

Тема: Розв'язування показникових рівнянь

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

Матеріали до теми:

2. Показникові рівняння

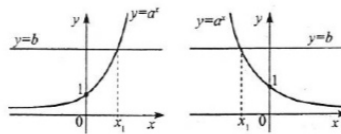
Показниковими називаються рівняння, в яких невідоме міститься в показнику степеня при сталих основах.

Наприклад: рівняння $2^x + 3 = 0$; $3^{x+1} - 3^x - 1 = 0$ є показниковими.

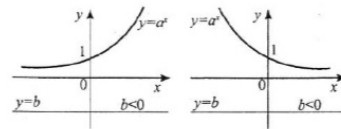
Найпростішим показниковим рівнянням є рівняння $a^x = b$, $a > 0$, $a \neq 1$.

Оскільки множина значень функції $y = a^x$ - множина додатних чисел, то рівняння $a^x = b$:

- 1) має один корінь, якщо $b > 0$;



- 2) не має коренів, якщо $b \leq 0$.



Для того, щоб розв'язати рівняння $a^x = b$, $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, треба b подати у вигляді $b = a^c$, тобто будемо мати $a^x = a^c$, звідси $x = c$.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть рівняння $5^x = 125$

Розв'язання

Оскільки $5^x = 125$, а $125 = 5^3$, то маємо $5^x = 5^3$, звідси $x = 3$.

Відповідь: 3.

Приклад 2. Розв'яжіть рівняння $(\frac{1}{7})^x = 49$.

Розв'язання

Оскільки $49 = 7^2 = (\frac{1}{7})^{-2}$, то маємо $(\frac{1}{7})^x = (\frac{1}{7})^{-2}$, звідси $x = -2$.

Відповідь: -2.

Приклад 3. Розв'яжіть рівняння $15^{x^2-5x+6} = 1$.

Розв'язання

Оскільки $15^0 = 1$, то $15^{x^2-5x+6} = 15^0$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, звідси $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

Відповідь: 2; 3.

3. Деякі способи розв'язування показникових рівнянь

I спосіб. Приведення рівняння до спільної основи, тобто до рівняння $a^{f(x)} = a^{g(x)}$.

Як відомо, показникова функція $y = a^x > 0, a \neq 0$ монотонна, тому кожне своє значення вона приймає тільки при одному значенні аргументу. Із рівності випливає, що $f(x)=g(x)$.

II спосіб. Винесення спільного множника за дужки.

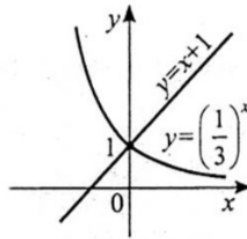
III спосіб. Приведення рівняння до квадратного.

IV спосіб. Графічний спосіб розв'язування показникових рівнянь.

Приклад 1. Розв'яжіть графічно рівняння $(\frac{1}{3})^x = x + 1$.

Розв'язання

Побудуємо графіки функцій $y = (\frac{1}{3})^x$, $y = x + 1$ в одній системі координат. Графіки функцій $y = (\frac{1}{3})^x$ і $y = x + 1$ перетинаються в точці, абсциса якої $x=0$.



Відповідь: 0.

Зуваження. Корінь цього рівняння легко знайти усно, однак треба пам'ятати, що в цьому випадку необхідно доводити той факт, що знайдений корінь єдиний.

4. Системи показникових рівнянь

При розв'язуванні систем показникових рівнянь використовуються традиційні способи розв'язування показникових рівнянь і знайомі Вам способи розв'язування систем рівнянь.

Приклад 1. Розв'яжіть систему рівнянь

$$\begin{cases} 3^x - 7^y = 2, \\ 3^x + 7^y = 16. \end{cases}$$

Розв'язання

Зробимо заміну $3^x = a$, $7^y = b$, тоді матимемо систему:

$$\begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 16. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} a - b = 2, \\ a + b = 16; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a = 18, \\ -2b = -14; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 9, \\ b = 7. \end{cases}$$

Отже,

$$\begin{cases} 3^x = 9, \\ 7^y = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$$

Відповідь: (2;1).

Завдання:

1. Повторити теоретичний матеріал §1, п.2.
2. Розглянути письмово: 2.7, 2.9, 2.11.

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .