

3math **derivabilite**

EXERCICEN°1

Etudier la dérivabilité de f au point x_0 et écrire les équations des tangentes au point $M_0(x_0, f(x_0))$ à sa courbe représentative

a) $f(x) = \sqrt{x+1}$, $x_0=1$

b) $f(x) = x^2 - |x+1|$, $x_0=-1$

c) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $x_0=0$

EXERCICEN°2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x||x-3|}{(x-3)(x^2+1)} & \text{si } x \neq 3 \\ \frac{-3}{10} & \text{si } x = 3 \end{cases}$$

Soit f la fonction définies par:

- 1- Etudier la continuité de f en 0, préciser les demies tangentes à sa courbe représentatives au point d'abscisse 0
- 2- a) la fonction f est elle continue en 3 est elle dérivable en 3?
b) Montrer que f est dérivable à gauche en 3 et préciser la demi tangente

EXERCICEN°3

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 6}{6} & \text{si } x \geq -3 \\ \frac{3\sqrt{x^2+7}}{x} - \alpha & \text{si } x < -3 \end{cases}$$

Soit f la fonction définie sur f par :

$$f'(x_0) = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 - 1}} - 1$$

étant un paramètre réel . On désigne par Cf sa courbe dans un repère (o, i, j)

- 1- Montrer que Cf admet une tangente D au point d'abscisse 0 et étudier la position relative de D et Cf sur $]-3, +\infty[$
- 2- a) Etudier suivant les valeurs de α la continuité et la dérivabilité de f en -3
b) Déterminer suivant α les équations des demies tangentes à Cf au point d'abscisse -3

EXERCICEN°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par:
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 - 1} + 4 + mx & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 - 2mx & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- 1- Déterminer m pour que f soit continue en 1
 - 2- Etudier suivant m $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - 3- On désigne par Cf la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (o, i, j)
- ** On suppose que m=-1
- a) Etudier la dérivabilité de f en 1
 - b) En déduire que Cf possède deux demies tangentes que les précisera, construire ces deux demies tangentes
 - c) Soit M_0 un point de Cf d'abscisse x_0 et T la tangente à Cf .Ecrire une équation de T
 - d) Déterminer x_0 pour que T passe par A(1,0) noté T_0
 - e) Soit $x_0 \in]1, +\infty[$ Montrer que f est dérivable en x_0 et que :
$$f'(x_0) = \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 - 1}} - 1$$
 - f) Pour $x_0 \in]1, +\infty[$ Existe t-il des tangente des tangente à Cf perpendiculaire à T_0

EXERCICEN°5

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = \sqrt{\frac{x^4 + 2x^3 + x^2}{(x+1)(x^2 - x + 1)}} \text{ si } x \neq -1 \\ f(-1) = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

- 1- f est elle continue en -1 et 0?
- 2- F est elle dérivable en -1 et en 0? Si oui écrire les équations de ces tangentes en ces points

EXERCICEN°6

Soit $f(x) = x - \sqrt{3 - x^2}$

- 1- déterminer le domaine de définition de f
- 2- Etudier la dérivabilité de f à droite en $-\sqrt{3}$ et à gauche en $\sqrt{3}$ interpréter graphiquement ces résultats

EXERCICEN°7

Soit Cf la courbe représentative de la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{3}{1+x}$$

- 1- Déterminer les points de Cf où la tangente soit parallèle à la droite D: $y = -4x$
- 2- Soit D': $y = ax + b$ une droite du plan existe t-il des tangentes à Cf qui sont parallèles à D'
- 3- Existe t-il des tangentes à Cf issue de A (0,1)