}{2}M_2 r^2$,
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή είναι ίση με $I_{ράβδου} = \frac{1}{3}M_1 L^2$,
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.

Ημερ. (παλαιού τύπου) 2020

50. (είναι σχεδόν ίδια με την προηγούμενη 49)

Στο σχήμα, ομογενής, άκαμπτη και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας M_1 = 6kg και μήκους L = 1m, στηρίζεται με άρθρωση στο ένα άκρο της Α σε κατακόρυφο ακλόνητο τοίχο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον άξονα που διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στο επίπεδο του σχήματος. Στο άκρο Β της ράβδου έχει στερεωθεί υλικό σημείο Σ μάζας m = 1kg. Με αβαρές, λεπτό και μη εκτατό νήμα, έχουμε δέσει το μέσο Γ της ράβδου με το ανώτερο σημείο Ζ της περιφέρειας ομογενούς δίσκου μάζας M_2 κέντρου Ο και ακτίνας r = 0,1m. Ο δίσκος ακουμπάει στην κορυφή ακλόνητου τεταρτοκυκλίου ακτίνας ΚΕ = R = 2,8m στο σημείο Ε αυτού (θέση 1), έτσι ώστε το στερεό που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ, καθώς και ο δίσκος, να ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, με τη ράβδο να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο. Το νήμα είναι οριζόντιο και τεντωμένο και η ακτίνα ΟΕ του δίσκου είναι οριζόντια.



Δ1. Να υπολογίσετε:

i) το μέτρο της τάσης του νήματος ΓΖ.

ii) τη μάζα M_2 του δίσκου.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα ΓΖ.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του στερεού που αποτελείται από τη ράβδο και το υλικό σημείο Σ αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος.

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο δίσκος αρχίζει να κατέρχεται κυλιόμενος χωρίς να ολισθαίνει στο τεταρτοκύκλιο και στη συνέχεια κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, το οποίο επίσης είναι ακλόνητο.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου, όταν φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου (θέση 2).

Δ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου (θέση 2).

Δ5. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει ο δίσκος,

i) κατά την κύλισή του στο τεταρτοκύκλιο.

ii) κατά την κίνησή του στο λείο δάπεδο όταν το κέντρο μάζας του έχει διανύσει διάστημα s = π μέτρα (m) (θέση 3).

Δίνονται:

- ημφ = 0,6 , συνφ = 0,8,
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$,
- η ροπή αδράνειας του ομογενούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι ίση με $I_{cm(δίσκου)} = \frac{1}{2}M_2 r^2$,
- η ροπή αδράνειας της ομογενούς ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή είναι ίση με $I_{ράβδου} = \frac{1}{3}M_1 L^2$,
- ο άξονας περιστροφής του ομογενούς δίσκου παραμένει συνεχώς οριζόντιος σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του,
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- ο χαρακτηρισμός λεπτό νήμα αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.

Εσπερ. (παλαιό σύστημα) 2020

51.

Το στερεό του σχήματος 4 αποτελείται από λεπτό ομογενή δίσκο μάζας M = 6kg, ακτίνας R = 0,2m και λεπτή άκαμπτη ομογενή ράβδο (ΑΔ) μάζας m = 3kg, μήκους $L = 4R$ = 0,8m. Η

ράβδος είναι συγκολλημένη στον δίσκο κατά μήκος της διαμέτρου ΑΓ του δίσκου με το μέσο της στο σημείο Γ της περιφέρειας του δίσκου. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο Ο του δίσκου και είναι κάθετο σε αυτόν. Αρχικά, το στερεό ισορροπεί με τη βοήθεια του κατακόρυφου μη εκτατού νήματος, ώστε η ράβδος να είναι οριζόντια. Το σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων μάζας m_1 = 1kg του σχήματος είναι δεμένο στο κατακόρυφο νήμα αλλά και στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K = 100N/m, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητα. Αρχικά και το σώμα Σ ισορροπεί.

Δ1. Κατά την αρχική ισορροπία των σωμάτων υπολογίστε την τάση του νήματος και τη δύναμη που δέχεται το στερεό από τον άξονα περιστροφής Ο.

Δ2. Κόβουμε το νήμα. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος υπολογίστε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το Ο.

Δ3. Το στερεό μετά το κόψιμο του νήματος στρέφεται χωρίς τριβές και άλλες αντιστάσεις σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο. Υπολογίστε το μέτρο της στροφορμής του όταν θα έχει στραφεί κατά γωνία φ από την αρχική του θέση με ημφ = $\frac{5}{6}$.

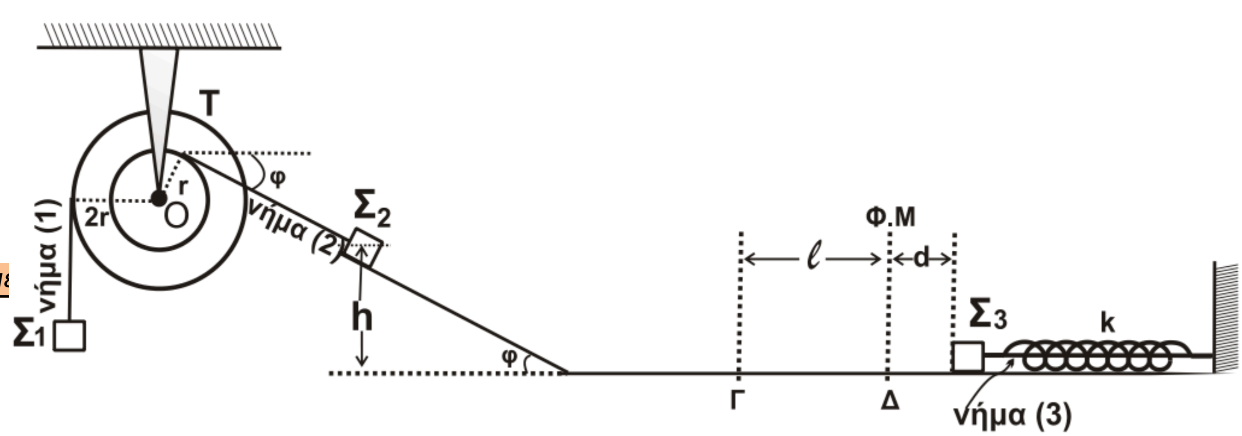
Δ4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα Σ μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση στον κατακόρυφο άξονα. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητας του σώματος Σ σε σχέση με τον χρόνο, θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα επάνω και t = 0 τη χρονική στιγμή που κόψαμε το νήμα.

Δ5. Για την κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση του Σ, υπολογίστε την παραμόρφωση του ελατηρίου όταν για δεύτερη φορά το σώμα Σ έχει ταχύτητα μέτρου U = 0,6m/s.

- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2.
- Οι ροπές αδράνειας ομογενούς δίσκου για άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του $I_{\text{CM, Δίσκου}} = \frac{1}{2}MR^2$ και λεπτής ομογενούς ράβδου για άξονα που διέρχεται κάθετα από το μέσο $I_{\text{CM, Ράβδου}} = \frac{1}{12}ML^2$.
- Δίνεται ότι η όλη διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο είναι κάθετος ο οριζόντιος άξονας.
- Για όλες τις κινήσεις θεωρούνται αμελητέες οι τριβές και οι αντιστάσεις.

Επαν. Ημερ. – Ομογ. (παλαιό σύστημα) 2020

52. Η ομογενής τροχαλία Τ του σχήματος 5 μάζας M = 1,5kg, αποτελείται από δύο κυκλικά τμήματα ακτίνων r και 2r αντίστοιχα, κολλημένα μεταξύ τους που στην περιφέρειά τους φέρουν λεπτή εγκοπή.
Η τροχαλία Τ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της Ο. Στο εξωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_1 μάζας m_1. Στο εσωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (2), στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα Σ_2, μάζας m_2 = 5kg που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8). Στη συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Το σύστημα της τροχαλίας και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
Σώμα Σ_3 μάζας m_3 = 5kg ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ_3 είναι δεμένο με νήμα (3) με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά d = 0,2m από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία Τ από τον άξονα.

Κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2) και απομακρύνουμε το σώμα $Σ_1$. Το σώμα $Σ_2$ που βρίσκεται σε ύψος h = 1,8m από το οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο.
Όταν το σώμα $Σ_2$ βρίσκεται στο σημείο Γ του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση $\ell = \frac{3\pi}{5}$ m από τη θέση Δ στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα (3) και το σώμα $Σ_3$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$. Το σώμα $Σ_3$ συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα $Σ_2$ στη θέση Δ φυσικού μήκους του ελατηρίου.
Δ2. Να δείξετε ότι η σταθερά k του ελατηρίου είναι ίση με 125 $\frac{N}{m}$.

Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα $Σ_3$ αμέσως μετά την κρούση (t=0 η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος $Σ_3$ πριν την κρούση του με το σώμα $Σ_2$).

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_3$, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσής του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσής του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα $Σ_2$, καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_3$ την ίδια χρονική στιγμή.

Δ5. Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$ τη χρονική στιγμή που το σώμα $Σ_3$ διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα $Σ_2$.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 $\frac{m}{s^2}$,
- η σταθερά π είναι περίπου ίση με 3,14.

Να θεωρήσετε ότι:

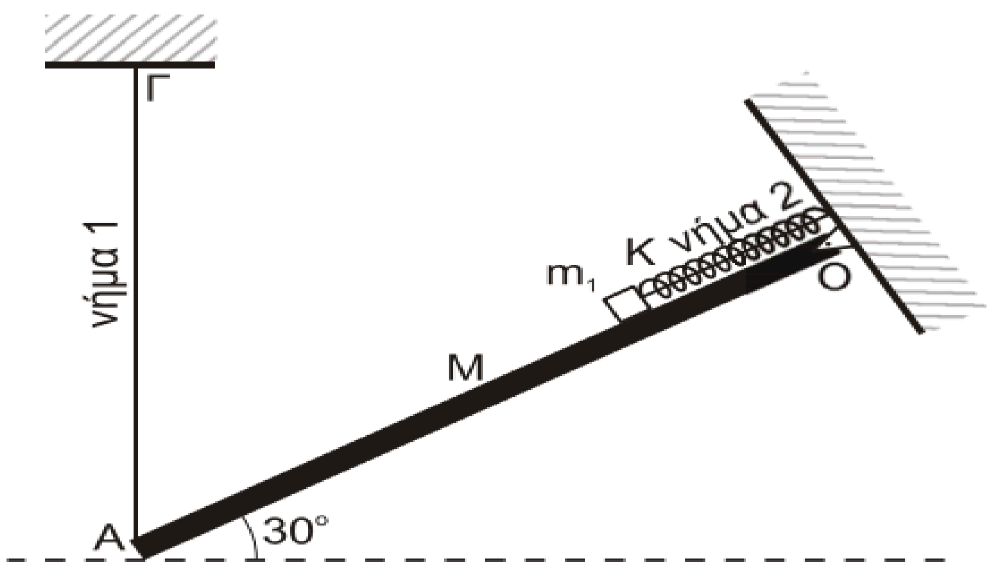
- η κρούση είναι ακαριαία,

- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα,
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας,
- ο χαρακτηρισμός «λεπτό νήμα» αφορά νήμα αμελητέου πάχους,
- τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα,
- το οριζόντιο επίπεδο είναι μεγάλου μήκους και οι κινήσεις των σωμάτων, $Σ_2$ και $Σ_3$ για το ερώτημα Δ5 πραγματοποιούνται εξ ολοκλήρου στο οριζόντιο επίπεδο.

Ημερ. 2021

53. Η ομογενής λεπτή, λεία ράβδος ΟΑ του σχήματος 6 μάζας M = 8Kg και μήκους L = 2m είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχεδίου. Η ράβδος ισορροπεί δεμένη, στο άκρο της Α, από κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό νήμα 1 το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα δεμένο στο Γ. Η ράβδος και το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και η ράβδος σχηματίζει γωνία $φ$ = 30° με την οριζόντια διεύθυνση.

Επάνω στη ράβδο ισορροπεί σώμα μάζας m_1 = 4Kg, μικρών διαστάσεων, που είναι δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς K και σε αβαρές μη εκτατό νήμα 2 τα οποία είναι παράλληλα στη ράβδο και τα επάνω άκρα τους είναι ακλόνητα στερεωμένα (σχήμα). Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το σώμα m_1 βρίσκεται στη θέση Δ, όπου ΟΔ = 0,5m.



Δ1. Υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα 1 στο άκρο της Α.

Δ2. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το νήμα 2 οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς $D = K$, επάνω στη λεία ράβδο με ολική ενέργεια E = 2J. Γράψτε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης της m_1 ως προς το χρόνο. Θεωρήστε t = 0 τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά από το Α προς το Ο.

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 δεύτερο μικρό σώμα μάζας $m_2 = m_1$ που εκτοξεύεται από το άκρο Α της ράβδου, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά (ακαριαία) με το σώμα μάζας m_1, έχοντας ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα μάζας m_1, ταχύτητα μέτρου υ_2, παράλληλη στη ράβδο με φορά προς τα επάνω. Τη στιγμή αυτή το σώμα m_1 έχει απομάκρυνση x_1, όπου $x_1 < 0$ (το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση απομακρύνεται).

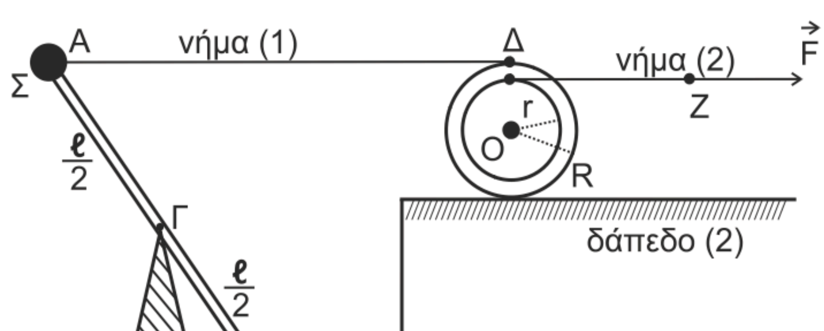
Δ3. Να βρεθεί η απομάκρυνση x_1 ώστε το σώμα m_1 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ4. Αν δίνεται πως το νέο πλάτος ταλάντωσης της σώματος μάζας m_1 ισούται με 0,4m, υπολογίστε την ταχύτητα υ_2 του σώματος μάζας m_2.

Η ράβδος παραμένει σε ισορροπία σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου και δίνονται: ημ30^o = $\frac{1}{2}$, συν30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Επαν. Ημερ. 2021

54. Λεπτή, άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας $M_ρ$ = 3kg και μήκους ℓ = 2m, φέρει στο άκρο της Α σφαιρίδιο Σ μάζας m = 1kg, αμελητέων διαστάσεων, και ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει στο λείο οριζόντιο δάπεδο (1). Η ράβδος ακουμπά με το άκρο της Β στο δάπεδο (1) σχηματίζοντας γωνία $φ$, όπου ημφ = 0,8 και συνφ = 0,6. Η κορυφή του υποστηρίγματος συνδέεται με την ράβδο στο μέσον της Γ με άρθρωση και το σύστημα ράβδος - σφαιρίδιο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετα στο επίπεδο του σχήματος).
Με τη βοήθεια του οριζόντιου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1) έχουμε συνδέσει το σφαιρίδιο Σ με το ανώτερο σημείο Δ ομογενούς τροχαλίας μάζας $M_τ$ = 7kg και ακτίνας R = 0,4m. Η τροχαλία σε απόσταση r = 0, 3 m από το κέντρο της Ο έχει ένα λεπτό κυκλικό αυλάκι στο οποίο έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και και μη εκτατό νήμα νήμα (2). Στο άκρο Ζ του νήματος (2) ασκούμε σταθερή δύναμη $\vec{F}$. Όλη η διάταξη ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



Δ1. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο σφαιρίδιο Σ είναι 10,5N, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Β από το λείο δάπεδο (1).

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0s κόβουμε το νήμα (1). Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο Σ αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χάνοντας την επαφή του με το δάπεδο (1).

Δ2. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος (1) και ενώ η ράβδος έχει χάσει την επαφή της με το λείο δάπεδο (1).

Κατά την περιστροφή του συστήματος ράβδου – σφαιριδίου Σ, το σφαιρίδιο Σ χτυπά στο οριζόντιο δάπεδο. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο $\frac{\omega}{2}$, όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ακριβώς πριν την κρούση.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L}$ του συστήματος ράβδος – σφαιρίδιο Σ και να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$.

Η τροχαλία, αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_0 = 0s, αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο (2) με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$, το μέτρο της οποίας είναι 12N. Ο άξονας περιστροφής της παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της τροχαλίας.

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή t_0 = 0s έως τη χρονική στιγμή t_1 = 2s.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2.

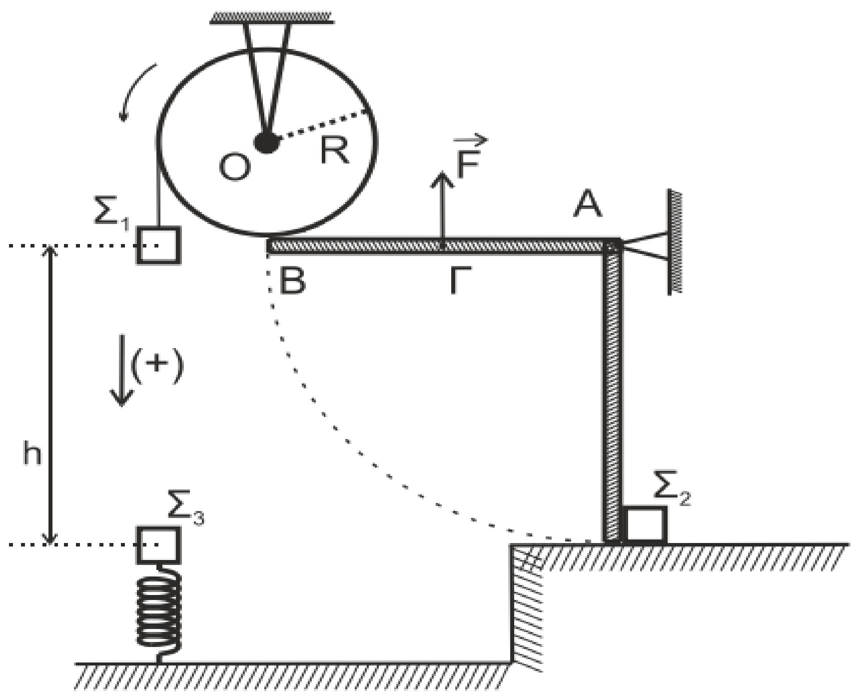
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή: $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12}M_\rho . l^2$.
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονά της: $I_{cm(\tau)} = \frac{1}{2}M_\tau . R^2$.

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Ημερ. 2022

55. Άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ, μήκους ℓ = 1,2 m και μάζας M_ρ = 2 Kg, έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α.



Στο μέσον Γ της ράβδου ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω, μέτρου F = 80 N. Η ράβδος ΑΒ εφάπτεται με το άκρο της Β σε ομογενή τροχαλία, μάζας M_T = 2 Kg και ακτίνας R, που είναι στερεωμένη σε οροφή και που μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της (σχήμα).

Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι τυλιγμένο πολλές φορές στο αυλάκι της τροχαλίας και στο ελεύθερο άκρο του είναι δεμένο σώμα $Σ_1$, μικρών διαστάσεων και μάζας m_1 = 1 Kg. Η τροχαλία με την επίδραση της τριβής που δέχεται από τη ράβδο ισορροπεί οριακά.

Δ1. Να υπολογίσετε το συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και τροχαλίας.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα η ράβδος να στραφεί γύρω από το άκρο της Α και η τροχαλία να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της. Όταν η ράβδος φθάσει στην κατακόρυφη θέση, το άκρο της Β συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$, μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 1$ Kg.

Δ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.

Κάτω από το σώμα $Σ_1$ και σε απόσταση $h = 1{,}2$ m βρίσκεται σώμα $Σ_3$, μάζας $m_3 = 3$ Kg, το οποίο ισορροπεί στο άνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη στο έδαφος.
Τη χρονική στιγμή t_1, το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται πλαστικά με το σώμα $Σ_3$ και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{υ}_1$ του σώματος $Σ_1$, τη χρονική στιγμή t_1 που συναντά το σώμα $Σ_3$.

Δ4. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης του συσσωματώματος.

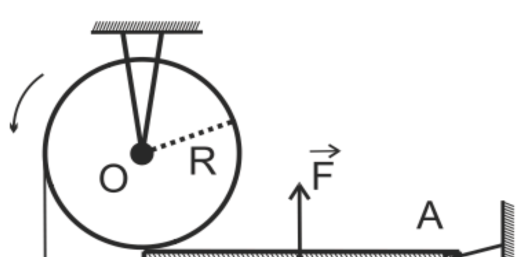
Δ5. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος.
Θεωρήστε χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά την προς τα κάτω.

Δίνονται:
- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 m/s^2$.
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α κάθετος σε αυτή: $I_{(A)} = \frac{1}{3} M_ρ . l^2$.
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονά της: $I_{cm(T)} = \frac{1}{2} M_T . R^2$.

Να θεωρήσετε ότι:
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Επαν. Ημερ. 2022

56. (Μοιάζει με την προηγούμενη άσκηση 55)
Άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ, μήκους $\ell = 1{,}2$ m και μάζας $M_ρ = 2$ Kg, έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Η ράβδος μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α.



Στο μέσον Γ της ράβδου ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω, μέτρου F = 80 N. Η ράβδος ΑΒ εφάπτεται με το άκρο της Β σε ομογενή τροχαλία, μάζας M_T = 2 Kg και ακτίνας R, που είναι στερεωμένη σε οροφή και που μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές, γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος στο επίπεδό της (σχήμα).
Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι τυλιγμένο πολλές φορές στο αυλάκι της τροχαλίας και στο ελεύθερο άκρο του είναι δεμένο σώμα $Σ_1$, μικρών διαστάσεων και μάζας m_1 = 1 Kg. Η τροχαλία με την επίδραση της τριβής που δέχεται από τη ράβδο ισορροπεί οριακά.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης δύναμης N που ασκεί η τροχαλία στο άκρο Β της ράβδου.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$, με αποτέλεσμα η ράβδος να στραφεί γύρω από το άκρο της Α και η τροχαλία να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της. Όταν η ράβδος φθάσει στην κατακόρυφη θέση, το άκρο της Β συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα $Σ_2$, μικρών διαστάσεων και μάζας m_2 = 1 Kg.

Δ2. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ακριβώς πριν από την κρούση.

Δ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_2$ αμέσως μετά την κρούση.

Δ4. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το σώμα $Σ_1$.

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10m/s^2.

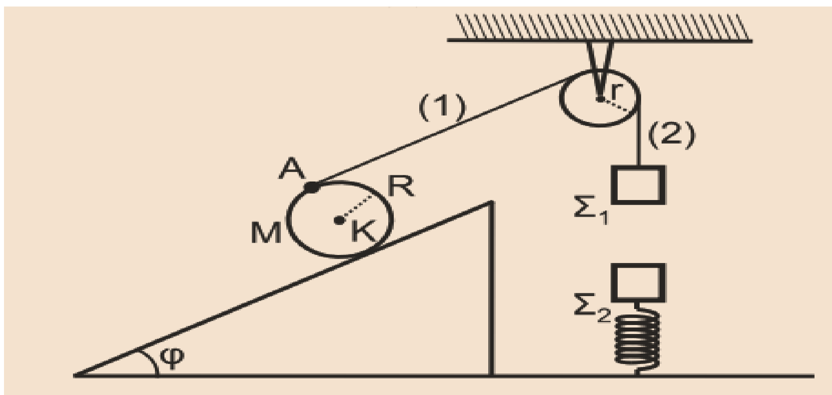
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α κάθετος σε αυτή: $I_{(A)} = \frac{1}{3}M_ρ . l^2$
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονά της: $I_{cm(T)} = \frac{1}{2}M_T . R^2$

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία και κατά την πραγματοποίησή της δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Ομογ. 2022

57. Ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας $R = \frac{5}{\pi}$ m βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους, γωνίας κλίσεως $\varphi = 30^o$. Σε σημείο Α της επιφανείας του κυλίνδρου, το οποίο απέχει από την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση $2R$, έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σώμα Σ_1 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1$ kg. Το νήμα περνά από το αυλάκι τροχαλίας ακτίνας r, η οποία έχει στερεωθεί σε οροφή. Το τμήμα (1) του νήματος είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου, ενώ το τμήμα (2) κατακόρυφο.



Το σύστημα των σωμάτων αυτών ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων και μάζας $m_2 = 4$ kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα M του κυλίνδρου.

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2).

Αμέσως μετά την $t_o = 0$, το σώμα Σ_1 πέφτει κατακόρυφα ενώ ο κύλινδρος κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο άξονάς του παραμένει συνεχώς κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Δ2. Αν τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Α, ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή και έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = 20$ m/s, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου κάνοντας χρήση των νόμων της κινηματικής κατά την κύλιση στερεών σωμάτων.

Το σώμα $Σ_1$ πέφτοντας κατακόρυφα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_2$. Το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την πλαστική κρούση εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση, υπό την επίδραση δύναμης αντίστασης της μορφής $F_{αντ} = -0{,}2υ$ (S.I.), όπου $υ$ η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Αμέσως μετά την κρούση ο ρυθμός έκλυσης θερμικής ενέργειας στο περιβάλλον είναι ίσος με $P_θ = 3{,}2$ J/s. Να υπολογίσετε:

Δ3. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

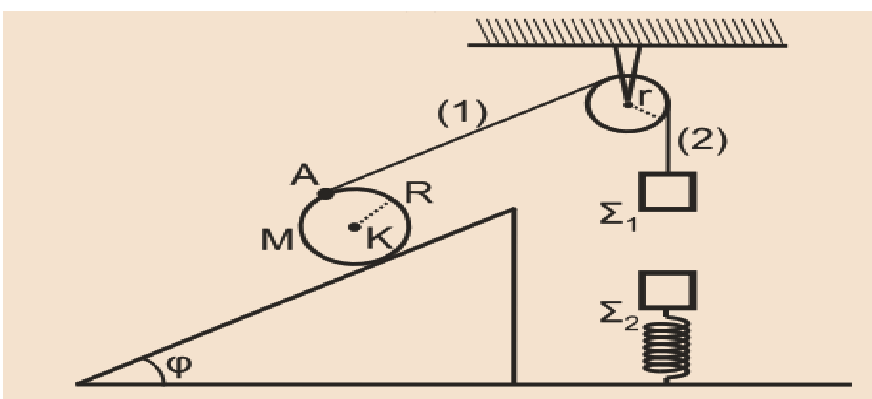
Δ4. Τη συνολική θερμική ενέργεια που ελευθερώνεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή αμέσως μετά την κρούση έως την χρονική στιγμή που η ταλάντωση του συσσωματώματος σταματά.

Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10$ m/s^2.
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το νήμα δεν ολισθαίνει στο αυλάκι της τροχαλίας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Επαν. Ημερ. 2023

58. (Μοιάζει με την προηγούμενη άσκηση 57) Ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας $R = \frac{5}{π}$ m βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους, γωνίας κλίσεως $φ = 30^o$. Σε σημείο Α της επιφανείας του κυλίνδρου, το οποίο απέχει από την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση $2R$, έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Το άλλο άκρο του νήματος έχει δεθεί σε σώμα $Σ_1$ μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1$ kg. Το νήμα περνά από το αυλάκι τροχαλίας ακτίνας r, η οποία έχει στερεωθεί σε οροφή. Το τμήμα (1) του νήματος είναι παράλληλο προς την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου, ενώ το τμήμα (2) κατακόρυφο.



Το σύστημα των σωμάτων αυτών ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων και μάζας m_2 = 4 kg ισορροπεί δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο οριζόντιο δάπεδο. Ο άξονας του ελατηρίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη διεύθυνση με τη διεύθυνση του νήματος (2).

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα *M* του κυλίνδρου.

Τη χρονική στιγμή t_o = 0, κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2).
Αμέσως μετά την t_o = 0, το σώμα $Σ_1$ πέφτει κατακόρυφα ενώ ο κύλινδρος κατέρχεται το κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση, εκτελώντας κύλιση χωρίς ολίσθηση. Κατά τη διάρκεια της κύλισής του ο άξονάς του παραμένει συνεχώς κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Δ2. Αν τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Α, ολοκληρώνει μία πλήρη περιστροφή και το κέντρο μάζας του κυλίνδρου έχει ταχύτητα μέτρου $υ_{cm}$ = 10 m/s, να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, κάνοντας χρήση των νόμων της κινηματικής κατά την κύλιση στερεών σωμάτων.

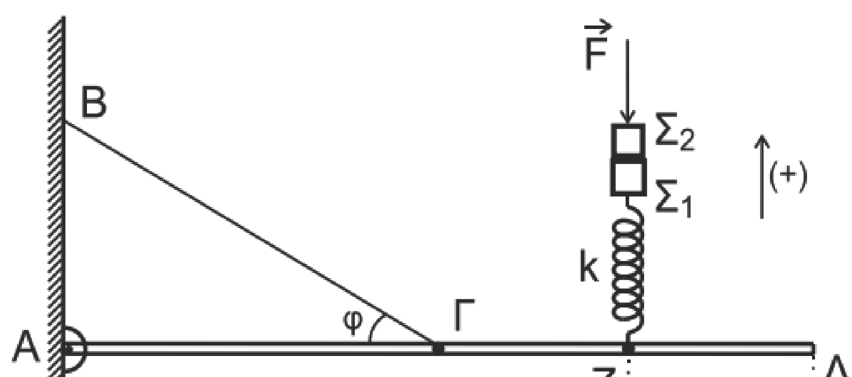
Το σώμα $Σ_1$ πέφτοντας κατακόρυφα συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_2$, έχοντας τη στιγμή της κρούσης ταχύτητα μέτρου $υ_o$ = 20 m/s.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση και το ποσό της θερμικής ενέργειας που απελευθερώνεται στο περιβάλλον κατά την κρούση.
Να θεωρήσετε ότι:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- οι κρούσεις είναι ακαριαίες και κατά την πραγματοποίησή τους δεν έχουμε απώλεια μάζας.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Εξετ. Ομογ. 2023

59. Η λεπτή ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΔ, μάζας $M_ρ$ = 4 kg και μήκους *L* του παρακάτω σχήματος ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο της Α έχει συνδεθεί με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στο μέσον της Γ έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου έχει στηριχθεί στον κατακόρυφο τοίχο στο σημείο Β. Το νήμα σχηματίζει γωνία $φ$ = 30° με τη διεύθυνση της ράβδου.
Σε σημείο Ζ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση (ΖΔ) = *L*/4, έχει στερεωθεί το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς *k* = 100 N/m. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχει δεθεί σώμα $Σ_1$ μικρών διαστάσεων, μάζας m_1 = 0,6 kg. Πάνω στο σώμα $Σ_1$ έχει τοποθετηθεί σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων, μάζας m_2 = 0,4 kg.



Ασκώντας σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω στο σώμα $Σ_2$, το σύστημα των δύο σωμάτων ισορροπεί με το ελατήριο να έχει συμπιεστεί κατά $Δ\ell$ = 0,3 m.
Ως θετική φορά να θεωρήσετε τη φορά προς τα πάνω. Σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου το νήμα δεν χαλαρώνει και η ράβδος παραμένει οριζόντια.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$. Το σύστημα των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ2. Να βρείτε σε ποια θέση κατά την ταλάντωση του συστήματος των δύο σωμάτων το σώμα $Σ_2$ θα αποσπαστεί από το σώμα $Σ_1$.

Δ3. Τη χρονική στιγμή t_1, που το σώμα $Σ_2$ αποσπάται από το σώμα $Σ_1$, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο μέσον Γ της ράβδου.

Τη χρονική στιγμή t_1, που το σώμα $Σ_2$ αποσπάται από το σώμα $Σ_1$, το σώμα $Σ_2$ συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, ενώ το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ4. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη απόσταση που διανύει το σώμα $Σ_2$ από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

Όταν το $Σ_2$ φτάσει στο ανώτερο ύψος του, απομακρύνεται.

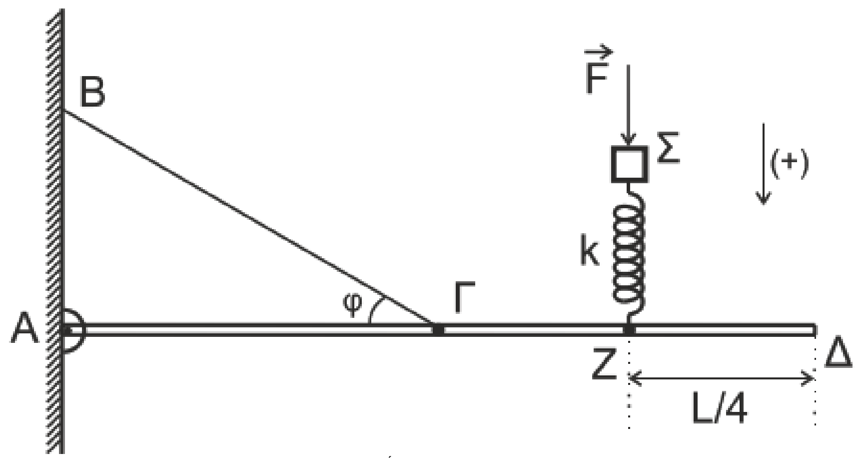
Δ5. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

Να θεωρήσετε ότι:
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Επαν. Ημερ. 2024

60. Η λεπτή ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΔ, μάζας $M_ρ$ = 4 kg και μήκους L του παρακάτω σχήματος ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο της Α έχει συνδεθεί με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Στο μέσον της Γ έχει δεθεί το ένα άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου έχει στηριχθεί στον κατακόρυφο τοίχο στο σημείο Β. Το νήμα σχηματίζει γωνία $φ$ = 30° με τη διεύθυνση της ράβδου.
Σε σημείο Ζ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση (ΖΔ) = $L/4$, έχει στερεωθεί το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k = 100 N/m. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχει δεθεί σώμα Σ μικρών διαστάσεων, μάζας m = 1 kg. Ασκώντας σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα κάτω στο σώμα Σ, το σώμα ισορροπεί με το ελατήριο να έχει συμπιεστεί κατά $Δ\ell$ = 0,3 m.

Ως θετική φορά να θεωρήσετε τη φορά προς τα κάτω. Σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου το νήμα δεν χαλαρώνει και η ράβδος παραμένει οριζόντια.



Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, καταργούμε τη δύναμη $\vec{F}$. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Δ2. Να υπολογίσετε το πλάτος A της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ.

Δ3. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ.

Δ4. Τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα Σ περνά από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο μέσον Γ της ράβδου.

Να θεωρήσετε ότι:
- η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2.
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.