

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____
GUIA N°4: NUMEROS COMPLEJOS

Números imaginarios

Observa la ecuación

$$x^2 = -1$$

Como sabes no hay ningún número cuyo cuadrado sea negativo. En el siglo XVI “inventaron” un número que cumple la ecuación anterior y llamaron la **unidad imaginaria i** .

Es decir definimos la unidad imaginaria i . como un número (no real) que cumple que;

$$i^2 = -1$$

Las potencias de i . Únicamente hay cuatro potencias distintas de i :

$i = i$	$i^5 = i^4 \cdot i = i$
$i^2 = -1$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$
$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$
$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$	$i^8 = i^4 \cdot i^4 = 1$

Si seguimos calculando potencias sólo aparecen

$$\{1, -1, i, -i\}$$

EJEMPLO 1: Efectúa la siguiente potencia de i .

$$i^{47} = i^{4 \cdot 11 + 3} = (i^4)^{11} \cdot i^3 = i^3 = -i$$

NUMEROS COMPLEJOS

$$a + bi$$

Los llamamos números complejos en forma binómica y decimos que a es la parte real y b la parte imaginaria. Un modelo para comprenderlos consiste en representarlos en el plano.

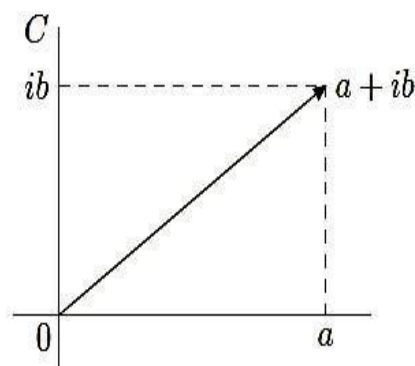
Forma binómica de un número complejo.

- Representación gráfica:**

Un complejo en forma binómica

$$a + bi$$

se representa mediante un vector con origen el punto $O(0,0)$ y extremo el punto de coordenadas $A(a,b)$. Al punto $A(a,b)$ se le llama afijo del complejo



• **Operaciones en forma binómica:**

Suma en forma binómica: Para sumar números complejos en forma binómica se suman la parte real y la parte imaginaria.

Ejemplo Hallar la suma $(5 + i) + (1 - 3i)$:
Solución:

$$\begin{aligned}(5 + i) + (1 - 3i) &= (5 + 1) + (1 - 3)i \\ &= 6 - 2i\end{aligned}$$

Ejemplo Efectuar la suma $3 \cdot (5 + i) + 2 \cdot (1 - 3i)$:
Solución:

$$\begin{aligned}3 \cdot (5 + i) + 2 \cdot (1 - 3i) &= (15 + 3i) + (2 - 6i) \\ &= (15 + 2) + (3 - 6)i \\ &= 17 - 3i\end{aligned}$$

Producto en forma binómica: Para multiplicar números complejos en forma binómica se multiplican de forma algebraica natural, teniendo en cuenta que el termino $i^2 = -1$.

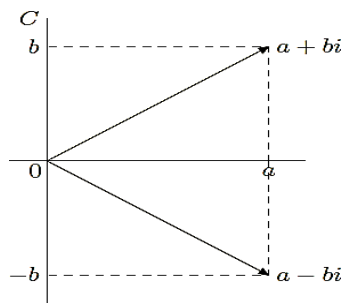
Ejemplo Hallar el producto $(5 + i) \cdot (1 - 3i)$:
Solución:

$$\begin{aligned}(5 + i) \cdot (1 - 3i) &= 5 - 15i + i - 3i^2 \\ &= 5 - 15i + i + 3 \\ &= 8 - 14i\end{aligned}$$

Ejemplo Hallar el producto $(2 + i) \cdot (1 - i)$:
Solución:

$$(2 + i) \cdot (1 - i) = 3 - i$$

Conjugado de un número complejo: Llamamos conjugado de un número complejo $z = a + bi$ al complejo $\bar{z} = a - bi$, es decir sus partes imaginarias son opuestas. Al conjugado de $\bar{z}$ lo vamos a representar por.



Cociente en forma binómica: Para dividir números complejos en forma binómica se multiplica numerador y denominador por el conjugado del denominador.

Ejemplo Hallar el cociente $\frac{3 - i}{3 + i}$.
Solución:

$$\begin{aligned}\frac{3 - i}{3 + i} &= \frac{3 - i}{3 + i} \cdot \frac{3 - i}{3 - i} = \frac{9 - 3i - 3i + i^2}{9 - i^2} \\ &= \frac{8 - 6i}{10} = \frac{8}{10} - \frac{6}{10}i\end{aligned}$$

Ejemplo Hallar el cociente $\frac{2 + i}{i}$.
Solución:

$$\frac{2 + i}{i} = \frac{2 + i}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = 1 - 2i$$

EJERCICIOS

1. Efectúa las operaciones.

$$a) (2 + 5i) + (3 - 2i) \quad b) (2 - 2i) + (2 + 2i)$$

$$c) (5 + i) + 2(1 - 3i) \quad d) (2 - 4i) - (3 - 3i)$$

2. Efectúa las operaciones.

$$a) (2 + 5i) \cdot (3 - 2i) \quad b) (2 - 2i) \cdot (2 + 2i)$$

$$c) (5 + i) \cdot (1 - 3i) \quad d) (2 - 4i) \cdot (3 - 3i)$$

3. Halla los cocientes.

$$a) \frac{2 - i}{3 - i} \quad b) \frac{3 - i}{3 + i}$$

$$c) \frac{5 - 2i}{3 + 2i} \quad d) \frac{i}{1 + i}$$