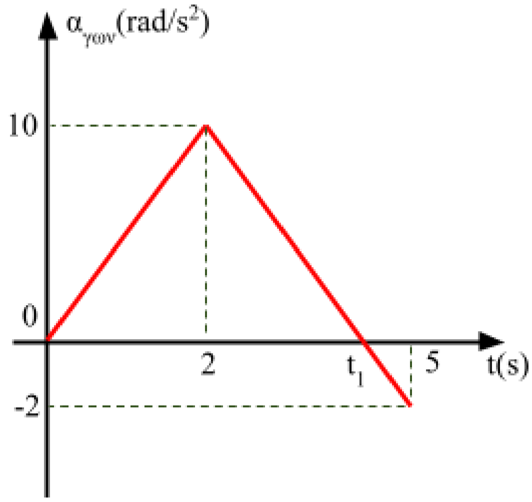
Ένα β θέμα και ένα μισό β θέμα

Μέγιστη γωνιακή ταχύτητα



Ένας αρχικά ακίνητος δίσκος αρχίζει την χρονική στιγμή t_0=0 να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο.

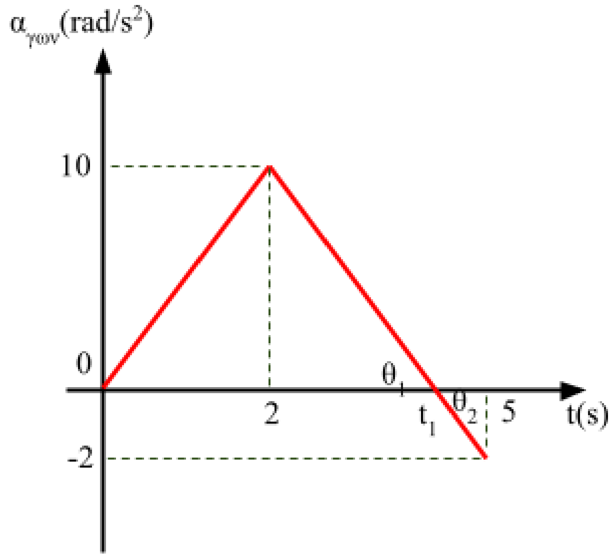
Η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα που θα έχει το σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησης από 0-5sec είναι ίση με :

α. ω = 21 rad/s.
β. ω = 20 rad/s.
γ. ω = 22,5 rad/s

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.
Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

Απάντηση

*Σωστή επιλογή το **(γ)***



Επειδή ο δίσκος είναι αρχικά ακίνητος μόλις ξεκινήσει να στρέφεται θα επιταχυνθεί. Όσο η ταχύτητα έχει ίδιο πρόσημο με την επιτάχυνση ο δίσκος επιταχύνεται και αυτό συμβαίνει στο χρονικό διάστημα από 0-t_1. Ο δίσκος αποκτά μέγιστη ταχύτητα την t_1 που η αγ=0 καθώς από εκεί και μετά αλλάζει πρόσημο η επιτάχυνση και ο δίσκος επιβραδύνεται.

Από 0-2s ο δίσκος επιταχύνεται μη ομαλά με αυξανόμενο μέτρο επιτάχυνσης και στο διάστημα (2-t_1) επιταχύνεται με μειούμενο μέτρο επιτάχυνσης.

Από το εμβαδό του διαγράμματος ($\alpha_γ$-t) θα υπολογίσουμε τη μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας Δω.

1ος Τρόπος

Η γωνιακή επιτάχυνση από 2-5s μεταβάλλεται γραμμικά συνεπώς η εξίσωσή της είναι:

$$\alpha_γ= βt+γ\rightarrow$$

για t=2s→αγ=10r/s^2 οπότε: 10=2β+γ (1)
για t=5s→αγ= -2r/s^2 οπότε: -2=5β+γ (2)

αφαιρώντας τις σχέσεις : (1) – (2) →12=-3β→β=-4r/s^3.

Από την (1) προκύπτει γ=18r/s^2 και τελικά η εξίσωση της επιτάχυνσης από [2-5]s είναι: **$\alpha_γ$= -4t+18, 2≤t≤5s**

Όταν $\alpha_\gamma=0 \rightarrow 0= -4t_1+18 \rightarrow t_1=4{,}5s$.

Το εμβαδό του τριγώνου από (0-4.5s) ισούται με
$\Delta\omega= ½ \cdot 4{,}5 \cdot 10 =22{,}5 r/s \rightarrow \omega_{max} - \omega_0=22.5 r/s \rightarrow$ **$\omega_{max}=22{,}5 r/s$**

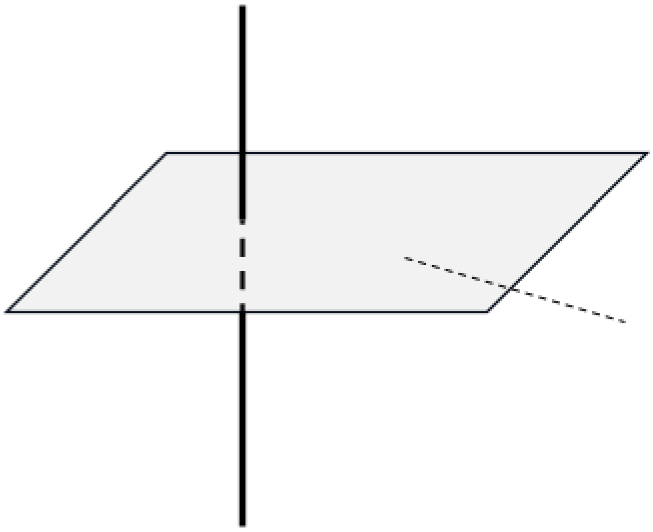
2ος Τρόπος

$\theta_1=\theta_2 \rightarrow \varepsilon\varphi\theta_1=\varepsilon\varphi\theta_2 \rightarrow \dfrac{10}{t_1-2}=\dfrac{2}{5-t_1} \rightarrow 50-10t_1=2t_1-4 \rightarrow 12t_1=54 \rightarrow t_1=4{,}5s$

Το εμβαδό του τριγώνου από (0-4.5s) ισούται με
$\Delta\omega= ½ \cdot 4{,}5 \cdot 10 =22{,}5 r/s \rightarrow \omega_{max} - \omega_0=22.5 r/s \rightarrow$ **$\omega_{max}=22{,}5 r/s$**

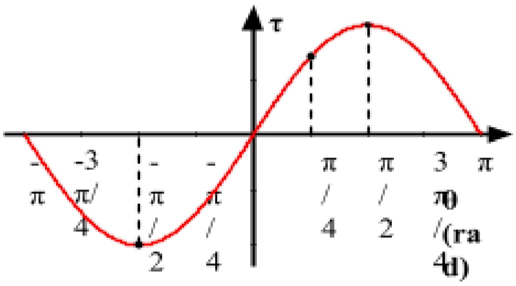
Διάγραμμα ροπής

r
F
θ
z
z΄
(+)

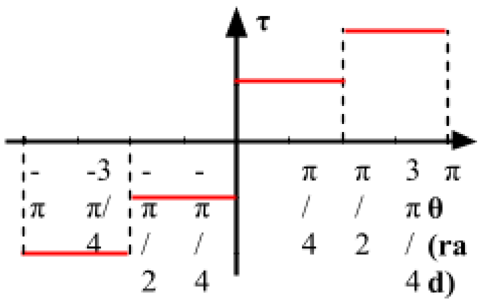


Στο διπλανό σχήμα παριστάνεται μία δύναμη που βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα zz΄. Το διάγραμμα της ροπής της δύναμης F ως προς τον άξονα zz΄ σε συνάρτηση με τη γωνία θ
(-π ≤θ≤π) που σχηματίζουν το διάνυσμα r και η δύναμη F είναι:

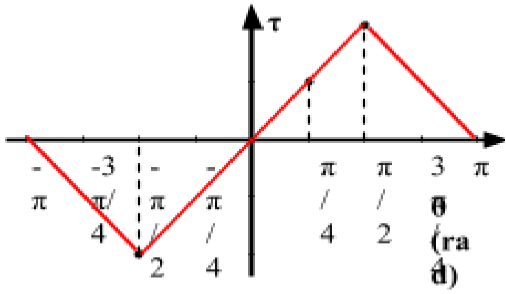
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.
Δικαιολογήστε την επιλογή σας.



α.



β.

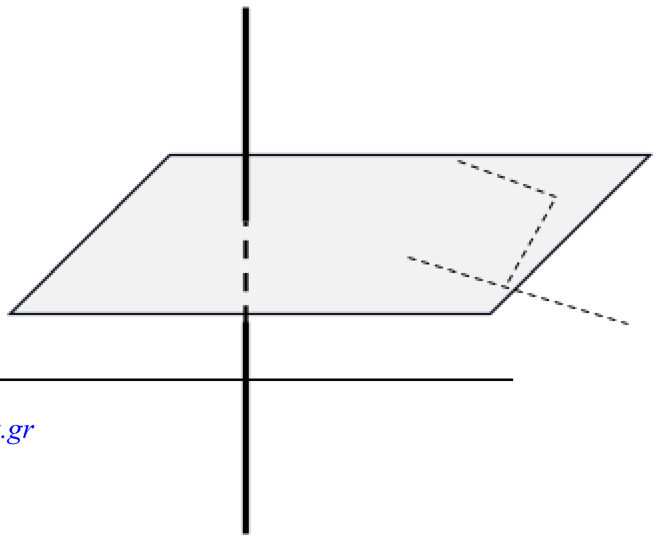


γ.

Απάντηση

*Σωστή επιλογή το **(α)***

r
F
θ
z
z΄
(+)
F_x
F_y



Η ροπή ως προς τον άξονα zz΄ είναι :

$\boldsymbol{\tau_F = \tau_{Fy} + \tau_{Fx} \rightarrow \tau_F = \tau_{Fy} \rightarrow \tau_F = F_y \cdot r} \rightarrow$

$\boldsymbol{\tau_F} = F \cdot ημθ \cdot r \rightarrow \boldsymbol{\tau_F} = F \cdot r \cdot ημθ$

Από όπου φαίνεται ότι η ροπή της δύναμης σε συνάρτηση με τη γωνία θ είναι ημιτονική συνάρτηση.

Όταν η γωνία κυμαίνεται από $0 \leq θ \leq π$ τότε $τ_F > 0$ και η δύναμη τείνει να προκαλέσει στροφή σύμφωνα με τη θετική φορά δηλαδή ανθωρολογιακά, ενώ όταν $-π \leq θ \leq 0$ τότε $τ_F < 0$ και η δύναμη τείνει να προκαλέσει στροφή σύμφωνα με την αρνητική φορά δηλαδή ωρολογιακά.