SESIÓN DE APRENDIZAJE 08

Efecto espejo para desafiar al viento: Composición de reflexiones o simetrías axiales

17/06/26

IE. "JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA"

Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 08

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** I.E. “José Gálvez Egúsquiza”
- **Ubicación:** Centro Poblado Pichugán, Distrito Chiguirip, Provincia Chota, Región Cajamarca.
- **Grado y Sección:** Quinto Grado de Secundaria, Sección Única.
- **Área Curricular:** Matemática.
- **Docente:** Carlos Guarniz.
- **Duración:** 90 minutos.
- **Unidad de Aprendizaje:** Unidad de Aprendizaje N° 02: *“Aplicamos la matemática para analizar la producción agrícola familiar y diseñar las cometas tradicionales en los fuertes vientos de Pichugán”*.

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Efecto espejo para desafiar al viento: Composición de reflexiones o simetrías axiales"

III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

- **Intención Pedagógica:** Lograr que los estudiantes de quinto grado comprendan, ejecuten algebraicamente y grafiquen con precisión milimétrica la **composición de reflexiones sucesivas respecto a ejes paralelos y ejes secantes**. Los estudiantes analizarán las propiedades invariantes de las figuras reflejadas para aplicarlas al balance del centro de presiones y masa de las cometas tradicionales, garantizando su estabilidad en condiciones de viento fuerte.
- **Relación con la Competencia:** Esta sesión potencia la competencia **"Resuelve problemas de forma, movimiento y localización"**, movilizando las capacidades *“Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones”*, *“Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas”* y *“Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio”*.

IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

(Derivados matemáticamente de las metas de aprendizaje descritas en el estándar del ciclo VII del CNEB)

- **Modela transformaciones de figuras bidimensionales** mediante la composición de reflexiones axiales sucesivas en el plano cartesiano.
- **Determina analíticamente las reglas de correspondencia de coordenadas** al reflejar figuras respecto al eje X, eje Y o rectas dadas ($x=a$, $y=b$).

- **Explica y demuestra matemáticamente el teorema fundamental de las reflexiones** (que la composición de dos reflexiones respecto a ejes paralelos equivale a una traslación, y respecto a ejes secantes equivale a una rotación).

V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **El Catálogo Técnico de Estabilidad Geométrica "Cometa Fénix" (Individual y Grupal):** Un portafolio gráfico en hojas milimetradas donde cada equipo define un polígono irregular inicial en un cuadrante y demuestra el trazo secuencial de su doble reflexión axial. Debe incluir el análisis analítico de las coordenadas de cada vértice y la memoria de cálculo que demuestre que la composición equivale algebraicamente a una traslación o rotación pura, explicando su impacto en el equilibrio de vuelo de la cometa.

VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Rúbrica Analítica de Desempeño Geométrico-Conceptual:** Herramienta de evaluación formativa centrada en la precisión técnica del trazo de rectas ortogonales, aplicación correcta de signos en las coordenadas reflejadas, coherencia explicativa de los teoremas de composición y trabajo colaborativo.

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

Inicio (20 minutos)

1. **Motivación y Sensibilización:** El docente ingresa y saluda a los estudiantes. Pega en la pizarra una tira larga de papel doblada en forma de acordeón. Con una tijera, realiza cortes en un solo extremo y al desdoblar el papel ante la clase, se observa una cadena perfecta de siluetas idénticas de cometas unidas por las puntas de las alas. Pregunta al aula: *"¿Por qué estas figuras han salido perfectamente iguales sin necesidad de haber dibujado cada una? Si medimos la distancia desde el doblez del papel hasta el ala izquierda y el ala derecha, ¿cómo son estas distancias? Si una de las cometas de la cadena estuviera ligeramente inclinada hacia arriba, ¿qué sucedería con la continuidad del patrón y el centro de equilibrio aerodinámico de la estructura?"*.
2. **Recuperación de Saberes Previos:** Los estudiantes recuerdan qué es la simetría axial simple (efecto espejo) y cómo se traza la mediatriz de un segmento. El docente indaga: *Si un punto se ubica en A(3, 4), ¿cuál es su reflejo respecto al Eje Y?, ¿y su reflejo respecto al Eje X?, ¿qué pasa con los signos de las coordenadas?*
3. **Conflictos Cognitivos (Problematización):** Se introduce el reto teórico: *"Si colocamos un espejo frente a una figura, vemos su reflejo (Reflexión 1). Si colocamos un segundo espejo paralelo al primero y reflejamos ese reflejo (Reflexión 2), la figura final ¿vuelve a estar en la orientación original o se mantiene invertida? ¿A qué transformación única equivale aplicar dos reflexiones seguidas sobre ejes paralelos? ¿Es verdad que dos reflexiones pueden convertirse mágicamente en una traslación?"*.

4. **Comunicación del Propósito:** El docente escribe en la pizarra: *"Hoy modelaremos y resolveremos problemas complejos de composición de reflexiones axiales sucesivas en el plano cartesiano, descubriendo sus teoremas de equivalencia geométrica para diseñar cometas tradicionales con estabilidad y balance aerodinámico perfecto"*.

Desarrollo (50 minutos)

1. **Familiarización con el Problema:** El docente entrega la situación problemática a los equipos: Un grupo de artesanos de Pichugán ha diseñado la mitad izquierda de la estructura de una cometa romboidal cuyos vértices son A(-5, 2), B(-2, 5) y C(-1, 2). Para fabricar la otra mitad y el alerón de cola de repuesto, se les pide aplicar de forma consecutiva dos reflexiones: la primera respecto a la recta vertical $x = 0$ (Eje Y) y, al triángulo resultante, una segunda reflexión respecto a la recta vertical paralela $x = 4$. Los estudiantes deben hallar las coordenadas de la figura definitiva y deducir la relación geométrica entre la figura inicial y la final.
2. **Búsqueda y Ejecución de Estrategias (Procesos Didácticos del Área):**
    - **Fase 1: Primera Reflexión (M_y).** Los estudiantes aplican la regla del reflejo respecto al Eje Y: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$. Los vértices intermedios se calculan algebraicamente: A'(5, 2), B'(2, 5) y C'(1, 2). Dibujan la figura en el plano, verificando con escuadras que el Eje Y actúa como mediatriz de los segmentos AA', BB' y CC'.
    - **Fase 2: Segunda Reflexión respecto a recta paralela ($M_{x=4}$).** El docente guía el andamiaje: Para reflejar un punto respecto a una recta vertical $x = a$, la coordenada en y se mantiene constante, mientras que la nueva coordenada en x se calcula con la fórmula de punto medio: $x'' = 2a - x'$.
    - Aplicando al triángulo intermedio con $a = 4$:
        - For A'(5, 2) $\rightarrow x'' = 2(4) - 5 = 3 \rightarrow$ A''(3, 2)
        - For B'(2, 5) $\rightarrow x'' = 2(4) - 2 = 6 \rightarrow$ B''(6, 5)
        - For C'(1, 2) $\rightarrow x'' = 2(4) - 1 = 7 \rightarrow$ C''(7, 2)
    - Los estudiantes trazan el triángulo definitivo A''B''C'' en su papel milimetrado.
3. **Socialización y Representación:** Cada equipo analiza la distancia horizontal entre los vértices homólogos originales y finales (ejemplo, de A(-5, 2) a A''(3, 2) hay una distancia de 8 unidades hacia la derecha). El docente les hace medir la distancia entre los dos ejes de reflexión (el Eje Y $x=0$ y la recta $x=4$ tienen una separación de 4 unidades). Los estudiantes descubren por inducción matemática que la distancia de traslación (8) es exactamente el doble de la distancia entre los ejes paralelos ($2 * 4 = 8$).
4. **Formalización y Reflexión:** El docente formaliza los **Teoremas de Composición de Reflexiones**:
    - **Teorema 1 (Ejes Paralelos):** La composición de dos reflexiones respecto a dos ejes paralelos separados por una distancia d equivale a una **traslación pura** en dirección perpendicular a los ejes, cuyo vector tiene una magnitud de 2d.
    - **Teorema 2 (Ejes Secantes):** La composición de dos reflexiones respecto a dos ejes que se cortan formando un ángulo α equivale a una **rotación pura** cuyo centro es el punto de intersección de los ejes y cuyo ángulo de giro es 2α.

- o Reflexionan sobre cómo este conocimiento evita asimetrías de peso que harían que la cometa gire sin control y caiga por la gravedad.

Cierre (20 minutos)

1. **Evaluación y Transferencia:** Se indica a los estudiantes resolver de manera individual los primeros problemas de la Ficha de Aprendizaje para asegurar la internalización de las fórmulas analíticas.
2. **Metacognición:** Se realiza el cierre con preguntas de control metacognitivo: *¿Qué ocurre con la orientación de una figura cuando se le aplica una cantidad par de reflexiones?, ¿por qué calcular las coordenadas con fórmulas evita los errores que cometemos al usar reglas físicas?, ¿cómo se manifiesta la simetría axial en la naturaleza y la distribución de carga en las alas de las aves o aviones?*

VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales Educativos:** Pizarra, plumones acrílicos de tres colores, escuadras de madera con ángulo recto, transportador de pizarra.
- **Recursos Impresos:** Ficha de aprendizaje individual, hojas de papel milimetrado de alta precisión, compás geométrico, secciones selectas de geometría transformacional del **Texto de Matemática de 5° de Secundaria del Minedu**.

IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias Inclusivas:** Para estudiantes que experimenten confusión con el manejo algebraico de coordenadas negativas en el plano o con la fórmula 2a - x, se les facilitará plantillas con cuadrículas precargadas y espejos planos pequeños de plástico. Al colocar físicamente el espejo sobre la línea de reflexión dibujada en el papel, el estudiante puede visualizar inmediatamente dónde debe aterrizar el punto reflejado, sirviendo como un valioso puente cognitivo visual y táctil que reduce la abstracción conceptual de la fórmula matemática.

X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de Retroalimentación: Retroalimentación Reflexiva**.
- **Orientaciones Específicas:** Si un grupo realiza el reflejo de un objeto y dibuja la figura resultante rotada o con dimensiones más pequeñas, el docente intervendrá: *"Midamos el lado AB del triángulo original y el lado A'B' del reflejado. ¿Miden lo mismo? Si trazamos una línea de A hasta su reflejo A', ¿esa línea cruza el eje del espejo formando un ángulo de 90°? Recuerda que en una reflexión, cada punto camina de forma totalmente perpendicular hacia el espejo y avanza hacia el otro lado la misma distancia exacta. Vamos a comprobar los trazos con la escuadra"*.

XI. BIBLIOGRAFÍA

1. **Ministerio de Educación del Perú (2016).** *Currículo Nacional de la Educación Básica*. Lima: Minedu.
2. **Ministerio de Educación del Perú.** *Texto de Matemática para el estudiante - 5° de Secundaria*. Lima: Minedu.

FICHA DE APRENDIZAJE: COMPOSICIÓN DE REFLEXIONES Y SIMETRÍAS AXIALES

Nombres y Apellidos: ___________________________________ | **Grado y Sección:** 5° Secundaria | **Fecha:** _______________

Instrucción: Analiza rigurosamente cada enunciado geométrico. Realiza las demostraciones algebraicas y traza con precisión las figuras usando escuadras en el plano cartesiano.

Problema 1

Un punto representativo en el plano de corte de papel celofán para cometas tiene la coordenada A(-3, 6).

- Determina analíticamente las coordenadas del punto resultante tras aplicar una **composición de dos reflexiones**: Primero respecto al **Eje X** y, al resultado obtenido, una segunda reflexión respecto al **Eje Y**.
- **Analiza:** ¿A qué transformación única (traslación, rotación o simetría central) equivale esta composición de dos ejes perpendiculares?

Problema 2

Considera el triángulo PQR cuyos vértices se encuentran en las coordenadas P(-4, 1), Q(-2, 4) y R(-1, 1). Se aplica al triángulo una reflexión axial respecto a la recta vertical **x = -1**.

- Sabiendo que para una recta vertical la fórmula analítica es x' = 2a - x, calcula las nuevas coordenadas de los vértices P', Q' y R'. Grafica la situación en el plano cartesiano.

Problema 3

Tomando como base el triángulo resultante P'Q'R' obtenido en el **Problema 2**, aplícale una segunda reflexión axial respecto a la recta vertical paralela **x = 3**, generando el triángulo final P''Q''R''.

- Encuentra las coordenadas definitivas de los vértices de P''Q''R''.
- **Demuestra el teorema:** Calcula la distancia horizontal directa desde el punto original P(-4, 1) hasta el punto final P''(6, 1). Compara esta distancia con la separación física que hay entre las rectas de reflexión x = -1 y x = 3 y explica la relación matemática hallada.

Problema 4

Un cuadrilátero que define el refuerzo aerodinámico de una cometa de Pichugán presenta los vértices A(1, 2), B(3, 5), C(5, 5) y D(4, 2). Se somete al polígono a una doble reflexión respecto a

ejes horizontales paralelos: La primera respecto a la recta **y = 1** y la segunda respecto a la recta **y = -2**.

- Determina mediante la fórmula analítica pertinente (y' = 2b - y) las coordenadas finales del cuadrilátero A"B"C"D".
- Indica cuál es el **vector de traslación directo** equivalente a esta composición.

Problema 5

Explica con argumentos matemáticos sólidos e institucionales por qué una **reflexión axial simple** altera el sentido de la orientación de los vértices de un polígono (es decir, si los vértices leídos en orden alfabético ABC van en sentido horario, en la figura reflejada irán en sentido antihorario), mientras que en una **composición de dos reflexiones axiales** la orientación original se conserva perfectamente.

Problema 6

Un segmento de carrizo crítico para la resistencia del marco de una cometa une las coordenadas M(2, 3) y N(5, 1). El plano de diseño técnico exige aplicar la composición de reflexiones definida por la notación: M_y=x ° M_Eje X (lo cual significa aplicar **primero la reflexión respecto al Eje X** y **luego la reflexión respecto a la recta identidad y = x**).

- Sabiendo que la regla para la recta identidad es (x, y) → (y, x), calcula algebraicamente las coordenadas finales del segmento resultante M"N".

Problema 7

Dos rectas secantes L_1 y L_2 se intersectan exactamente en el origen de coordenadas (0,0) formando un ángulo agudo de **α = 45°**. Un parche decorativo de forma triangular se sitúa en el primer cuadrante. Si se aplica una composición de reflexiones sucesivas, reflejando el triángulo primero respecto a L_1 y luego respecto a L_2:

- En base a los teoremas formalizados en clase, ¿cuál será la transformación única equivalente que sufrirá el triángulo?
- ¿Cuál será el **ángulo de giro exacto** expresado en grados sexagesimales y en qué sentido se realizará?

Problema 8

Completa la tabla de correspondencia analítica escribiendo la coordenada reflejada final para el punto original K(x, y) bajo las siguientes condiciones de ejes en el plano cartesiano:

Eje de Reflexión Axial	Coordenada Final K'
Respecto al Eje X	**(,)**
Respecto al Eje Y	**(,)**

Respecto a la recta origen y = -x	**(,)**
Respecto a la recta vertical x = 0	**(,)**

Problema 9

Un estudiante afirma lo siguiente: *"Si aplico la composición de reflexiones respecto a dos rectas paralelas, el orden de las rectas no importa; obtendré exactamente la misma figura final en el mismo lugar de la recta real"*.

- **Desafía la afirmación:** Demuestra la falsedad de esta hipótesis aplicando la composición sobre el punto P(2, 0), usando como Eje A la recta x=1 y como Eje B la recta x=3. Compara el resultado de M_B ° M_A con el de M_A ° M_B y explica cómo influye el orden en el sentido del vector de traslación resultante.

Problema 10 (Reto de Ingeniería Aerodinámica)

Para contrarrestar las fuertes corrientes de aire de las pampas de Pichugán, las dos alas laterales de una cometa de exhibición deben ser simétricas perfectas respecto al eje de simetría estructural (la caña central, representada por el **Eje Y**). El ala izquierda está modelada por un polígono de vértices X(-6, 0), Y(-4, 4) y Z(-1, 1).

- **Instrucción de Diseño:** 1. Calcula las coordenadas del ala derecha balanceada X'Y'Z' aplicando una reflexión axial respecto al Eje Y.

  2. Si el viento ejerce una fuerza de presión perpendicular sobre la superficie del ala izquierda que responde algebraicamente a la distancia geométrica de sus puntos, demuestra mediante el cálculo de la longitud del segmento del borde superior original XY y del borde reflejado X'Y' (aplicando la fórmula de distancia entre dos puntos: d = √(x_2-x_1)2 + (y_2-y_1)2) que ambos segmentos miden exactamente lo mismo, validando que el principio de isometría matemática garantiza el equilibrio simétrico de fuerzas en el aire.