

Identitas dan Informasi Mengenai Modul

Kode Modul Ajar	MAT.F+.HAA.11.1
Kode ATP Acuan	Final_ATP_Hafiz Alvian_SMA_F+
Nama Penyusun/Institusi/Tahun	Adi Pribadi, S.Pd./ SMA Negeri Sumatera Selatan/ 2021
Jenjang Sekolah	SMA
Fase/Kelas	F+/11
Domain/Topik	Bilangan/ Bilangan Kompleks
Kata Kunci	Bilangan Kompleks, Imajiner.
Pengetahuan/Keterampilan Prasyarat	Operasi Dasar Aritmetika
Alokasi Waktu (menit)	450 menit
Jumlah Pertemuan (JP)	10 JP
Moda Pembelajaran	Tatap Muka
Metode Pembelajaran	<i>Discovery Learning</i> dan <i>Problem Based Learning</i>
Sarana Prasarana	LCD, Proyektor dan Papan Tulis
Target Peserta Didik	Reguler
Karakteristik Peserta Didik	Tidak terdapat karakteristik khusus peserta didik
Daftar Pustaka	Andreescu, T., Andrica, D. <i>Complex Number From A to ... Z</i>. Birkhauser. Berlin. Complex Analysis, John M. Howie John D. Paliouras, Douglas S. Meadows-Complex Variables for Scientists and Engineers_ Second Edition
Referensi Lain	Video Pembelajaran: 1. https://www.youtube.com/watch?v=OQz1ydBcQSA 2. https://www.youtube.com/watch?v=y2wPAZwZTng

Persiapan Pembelajaran Estimasi Waktu	
Menyiapkan bahan ajar berupa lembar kerja dalam bentuk cetak	120 menit
Menyiapkan soal evaluasi dalam bentuk cetak	20 menit
Menyiapkan LCD Proyektor untuk menampilkan bahan ajar	10 menit
Total Waktu	150 menit.

Rasionalisasi
Modul ini dirancang untuk pembelajaran tatap muka dengan target peserta didik reguler dengan jumlah sekitar 25 orang untuk setiap kelasnya. Alokasi waktu 10 JP (Jam Pelajaran) dimana satu 1 JP durasinya selama 45 menit. Tidak ada bahan atau alat khusus yang diperlukan untuk pembelajaran Bilangan Kompleks.

Materi Pembelajaran

BILANGAN KOMPLEKS

Definisi

Himpunan bilangan $\mathbb{R}^2$, dengan operasi penjumlahan dan perkalian disebut sebagai himpunan bilangan kompleks, disimbolkan dengan $\mathbb{C}$. Setiap elemen $z = (x, y) \in \mathbb{C}$ dikatakan sebagai sebuah bilangan kompleks. Simbol $\mathbb{C}^*$ digunakan untuk himpunan $\mathbb{C} \setminus \{(0,0)\}$.

Sifat-sifat bilangan kompleks

1. Sifat-sifat penjumlahan

a. Sifat komutatif

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1 \text{ untuk semua } z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

b. Sifat asosiatif

$$(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3) \text{ untuk semua } z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}.$$

c. Identitas penjumlahan

Terdapat bilangan kompleks $0 = (0,0)$ yang unik sehingga

$$z + 0 = 0 + z \text{ untuk semua } z = (x, y) \in \mathbb{C}$$

d. Invers penjumlahan

Untuk setiap bilangan kompleks $z = (x, y)$ terdapat sebuah bilangan kompleks

$$-z = (-x, -y) \in \mathbb{C} \text{ sehingga}$$

$$z + (-z) = (-z) + z = 0$$

Bilangan $z_1 - z_2 = z_1 + (-z_2)$ dikatakan selisih dari bilangan kompleks z_1 dan z_2 .

Operasinya disebut sebagai pengurangan dan didefinisikan sebagai

$$z_1 - z_2 = (x_1, y_1) - (x_2, y_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2) \in C$$

2. Sifat-sifat perkalian

a. Sifat komutatif

$$z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1 \text{ untuk semua } z_1, z_2 \in C.$$

b. Sifat asosiatif

$$(z_1 \cdot z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3) \text{ untuk semua } z_1, z_2, z_3 \in C.$$

c. Identitas perkalian

Terdapat bilangan kompleks $1 = (1, 0) \in C$ yang unik sehingga

$$z \cdot 1 = 1 \cdot z = z \text{ untuk semua } z = (x, y) \in C$$

d. Invers perkalian

Untuk setiap bilangan kompleks $z = (x, y) \in C^*$ terdapat sebuah bilangan kompleks

$$z^{-1} = (x', y') \in C \text{ yang unik sehingga}$$

$$z \cdot z^{-1} = z^{-1} \cdot z = 1.$$

e. Sifat distributif

$$z_1 \cdot (z_2 + z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_3 \text{ untuk semua } z_1, z_2, z_3 \in C.$$

Representasi bilangan kompleks dalam bentuk Aljabar

Proposisi.

Setiap bilangan kompleks $z = (x, y)$ dapat dituliskan ke dalam bentuk $z = x + iy$ dimana x, y adalah bilangan real dimana $i^2 = -1$. Secara lebih formal bisa dituliskan

$C = \{x + iy | x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1\}$ Bagian real dari z adalah $x = \text{Re}(z)$ dan bagian imajiner dari z adalah $y = \text{Im}(z)$.

Berdasarkan proporsi tersebut, dapat dilihat hubungan :

- a. $z_1 = z_2$ jika dan hanya jika $\text{Re}(z_1) = \text{Re}(z_2)$ dan $\text{Im}(z_1) = \text{Im}(z_2)$.
- b. $z \in \mathbb{R}$ jika dan hanya jika $\text{Im}(z) = 0$
- c. $z \in C \setminus \mathbb{R}$ jika dan hanya jika $\text{Im}(z) \neq 0$.

Operasi bilangan kompleks dalam bentuk aljabar :

1. Penjumlahan

$$z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) \in C.$$

Berdasarkan hasil penjumlahan tersebut maka dapat kita tuliskan sebagai berikut:

$$\text{Re}(z_1 + z_2) = \text{Re}(z_1) + \text{Re}(z_2);$$

$$\text{Im}(z_1 + z_2) = \text{Im}(z_1) + \text{Im}(z_2);$$

2. Pengurangan

$$z_1 - z_2 = (x_1 + iy_1) - (x_2 + iy_2) = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2) \in C.$$

Berdasarkan hasil penjumlahan tersebut maka dapat kita tuliskan sebagai berikut:

$$\text{Re}(z_1 - z_2) = \text{Re}(z_1) - \text{Re}(z_2);$$

$$\text{Im}(z_1 - z_2) = \text{Im}(z_1) - \text{Im}(z_2);$$

3. Perkalian

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + iy_1) \cdot (x_2 + iy_2) = (x_1x_2 - y_1y_2) + i(x_1y_2 + x_2y_1) \in C.$$

Dengan kata lain :

$$\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Re}(z_1) \cdot \operatorname{Re}(z_2) - \operatorname{Im}(z_1) \cdot \operatorname{Im}(z_2);$$

$$\operatorname{Im}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Im}(z_1) \cdot \operatorname{Re}(z_2) + \operatorname{Im}(z_2) \cdot \operatorname{Re}(z_1);$$

Untuk sembarang bilangan λ dan sebuah bilangan kompleks $z = x + iy$, berlaku

$$\lambda \cdot z = \lambda(x + iy) = \lambda x + \lambda iy \in \mathbb{C}$$

Yang merupakan hasil perkalian bilangan real dan bilangan kompleks. Sifat perkalian bilangan real dan bilangan kompleks adalah sebagai berikut:

$$1) \quad \lambda \cdot (z_1 + z_2) = \lambda z_1 + \lambda z_2;$$

$$2) \quad \lambda_1 (\lambda_2 \cdot z) = (\lambda_1 \lambda_2) z;$$

$$3) \quad \lambda \cdot (z_1 + z_2) = \lambda z_1 + \lambda z_2; \text{ untuk semua } \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$$

Pangkat dari bilangan i

$i^n = \{-1, 1, -i, i\}$ untuk semua bilangan bulat $n \geq 0$. Jika n adalah bilangan bulat negatif, maka

$$i^n = (i^{-1})^{-n} = \left(\frac{1}{i}\right)^{-n} = (-i)^{-n}.$$

Konjugat dari bilangan kompleks

Untuk bilangan kompleks $z = x + iy$ maka bentuk konjugatnya didefinisikan sebagai $\bar{z} = x - iy$.

Proposisi

$$1. \quad z = \bar{z} \text{ jika dan hanya jika } z \in \mathbb{R}$$

2. Untuk setiap bilangan kompleks z , maka $z = \overline{\overline{z}}$.
3. Untuk setiap bilangan kompleks z , bilangan $z \cdot \overline{z} \in \mathbb{R}$ adalah bilangan real non-negatif.
4. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
5. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
6. Untuk setiap bilangan kompleks tak nol maka $\overline{z^{-1}} = (\overline{z})^{-1}$.
7. $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}, z_2 \neq 0$
8. Rumus $\operatorname{Re}(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ dan $\operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}$ valid untuk setiap nilai $z \in \mathbb{C}$

Modulus dari bilangan kompleks

Untuk setiap bilangan kompleks $z = x + iy$, modulus atau nilai mutlak dari z didefinisikan

sebagai $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Proposisi

Sifat-sifat modulus bilangan kompleks yaitu :

1. $-|z| \leq \operatorname{Re}(z) \leq |z|$ dan $-|z| \leq \operatorname{Im}(z) \leq |z|$
2. $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}$. Selain itu $|z| = 0$ jika dan hanya jika $z = 0$
3. $|z| = |-\overline{z}| = |\overline{\overline{z}}|$
4. $z \cdot \overline{z} = |z|^2$
5. $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

$$6. \quad |z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

$$7. \quad |z^{-1}| = |z|^{-1}, \quad z \neq 0$$

$$8. \quad \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \quad z_2 \neq 0$$

$$9. \quad |z_1| - |z_2| \leq |z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$$

Rencanaan Asesmen

Penilaian yang akan dilakukan adalah penilaian pengetahuan dan keterampilan.

Penilaian Pengetahuan :

1. Latihan Soal
2. Ulangan Harian
3. Tugas

Penilaian Keterampilan :

Portofolio

Langkah-Langkah Pembelajaran

Topik : BILANGAN KOMPLEKS

Tujuan Pembelajaran

B.1 Memahami konsep imajiner dan bilangan kompleks

B.2 Menentukan hasil perkalian bilangan kompleks

B.3 Menentukan konjugasi bilangan kompleks

B.4 Menggunakan bilangan kompleks dalam identitas dan persamaan polinomial

LANGKAH PEMBELAJARAN

Pertemuan 1

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
1	Pendahuluan	a. Memberi salam dan berdoa sebelum pembelajaran dimulai; b. Melakukan apersepsi tentang Sistem Bilangan dan notasinya mulai dari bilangan asli hingga bilangan kompleks. c. Menyampaikan tujuan, materi, strategi dan teknik penilaian pembelajaran Definisi dan Sifat-sifat Bilangan Kompleks.	Iman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	10'
2	Inti	a. Guru memberikan definisi dan sifat-sifat bilangan kompleks. b. Peserta didik membaca dan mencari informasi tentang bilangan Imajiner. c. Peserta didik diberikan sebuah permasalahan di LKPD yang berisi soal bilangan kompleks dalam bentuk aljabar.	Kolaborasi Literasi Berpikir kritis	60'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		d. Peserta didik mengerjakan soal tersebut dengan kelompoknya . e. Peserta didik mulai berdiskusi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan sifat-sifat bilangan kompleks. f. Peserta didik secara teratur mengemukakan hasil diskusi mereka. g. Peserta didik saling menanggapi hasil diskusi dan membuat sebuah kesimpulan dari permasalahan yang diberikan.	Komunikasi Gotong-royong.	
3	Penutup	a. Guru memfasilitasi peserta didik untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan. b. Guru mengevaluasi hasil belajar , dan memberikan tugas mandiri. c. Berdoa dan memberi salam	Beriman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	20'

LANGKAH PEMBELAJARAN

Pertemuan 2

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
1	Pendahuluan	a. Memberi salam dan berdoa sebelum pembelajaran dimulai; b. Melakukan apersepsi tentang Sifat-sifat bilangan kompleks mulai dari sifat penjumlahan, pengurangan dan perkalian bilangan kompleks. c. Menyampaikan tujuan, materi, strategi dan teknik penilaian pembelajaran Aplikasi bilangan kompleks dan Operasi Aritmatika Bilangan Kompleks.	Priman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	10'
2	Inti	a. Peserta didik membaca dan mencari informasi tentang bilangan Imajiner. b. Peserta didik diberikan sebuah permasalahan di LKPD berupa labirin yang berisikan berbagai macam bilangan. c. Peserta didik secara berpasangan mencoba untuk menyelesaikan labirin tersebut dari titik awal ke titik akhir dengan menggunakan operasi dan sifat bilangan kompleks.	Kolaborasi Literasi Berpikir kritis	60'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		d. Pasangan yang lebih dulu menemukan jalan keluar dari labirin yang disediakan akan dinyatakan sebagai pemenang permainan. e. Peserta didik yang menang diberikan penghargaan dari guru. f. membuat sebuah kesimpulan dari permasalahan yang diberikan.	Komunikasi Gotong-royong.	
3	Penutup	a. Guru memfasilitasi peserta didik untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan. b. Guru mengevaluasi hasil belajar , dan memberikan tugas mandiri. c. Berdoa dan memberi salam	Beriman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	20'

LANGKAH PEMBELAJARAN

Pertemuan 3

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
1	Pendahuluan	a. Memberi salam dan berdoa sebelum pembelajaran dimulai;	iman dan bertaqwa	10'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		b. Melakukan apersepsi tentang Sistem Bilangan. c. Menyampaikan tujuan, materi, strategi dan teknik penilaian pembelajaran Konjugat dan sifat-sifat konjugat dari Bilangan Kompleks.	kepada Tuhan Yang Maha Esa	
2	Inti	a. Peserta didik membaca dan mencari informasi tentang definisi konjugat dan sifat-sifat konjugat dari bilangan kompleks. b. Peserta didik diberikan sebuah permasalahan di LKPD yang berisi soal bilangan kompleks dalam bentuk aljabar. c. Peserta didik mengerjakan soal tersebut dengan kelompoknya . d. Peserta didik mulai berdiskusi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan sifat-sifat konjugat bilangan kompleks. e. Peserta didik secara teratur mengemukakan hasil diskusi mereka. f. Peserta didik saling menanggapi hasil diskusi dan membuat sebuah	Kolaborasi Literasi Berpikir kritis Komunikasi Gotong-royong.	60'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		kesimpulan dari permasalahan yang diberikan.		
3	Penutup	a. Guru memfasilitasi peserta didik untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan. b. Guru mengevaluasi hasil belajar, dan memberikan tugas mandiri. c. Berdoa dan memberi salam	iman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	20'

LANGKAH PEMBELAJARAN

Pertemuan 4

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
1	Pendahuluan	a. Memberi salam dan berdoa sebelum pembelajaran dimulai; b. Melakukan apersepsi tentang Sistem Bilangan. c. Menyampaikan tujuan, materi, strategi dan teknik penilaian pembelajaran Konjugat dan	iman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	10'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		sifat-sifat konjugat dari Bilangan Kompleks.		
2	Inti	a. Guru menjelaskan materi tentang persamaan dan bentuk polinomial dari bilangan kompleks. b. Peserta didik diberikan sebuah permasalahan di LKPD yang berisi soal bilangan kompleks dalam bentuk aljabar. c. Peserta didik mengerjakan soal tersebut dengan kelompoknya . d. Peserta didik mulai berdiskusi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan menggunakan sifat-sifat bilangan kompleks. e. Peserta didik secara teratur mengemukakan hasil diskusi mereka. f. Peserta didik saling menanggapi hasil diskusi dan membuat sebuah kesimpulan dari permasalahan yang diberikan.	Kolaborasi Literasi Berpikir kritis Komunikasi Gotong-royong.	60'
3	Penutup	a. Guru memfasilitasi peserta didik untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan. b. Guru mengevaluasi hasil belajar , dan memberikan tugas mandiri. c. Berdoa dan memberi salam	Beriman dan bertaqwa kepada Tuhan	20'

	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
			Yang Maha Esa	

REFLEKSI GURU

1. Hal-hal apa yang telah berjalan dengan baik dari kegiatan belajar yang telah direncanakan ?
2. Apa kekurangan yang ditemukan dalam proses pembelajaran?
3. Pembelajaran akan berjalan lebih baik lagi jika

REFLEKSI PESERTA DIDIK

1. 2 hal yang sudah kamu pahami?
2. 2 hal yang kamu ingin tanyakan?
3. Sejauh mana anda memahami materi yang sudah di pelajari?

Lembar Kerja Peserta Didik (Pertemuan 1)

Nama :

Kelas :

Materi : Konsep imajiner.

Instruksi Pengerjaan :

1. Gunakan pena warna hitam atau biru. Pensil digunakan untuk menggambar grafik atau diagram.
2. Kerjakan semua soal dengan teliti.

Tentukanlah solusi dari persamaan kuadrat :

Apakah ada solusi real dari persamaan tersebut?

Tentukanlah solusi dari persamaan kuadrat :

Apakah ada solusi real dari persamaan tersebut?

Solusi dalam bilangan kompleks

Lembar Kerja Peserta Didik (Pertemuan 2)

Nama :

Kelas :

Materi : Operasi dasar bilangan kompleks.

Petunjuk Pengerjaan :

1. Lengkapilah labirin berikut dengan menyederhanakan setiap ekspresi berikut, arsilah kotak yang memuat bilangan imajiner.
2. Gunakanlah sifat-sifat operasi bilangan kompleks untuk menyelesaikan soal-soal yang diberikan.
3. Kerjakanlah dengan teliti.
4. Diskusikanlah hasil yang didapatkan didapatkan dengan anggota kelompok.

$(1+i)(1-i)$	$(2+3i)+(4+5i)$	$(6-6i)(6-2i)$	$2i(3i^2)$	$2i(3i)$	Start Here $\sqrt{-4}$
$\sqrt{5-4}$	$-\sqrt{-49}$	$(3+2i)-(4+2i)$	$\sqrt{-36}$	$\sqrt{-25}+3$	$2(3+2i)$
$\sqrt{\frac{81}{25}}$	$(5+14i)-(10-2i)$	$(5+4i)-(-1-2i)$	$3+\sqrt{5}$	$-\sqrt{64}$	$2i-(3+2i)$
$(2+3i)(2-3i)$	$5i-\sqrt{-25}$	$(3+4i)(3+4i)$	$4-\sqrt{-25}$	$-\sqrt{-4}$	$3i(2+3i)$
$(6+2i)+(1-2i)$	i^2	$\sqrt{125}$	$4i^2$	$(1-3i)(1+3i)$	$(1+2i)(-1-2i)$
$\sqrt{-225}$	$(5+4i)-(-1-2i)$	$(1+2i)+(2-3i)$	$(2i^2)(-3i^2)$	$2(3+4i)$	$(6+2i)(3i)$
$-\sqrt{-1}$	$-3i(-5i)$	$5i^2(2+i)$	$(2-3i)(-3i)$	$3-(2-i)$	$-\sqrt{64}$

Lembar Kerja Peserta Didik (Pertemuan 3)**Nama :****Kelas :****Materi : Konjugat bilangan kompleks.**

Petunjuk Pengerjaan :

1. Gunakanlah sifat-sifat konjugat untuk menyelesaikan soal-soal yang diberikan.
2. Kerjakanlah dengan teliti.
3. Diskusikanlah hasil yang didapatkan didapatkan dengan anggota kelompok.

Untuk sebuah bilangan kompleks , bilangan dikatakan sebagai konjugat dari bilangan kompleks z .

Tentukanlah konjugat dari setiap bilangan kompleks berikut :

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

- Jika , maka bagian imajiner dari bilangan kompleks adalah...
- Jika , maka konjugat dari adalah....
- Jika , maka

Lembar Kerja Peserta Didik (Pertemuan 4)

Nama :

Kelas :

Materi : Operasi aritmatika bilangan kompleks.

Instruksi Pengerjaan :

1. Gunakan pena warna hitam atau biru. Pensil digunakan untuk menggambar grafik atau

diagram.

2. Kerjakan semua soal dengan tepat.
3. Gunakanlah sifat-sifat bilangan kompleks untuk mengerjakan soal tersebut.

Soal :

1. Sederhanakanlah bentuk berikut:

a. $(3 + 4i) + (3i - 2)$

b. $(3 + 2i)(3i - 2)$

c. $i^{123} - 4i^9 - 4i$

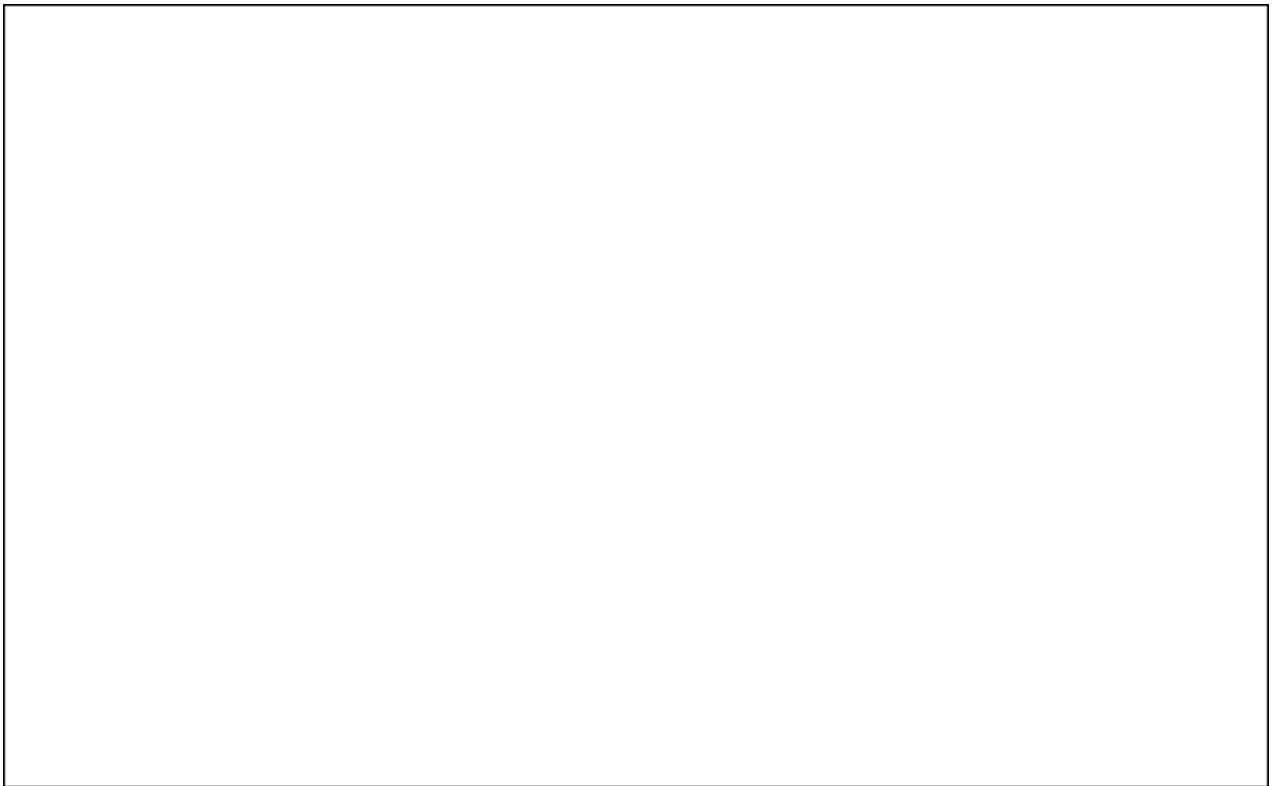
d. $\frac{i^4 + i^9 + i^{16}}{2 - i^5 + i^{10} - i^{15}}$

2. Dengan mengubah bentuk $(1 + i)^2$ dalam bentuk $a + bi$, hitunglah nilai dari:

a. $(1 + i)^6$

b. $(1 + i)^9$

c. $(1 + i)^{10}$



SELESAI

KISI-KISI SOAL

No	Tujuan Pembelajaran	Aspek	Indikator Soal	Teknik Penilaian	Bentuk penilaian	Instrumen Penilaian	No Soal
1	Peserta didik dapat melakukan operasi aritmatika yang melibatkan bilangan kompleks.	Pengetahuan	Diberikan beberapa bilangan kompleks, peserta didik dapat menentukan hasil penjumlahan dan perkalian dari bilangan kompleks tersebut.	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir	1
			Diberikan persamaan kuadrat dengan akar-akar imajiner, peserta didik dapat menentukan solusi imajiner dari persamaan kuadrat tersebut.	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir	2
			Diberikan bilangan kompleks dengan bentuk perkalian dan pecahan, peserta didik dapat menentukan bentuk sederhana dari bilangan kompleks tersebut.	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir	3
			Diberikan penjumlahan bilangan kompleks dalam bentuk pangkat, peserta didik dapat menyederhanakan bentuk tersebut.	Tes Tertulis	Uraian	Terlampir	4

SOAL

No	Soal	Poin
----	------	------

1	Diketahui bilangan kompleks $z_1 = (1,2)$, $z_2 = (-2,3)$, dan $z_3 = (1,-1)$. Hitunglah bilangan kompleks berikut : a. $z_1 + z_2 + z_3$ b. $z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1$ c. $z_1 z_2 z_3$ d. $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$	3 6 6 6
2	Selesaikanlah persamaan dalam bilangan kompleks : a. $x^2 + x + 1 = 0$ b. $x^2 + 1 = 0$	6 6
3	Hitunglah : a. $(1 - 2i)(-3 + 2i)(5 - 4i)$ b. $(2 - 4i)(5 + 2i) + (3 + 4i)(-6 - i)$ c. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ d. $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^6 + \left(\frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)^6$	6 6 10 10
4	Hitunglah : a. $i^{2000} + i^{1999} + i^{201} + i^{82} + i^{47}$ b. $i^{-5} + (-i)^{-7} + (-i)^{13} + i^{-100} + (-i)^{94}$	6 6
	Total	77

$$\text{Nilai Akhir Siswa} = \frac{\text{Jumlah Benar}}{\text{Total Poin}} \times 100$$

Remedial dan Pengayaan

Program Remedial

Pembelajaran remedial dilakukan bagi peserta didik yang capaian Tujuan Pembelajarannya belum tuntas dengan ketentuan sebagai berikut:

- Jika lebih dari 50% peserta didik tidak tuntas, maka remedial dilakukan dengan cara pembelajaran ulang tentang materi yang tidak tuntas, baru kemudian diberikan soal remedial
- Jika kurang dari 50% peserta didik tidak tuntas, maka remedial dilakukan dengan cara pembelajaran tutor sebaya, baru kemudian diberikan soal remedial
- Peserta didik hanya dapat melakukan remedial sebanyak 2 kali. Jika setelah 2 kali remedial peserta didik masih belum tuntas, guru memberikan tugas untuk diselesaikan
- Remedial yang dilakukan meliputi :
 1. .
 2. .
 3. .

Soal Remedial

SOAL

No	Soal
1	Diketahui bilangan kompleks $z_1 = (1,2)$, $z_2 = (-2,3)$, dan $z_3 = (1,-1)$. Hitunglah bilangan kompleks berikut : a. $z_1 + z_2 + z_3$ b. $z_1 z_2 z_3$
2	Selesaikanlah persamaan dalam bilangan kompleks :

	a. $x^2 + x + 2 = 0$ b. $x^2 + 3 = 0$
3	Hitunglah : a. $(1 - 2i)(-3 + 2i)(5 - 4i)$ b. $(2 - 4i)(5 + 2i) + (3 + 4i)(-6 - i)$ c. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{16} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$
4	Hitunglah : c. $i^{2000} + i^{1999} + i^{201} + i^{82} + i^{47}$ d. $i^{-5} + (-i)^{-7} + (-i)^{13} + i^{-100} + (-i)^{94}$

Program Pengayaan

Pengayaan dilakukan bagi peserta didik yang capaian KD-nya sudah tuntas dengan ketentuan sebagai berikut:

- Peserta didik yang memiliki nilai n (ketuntasan) $< n < n$ (maksimum) diberikan materi yang masih dalam cakupan KD dengan pendalaman sebagai materi tambahan
- Peserta didik yang memiliki nilai $n = n$ (maksimum) diberikan materi melebihi cakupan Tujuan Pembelajaran sebagai materi tambahan
- Pengayaan diberikan untuk menambah wawasan peserta didik mengenai materi pembelajaran
- Adapun Tujuan Pembelajaran yang dapat digunakan untuk pengayaan adalah sebagai berikut:
 - 1.
 - 2.

Pertemuan Pengayaan

No	Tahap	Kegiatan	Profil Pelajar Pancasila	Estimasi Waktu
		g. Peserta didik saling menanggapi hasil diskusi dan membuat sebuah kesimpulan dari permasalahan yang diberikan.		
3	Penutup	a. Guru memfasilitasi peserta didik untuk menyimpulkan pembelajaran yang telah dilaksanakan. b. Guru mengevaluasi hasil belajar , dan memberikan tugas mandiri. c. Berdoa dan memberi salam	man dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa	20'

Lembar Kerja Peserta Didik (Pertemuan Pengayaan)

Nama :

Kelas :

Materi : Modulus bilangan kompleks.

Petunjuk Pengerjaan :

1. Gunakanlah definisi dan sifat – sifat modulus untuk menyelesaikan soal-soal yang diberikan.
2. Kerjakanlah dengan teliti.
3. Diskusikanlah hasil yang didapatkan didapatkan dengan anggota kelompok.

Untuk sebuah bilangan kompleks , bilangan disebut sebagai modulus atau nilai absolut dari bilangan kompleks

Contoh :

Tentukanlah modulus dari bilangan kompleks :

a. $z = 4 + 3i$ b. $z = -3i$ c. $z = 2$

Penyelesaian :

a. $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

b. $|z| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3$

c. $|z| = \sqrt{2^2} = 2$

Soal Pengayaan

- Tentukanlah modulus dari bilangan kompleks

• _____

• _____

• _____

- Nilai absolut dari bilangan kompleks adalah , nilai b yang memenuhi adalah....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- Tentukanlah nilai absolut dari bilangan kompleks !

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....