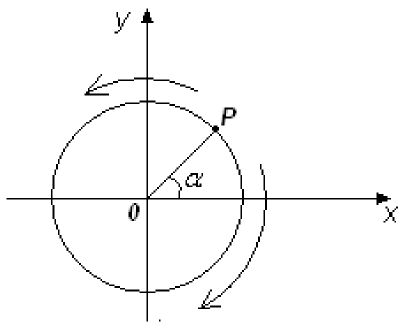
Тема: Формули зведення. Періодичність, побудова графіків та властивості тригонометричних функцій

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf

Матеріали до теми:

Періодичність, побудова графіків та властивості тригонометричних функцій

1. Означення. Функція $y = f(x)$ називається ***періодичною*** з періодом Т ≠ 0, якщо для будь-якого ***x*** з області визначення функції числа $x+T$ та $x-T$ також належать області визначення і виконується умова: $f(x) = f(x-T) = f(x+T)$.



Коли точка Р , яка задає кут α виконає повний оберт у додатному (від'ємному) напрямку, вона займе знову початкове положення на колі і визначатиме кут $\alpha + 360^0 (\alpha - 360^0)$. Координати точки Р при такому переміщенні не зміняться, а отже, і значення всіх тригонометричних функцій залишиться без змін.

Кількість повних обертів може бути будь-яким цілим числом, а тому і значення тригонометричних функцій кута α повторюватимуться через будь-яку кількість повних обертів в будь-якому напрямку.

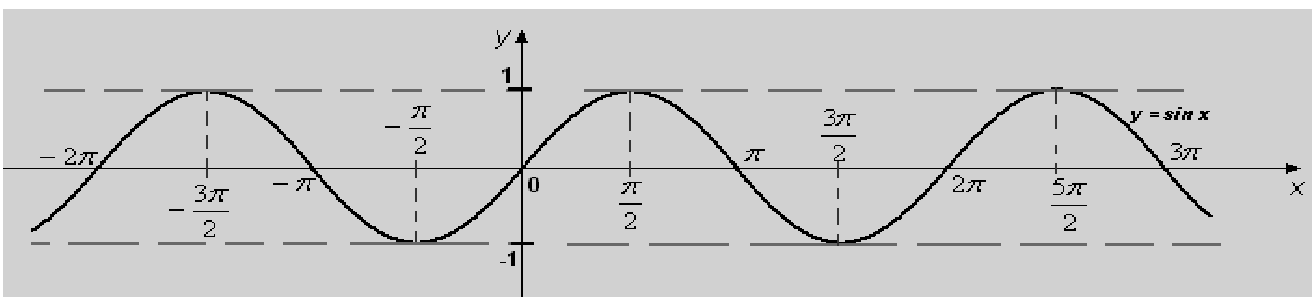
Таким чином, будь-яке число, кратне 360 є періодом всіх тригонометричних функцій, або математичною мовою, період всіх тригонометричних функцій-

$T = 360n,\ n \in Z\ \ (n - \textit{довільне ціле число})$, або в радіанній мірі $T = 2\pi\, n,\ n \in Z$.

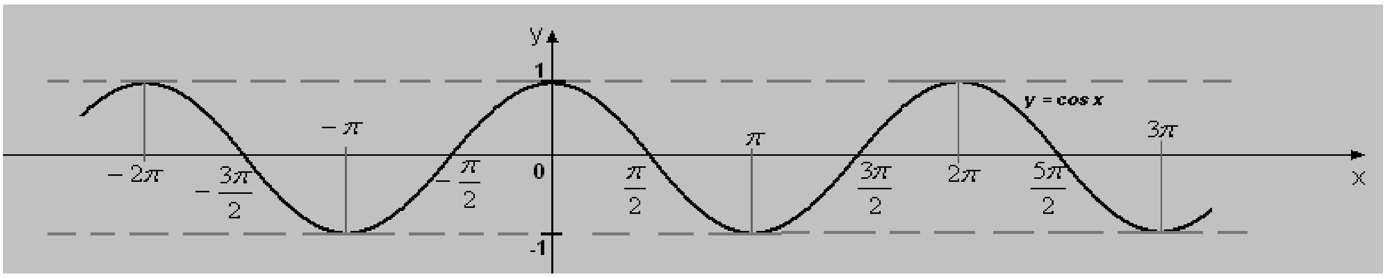
Найменшим додатним періодом функцій $\sin\alpha\ i \cos\alpha$ є число 2π . Для функцій $tg\alpha\ \ i\ \ ctg\alpha$ найменший додатний період π .

2. Графіки тригонометричних функцій

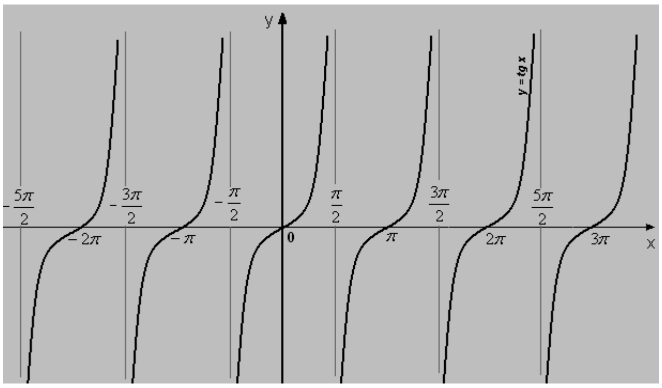
1. Графік функції $y = \sin x$



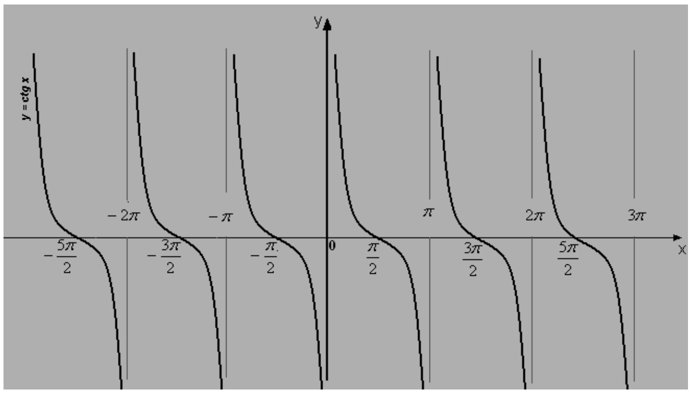
2. Графік функції $y = cosx$



3. Графік функції $y = tgx$



4. Графік функції $y = ctgx$



3. Властивості тригонометричних функцій (*табл.*)

№	Функція Влас-тивість	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = tgx$	$y = ctgx$

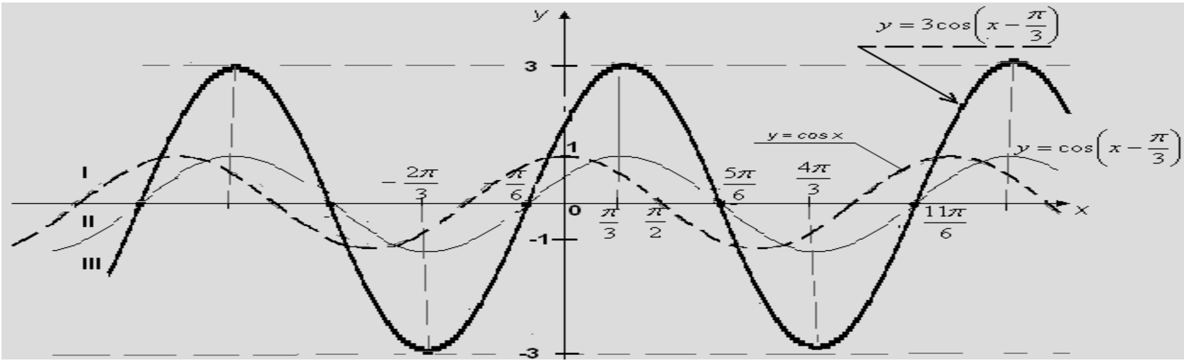
1	**Область визначення**	$x \in (-\infty; \infty)$	$x \in (-\infty; \infty)$	$x \in (-\infty; \infty)$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$	$x \in (-\infty; \infty)$ $x \neq \pi n,\ n \in Z$
2	**Множина значень**	$y \in [-1;1]$	$y \in [-1;1]$	$y \in (-\infty; \infty)$	$y \in (-\infty; \infty)$
3	**Парність (непарність)**	Непарна	Парна	Непарна	Парна
4	**Періодич -ність**	$T = 2\pi n,\ \ n \in Z$	$T = 2\pi n,\ \ n \in Z$	$T = \pi n,\ \ n \in Z$	$T = \pi n,\ \ n \in Z$
5	**Нульові значення**	$x = \pi n,\ \ n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z$	$x = \pi n,\ \ n \in Z$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z$
6	**Проміжки зростання**	$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$	$x \in [-\pi + 2\pi n;\ 2\pi n]$	$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right]$	Не має
7	**Проміжки спадання**	$x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$	$x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$	Не має	$x \in [\pi n;\ \pi + \pi n]$
8	**Додатні значення**	$x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n)$	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right)$	$x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$	$x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$
9	**Від'ємні значення**	$x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$	$x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right)$
10	**Найбільше значення**	$y = 1\ \ при\ \ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi$	$y = 1\ \ при\ \ x = 2\pi n$	Не має	Не має
11	**Найменше значення**	$y = -1\ \ при\ \ x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$	$y = -1\ \ при\ \ x = \pi + 2\pi n$	Не має	Не має

- **Приклад 1.** Побудувати графік функції $y = 3\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

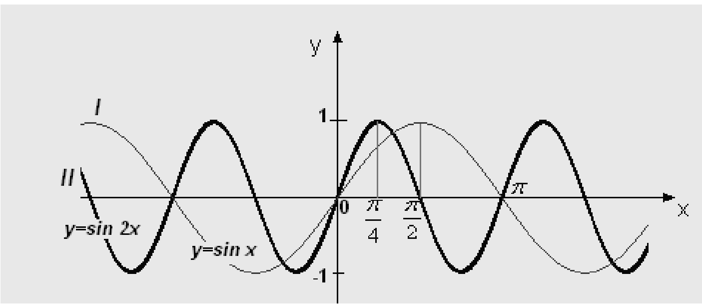
Розв'язання I. *Побудуємо графік функції* $y = \cos x$.

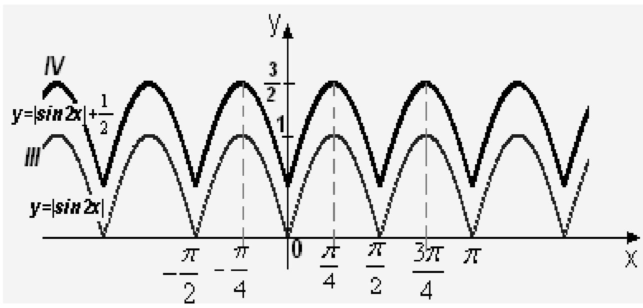
II. *Графік функції* $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ *отримуємо перенесенням графіка функції* $y=\cos x$ *в додатному напрямі вздовж осі Ох на відстань* $\frac{\pi}{3}$ **.**

III. Графік функції $y=3\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ отримуємо розтягуванням в 3 рази графіка функції $y=\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$ вздовж осі Oy



- **Приклад 2.** Побудувати графік функції $y=|\sin 2x|+\frac{1}{2}$





I. Побудуємо графік функції $y=\sin x$;

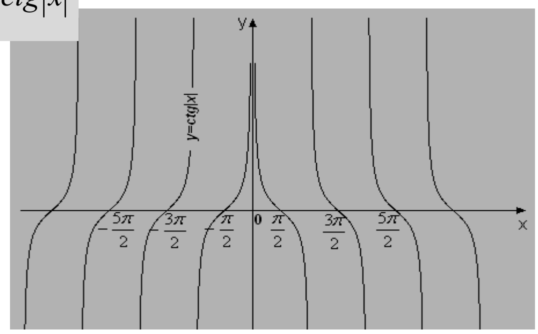
II. Стиснувши графік функції $y=\sin x$ вздовж осі Ox вдвічі отримаємо графік функції $y=\sin 2x$;

III. Щоб отримати графік функції $y=|\sin 2x|$, відображаємо ту частину графіка II, *для* якої $y<0$

(нижче осі Ox) симетрично відносно осі Ox.

IV. Графік функції $y = |\sin 2x| + \frac{1}{2}$ отримаємо, перемістивши графік III, вгору вздовж осі Oy на $\frac{1}{2}$.

- **Приклад 3.** Побудувати графік функції $y = ctg|x|$



I. Так як $ctgx = ctg|x|$ при $x > 0$, то спочатку можна побудувати графік функції $y = ctgx$, для $x > 0$.

II. Функція $y = ctg|x|$ є парною, отже інша частина графіка (при $x < 0$) – симетрична побудованій відносно осі Oy.

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 11, 14.
2. Законспектувати означення, формули.
3. Виконати письмово вправи: 11.1, 11.3, 11.5, 11.7, 11.9, 11.11, 14.1, 14.3, 14.5.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

https://www.slideshare.net/rudenkoos/ss-57823736

https://www.slideshare.net/irinakinash/ss-42006167

<u>ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!!</u> Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .