

國立高師大附中108學年度第1學期第2次段考高中部三年級數學科試卷
自然組(仁~信)

第壹部分：選擇題(占40分)

1、 單選題(占20分)

說明：第1題至第4題，每題有5個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。
各題答對者得5分；答錯、未作答者，該題以零分計算。

1. 若 $\tan\theta = -\frac{2}{3}$ ，且 $\sin\theta\cot\theta > 0$ ，求 $\sin\theta\sec\theta$ 的值為
(1) $-\frac{1}{3}$ (2) $-\frac{2}{3}$ (3) $-\frac{4}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{4}{3}$ 。
2. 設 x, y 為實數，且滿足 $x^2 + y^2 = 1$ 。若 $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}xy$ 之最小值為 m ，則 $m =$
(1) $1 - 2\sqrt{2}$ (2) $2 - \sqrt{2}$ (3) $1 - \sqrt{2}$ (4) $-4\sqrt{2}$ (5) $-2\sqrt{2}$ 。
3. 試求 $(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)^{2019} = ?$ (1) 1 (2) -1 (3) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (4) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (5) 以上皆非。
4. 設複數平面上的相異四點 z_1, z_2, z_3, z_4 依序且依逆時針方向可連成一個正方形。下列哪一個選項為 $\frac{z_2 \square z_1}{z_3 \square z_1}$ 之值？
(1) $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (2) $\sqrt{2} \cos\left(\square \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}i \sin\left(\square \frac{\pi}{4}\right)$
(3) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\square \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}i \sin\left(\square \frac{\pi}{4}\right)$
(5) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 。

2、 多選題(占20分)

說明：第5題至第8題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確選項。各題之選項獨立判定，所有選項答對者得5分；答錯1個選項者，得3分；答錯2個選項者，得1分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 遊樂區中有一圓形摩天輪，中心軸高 22 公尺，直徑 40 公尺，逆時針方向運轉一圈需時 15 分鐘。當摩天輪開始運轉時，小明恰坐在離地最近的位置上， x 分鐘後，小明離地的高度可表為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ， $a > 0$ 且 $b > 0$ 。試問下列選項有哪些是正確的？
(1) $a = 20$ (2) $a = 40$ (3) $b = \frac{2\pi}{15}$ (4) $c = 0$ (5) $d = 2$ 。
6. 若 $f(x) = 4 \sin 2x - 2\sqrt{3} \sin\left(2x \square \frac{\pi}{6}\right)$ ，則下列何者正確？
(1) $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點
(2) $f(x)$ 最大值與最小值之差為 2 (3) $f(x)$ 之振幅為 2 (4) $y = f(x)$ 之圖形可由 $y = 2 \cos 2x$ 之圖形右移 $\frac{\pi}{6}$ 而得 (5) $y = f(x)$ 之圖形可由 $y = 2 \sin 2x$ 之圖形左移 $\frac{\pi}{6}$ 而得。

※背面有題

7. 設 O 為複數平面上的原點，並令點 A, B 分別代表非零複數 z, w 。若 $\angle AOB = 90^\circ$ ，則下列哪些選項必為負實數？
(1) $\frac{z}{w}$ (2) zw (3) $(zw)^2$ (4) $\frac{z^2}{w^2}$ (5) $(\overline{zw})^2$ (其中 \overline{w} 為 w 的共軛複)

數)。 F_1

8. 在 xy 平面上有五個函數圖形, 分別為 $F_1: y = \cos x$, $F_2: y = 3 \cos x$, $F_3: y = \cos 2x$,

$F_4: \cos\left(2x \mp \frac{\pi}{3}\right)$, $F_5: y = 3 \cos\left(2x \mp \frac{\pi}{3}\right) + 4$, 則下列哪些敘述是正確的? (1) F_2 是將 F_1 圖

形的 y 坐標伸縮為原來的 3 倍而得的 (2) F_3 是將 F_1 圖形的 x 坐標伸縮為原來的 2 倍而得

的(3) F_4 是將 F_1 圖形的 x 坐標先縮小為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍, 再向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位而得的 (4) F_4 是將

F_1 圖形先向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 單位, 再將 x 坐標縮小為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍而得的 (5) F_5 是將 F_4 圖形先向上

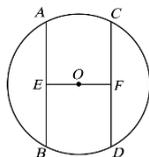
平移 4 單位, 再將 y 坐標伸縮為原來的 3 倍而得的。

第貳部分: 填充題(占60分)

說明: 每題答對得6分, 答錯不倒扣, 共60分。

A. 已知一扇形面積為 16 平方公分, 且弧長為 4 公分, 則此扇形的圓心角為___弧度。

B. 某公園內有個半徑20 公尺的圓形池塘(O 為圓心), 打算在池塘內建造一座 H 字形的木橋(如圖所示), 其中 $\angle AEF = \angle EFD = 90^\circ$, 且 $\overline{EO} = \overline{OF}$ 。試問這座木橋總長 $(\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF})$ 最長有___公尺。



C. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$, 則 $(2 - \omega)(2 - \omega^2)(2 - \omega^3)(2 - \omega^4)(2 - \omega^5)(2 - \omega^6) =$ ___。

D. 設 $(z + 3 - 2i)^3 = 125i$ 的解為___。(注意: 答案不可出現三角函數, 每個解2分)

E. 如圖, 長方形的長為 2, 寬為 1, 以一頂點為圓心, 以 1, 2 為半徑作圓弧, 則所圍之斜線



區域的面積為___。

F. 若 $\sec^3 \theta - 2 \sec \theta \sin \theta = \sec \theta - \cos \theta$, 則 $\sin \theta =$ ___。

G. 方程式 $\sin x = \frac{x}{108}$ 有___個實根。

H. 設兩複數 z, w 滿足 $|z + 5 - 11i| = 2$, $|iw - 1| = 1$, 則 $|z - w|$ 之最小值為___。

I. 設 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$, 且 $y = 2 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x + 1$, 試求 y 的最大值 $M =$ ___(3分), 最小值為 $m =$ ___(3分)。

J. 已知 O 為原點, $P(3, -4)$, 且 Q 為圓 $x^2 + (y - 1)^2 = 4$ 的一點,

則 $\triangle OPQ$ 的最大面積 $M =$ ___(3分), 以及對應的 Q 點坐標為___(3分)。

國立高師大附中108學年度第1學期第2次段考高中部三年級數學科答案卷

自然組(仁~信) 高三___班 ___號 姓名:_____

第壹部分:選擇題(占40分)

一、單選題(占20分)

說明:第1題至第4題,每題有5個選項,其中只有一個是正確或最適當的選項。
各題答對者得5分;答錯、未作答者,該題以零分計算。

題號	1	2	3	4
答案	2	2	4	3

二、多選題(占20分)

說明:第5題至第8題,每題有5個選項,其中至少有一個是正確選項。各題之選項獨立判定,所有選項答對者得5分;答錯1個選項者,得3分;答錯2個選項者,得1分;答錯多於2個選項或所有選項均未作答者,該題以零分計算。

題號	5	6	7	8
答案	1、3	3、5	4、5	1、4

第貳部分:填充題(占60分)

說明:每題答對得6分,答錯不倒扣、未完全答對不給分。共60分。

題號	A	B	C	D	E
答案	$\frac{1}{2}$	$40\sqrt{5}$	127	$\left(-3 + \frac{5}{2}\sqrt{3}\right) + \frac{9}{2}i$ $\left(-3 - \frac{5}{2}\sqrt{3}\right) + \frac{9}{2}i$ $-3 - 3i$	$\frac{6\sqrt{3}\pi}{12}$
題號	F	G	H	I	J
答案	$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	67	10	M=5 m=4 - $\sqrt{2}$	M= $\frac{13}{2}$ Q為 $\left(\frac{8}{5}, \frac{11}{5}\right)$