**INSTITUTO EMPRESARIAL GABRIELA MISTRAL**
**MATEMATICAS 9**

NOMBRE:____________________________________________CURSO:___________FECHA:__________________
**GUIA N°4: NUMEROS COMPLEJOS**

**Números imaginarios**

Observa la ecuación

$$x^2 = -1$$

Como sabes no hay ningún número cuyo cuadrado sea negativo. En el siglo XVI "inventaron" un número que cumple la ecuación anterior y llamaron la **unidad imaginaria *i*.**

Es decir definimos la unidad imaginaria $i$. como un número (no real) que cumple que;

$$i^2 = -1$$

Las potencias de $i$. Únicamente hay cuatro potencias distintas de $i$:

| | |
|---|---|
| $i = i$ | $i^5 = i^4 \cdot i = i$ |
| $i^2 = -1$ | $i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$ |
| $i^3 = i^2 \cdot i = -i$ | $i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$ |
| $i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$ | $i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1$ |

Si seguimos calculando potencias sólo aparecen

$\{1, -1, i, -i\}$

EJEMPLO 1: Efectúa la siguiente potencia de $i$.

$$i^{47} = i^{4\cdot 11+3} = \left(i^4\right)^{11} \cdot i^3 = i^3 = -i$$

**NUMEROS COMPLEJOS**

$$a + b\,i$$

Los llamamos números complejos en forma binómica y decimos que $a$ es la parte real y $b$ la parte imaginaria. Un modelo para comprenderlos consiste en representarlos en el plano.

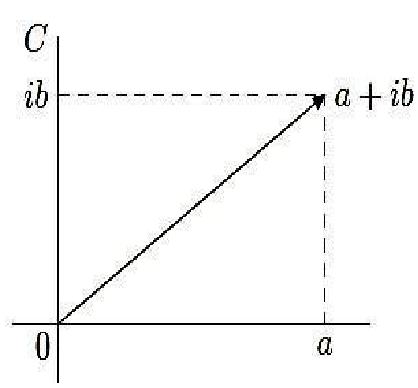
**Forma binómica de un número complejo.**

- **Representación gráfica:**

Un complejo en forma binómica

$$a + bi$$

se representa mediante un vector con origen el punto $O(0,0)$ y extremo el punto de coordenadas $A(a,b)$. Al punto $A(a,b)$ se le llama afijo del complejo



- **Operaciones en forma binómica:**

**Suma en forma binómica:** Para sumar números complejos en forma binómica se suman la parte real y la parte imaginaria.

**Ejemplo** Hallar la suma $(5+i)+(1-3i)$ :

*Solución*:

$$\begin{aligned}(5+i)+(1-3i) &= (5+1)+(1-3)\,i \\ &= 6-2\,i\end{aligned}$$

**Ejemplo** Efectuar la suma $3\cdot(5+i)+2\cdot(1-3i)$ :

*Solución*:

$$\begin{aligned}3\cdot(5+i)+2\cdot(1-3i) &= (15+3\,i)+(2-6\,i) \\ &= (15+2)+(3-6)\,i) \\ &= 17-3\,i\end{aligned}$$

**Producto en forma binómica:** Para multiplicar números complejos en forma binómica se multiplican de forma algebraica natural, teniendo en cuenta que el termino $i$2 $=-1$ .

**Ejemplo** Hallar el producto $(5+i)\cdot(1-3i)$ :

*Solución*:

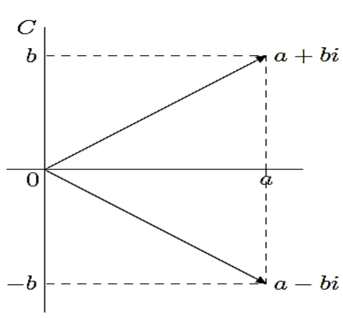
$$\begin{aligned}(5+i)\cdot(1-3\,i) &= 5-15\,i+i-3\,i^2 \\ &= 5-15\,i+i+3 \\ &= 8-14\,i\end{aligned}$$

**Ejemplo** Hallar el producto $(2+i)\cdot(1-i)$ :

*Solución*:

$$(2+i)\cdot(1-i) = 3-i$$

**Conjugado de un número complejo:** Llamamos conjugado de un número complejo $z = a + bi$ al complejo $\overline{z} = a - bi$, es decir sus partes imaginarias son opuestas. Al conjugado de $\overline{z}$ lo vamos a representar por.




**Cociente en forma binómica:** Para dividir números complejos en forma binómica se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador.

**Ejemplo** Hallar el cociente $\dfrac{3-i}{3+i}$.

*Solución*:

$$\begin{aligned}\frac{3-i}{3+i} &= \frac{3-i}{3+i}\cdot\frac{3-i}{3-i} = \frac{9-3\,i-3\imath+i^2}{9-i^2} \\ &= \frac{8-6\,i}{10} = \frac{8}{10}-\frac{6}{10}\,i\end{aligned}$$

**Ejemplo** Hallar el cociente $\dfrac{2+i}{i}$.

*Solución*:

$$\frac{2+i}{i} = \frac{2+i}{i}\cdot\frac{-i}{-i} = 1-2\,i$$

**EJERCICIOS**

1. Efectúa las operaciones.

$$a)\ (2+5i)+(3-2i) \quad b)\ (2-2i)+(2+2i)$$

$$c)\ (5+i)+2(1-3i) \quad d)\ (2-4i)-(3-3i)$$

2. Efectúa las operaciones.

$$a)\ (2+5i)\cdot(3-2i) \qquad b)\ (2-2i)\cdot(2+2i)$$

$$c)\ (5+i)\cdot(1-3i) \qquad d)\ (2-4i)\cdot(3-3i)$$

3. Halla los cocientes.

$$a)\ \frac{2-i}{3-i} \qquad b)\ \frac{3-i}{3+i}$$

$$c)\ \frac{5-2i}{3+2i} \qquad d)\ \frac{i}{1+i}$$