

Epreuve de Physique A

Durée 4 h

AVERTISSEMENT

L'utilisation des calculatrices est autorisée.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Le sujet comprend quatre parties (A, B, C, D) sur 12 pages.

Toutes les parties sont indépendantes.

Les résultats de chaque question seront encadrés, ou, à la demande de l'énoncé, présentés dans des tableaux.

Partie A : Four à induction (35 % du barème)

I- Distributions orthoradiales de courant électrique.

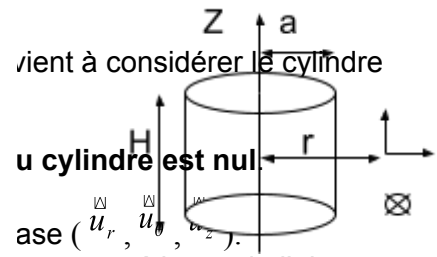
On cherche à déterminer le champ magnétique créé par diverses distributions orthoradiales de courant électrique continu circulant dans un cylindre de rayon a et de hauteur H .

On suppose que a est très petit devant H ($a \ll H$) ;

de ce fait :

Dans toute la suite, on considérera que les propriétés électromagnétiques de l'air sont identiques à celles du vide.

Les données sont : a , H et la perméabilité du vide μ_0 .



I-1°) Distribution volumique orthoradiale de courants

Le courant électrique circule dans le cylindre ; la densité de courant volumique en un point

$M(r, \theta, z)$ intérieur au cylindre est : $\vec{j}_1 = \alpha \cdot r \cdot \vec{u}_\theta$; elle n'est donc pas uniforme.

Cette distribution crée, au point M , le champ magnétique $\vec{B}_1$.

a- par des considérations qualitatives précises, déterminer :

a.1 – la direction de $\vec{B}_1$.

a.2 – la (ou les) coordonnée(s) dont dépend la valeur algébrique B_1 de ce champ.

b- par application du théorème d'Ampère, déterminer B_1 en fonction de α , r et des données, pour tout r inférieur ou égal au rayon a .

I-2°) Distribution surfacique orthoradiale.

A présent, le courant électrique ne circule que sur la surface latérale du cylindre, l'intérieur étant « vide ». Il est caractérisé par le vecteur densité de courant surfacique $\vec{j}_s = j_s \cdot \vec{u}_\theta$, j_s étant uniforme et constant.

Cette distribution crée, à l'intérieur, le champ $\vec{B}_0$ (rappelons que $\vec{B}_{ext}$ est nul).

a- Montrer qu'un champ uniforme $\vec{B}_0$ satisfait aux équations de Maxwell à l'intérieur du cylindre.

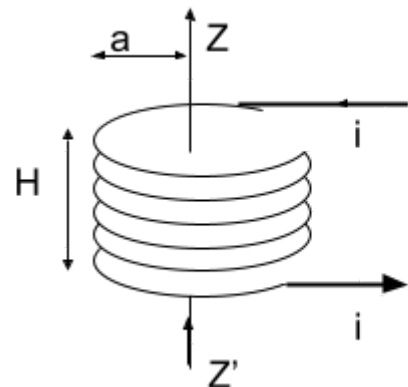
b- rappeler les relations de passage relatives aux composantes du champ magnétique à une interface.

c- en déduire l'expression de $\vec{B}_0$

II- Four à induction.

Il est constitué d'une bobine cylindrique formée de N spires régulièrement espacées, de rayon a , réparties sur une couche de hauteur H noyée dans une matrice réfractaire. Un courant électrique d'intensité $i = I_m \cdot \cos(\omega t)$ circule dans chaque spire.

On se place dans le cadre d'un régime électromagnétique quasi stationnaire : les expressions des champs trouvées à la question I- restent valables.



II-1°) champ magnétique à l'intérieur du four « vide »

On assimile cette distribution de courant formée par les N spires à une distribution surfacique ortho radiale de courant, de densité surfacique $\vec{j}_s = j_s \cdot \vec{u}_\theta$, j_s étant uniforme.

Les données sont : N, i, H, a, μ_0 .

a- Evaluer j_s en fonction de i, N et H.

b- α- déterminer le champ magnétique $\vec{B}_0$ à l'intérieur.

β- on met sa valeur algébrique sous la forme $B_0 = K \cdot I_m \cdot \cos(\omega t)$; donner l'expression de K.

II-2°) terme principal du champ électromagnétique du four « chargé ».

L'intérieur de la bobine est complètement rempli du matériau non ferreux à fondre.

Dans la suite, on fera les hypothèses suivantes :

- Ce matériau est conducteur électrique : il obéit localement à la loi d'Ohm avec la conductivité électrique γ constante et uniforme.

- Les champs électrique et magnétique dans le matériau obéissent aux mêmes équations de Maxwell que dans le vide sauf la relation de Maxwell-Ampère qui s'écrit :

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \cdot \left[\vec{j} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right]$$

- On est en régime électromagnétique quasi stationnaire.

- On néglige le champ magnétique créé par les courants induits, de sorte que le champ magnétique dans le matériau vaut $\vec{B}_0$ (avec $B_0 = K \cdot I_m \cdot \cos(\omega t)$ trouvé en II-1°b) .

Les données sont : K, a, H, I_m , γ et ω .

a- On cherche le champ électrique induit en un point M du matériau à la distance r de l'axe de la bobine sous la forme $\vec{E}_1 = E_1(r, t) \cdot \vec{u}_\theta$.

A l'aide de la loi de Faraday, trouver $E_1(r, t)$ en fonction de r, t et des données.

b- Rappeler la loi locale d'Ohm.

En déduire l'expression de la densité volumique de courant induit ($\vec{j}_1$) au point M.

II-3°) puissance transférée.

a- Donner l'expression de la puissance volumique locale P_v cédée par le champ électrique aux porteurs de charge.

b- Evaluer la puissance instantanée totale transférée au matériau conducteur contenu dans le four.

c- En déduire la puissance moyenne P (on donnera l'expression en fonction des données et du volume V occupé par le matériau) .

d- On évalue les fuites énergétiques par rayonnement à $\eta = 15\%$ de l'énergie requise pour la fusion. Déterminer littéralement puis calculer numériquement la durée t_f de cette fusion ; on donne :

- $f = 4000 \text{ Hz}$; $I_m = 150 \text{ A}$; $K = 10^{-5} \text{ T} \cdot \text{A}^{-1}$; $a = 15 \text{ cm}$; $\gamma = 1,6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$;

- l'enthalpie massique de fusion du matériau est $\Delta_{\text{fus}}h = 350 \text{ kJ/kg}$;
- Au départ, le matériau est solide à la température de fusion ; sa masse est $M=80\text{kg}$ et il occupe un volume $V = 0,03\text{m}^3$ supposé quasi invariant pendant toute la fusion.

III) Alimentation électrique du four à induction.

III-1°) transfert de puissance à un dipôle inductif.

On maintient une tension $u = U_m \cdot \cos(\omega t)$ aux bornes d'une bobine inductive de résistance R et d'auto-inductance L . L'intensité du courant électrique est alors : $i = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$.

Les données sont : L, R, U_m . Pour les applications numériques, on prendra :

$$R = 100\Omega ; L\omega = 400\Omega \text{ lorsque } f = 4000 \text{ Hz} ; U_m = 1,50\text{V} .$$

a- déterminer littéralement :

- L'amplitude I_m et la valeur efficace I , en fonction de ω et des données ;
- la puissance électrique moyenne P transférée à la bobine ;
- la valeur maximale P_{max} de P , pour R, L et U_m fixés ;

$$\delta - \text{le taux de transfert de puissance } TP = \frac{P}{P_{\text{max}}}$$

b- calculer numériquement la valeur de TP pour la fréquence $f = 4000 \text{ Hz}$.

III-2°) amélioration du transfert de puissance.

On ajoute un condensateur de capacité C en série avec la bobine précédente.

Cet ensemble est alimenté par la tension précédente $u = U_m \cdot \cos(\omega t)$.

- donner l'expression littérale du taux de transfert TP , P_{max} étant le même qu'en III-1-a.
- établir l'expression littérale de la valeur C_0 de C permettant un transfert optimal de puissance électrique à la bobine, à la fréquence imposée $f = 4000 \text{ Hz}$.
 - calculer numériquement C_0 et $TP(C_0)$. Conclure.
- tracer, après une étude asymptotique, une représentation graphique de TP en fonction de C .
- lorsque $C=C_0$, donner l'expression littérale de I_m et φ .

III-3°) Introduction d'une charge non ferreuse dans la bobine.

On réalise le circuit

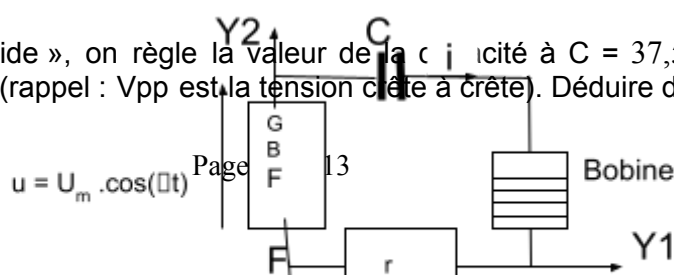
a- La bobine étant « vide », on règle la valeur de la capacité à $C = 37,5\text{nF}$ pour obtenir l'oscillogramme n°1 (rappel : V_{pp} est la tension crête à crête). Déduire de l'oscillogramme

$$U_m = 1,500\text{V}$$

$$r = 30\Omega$$

$$f = 4000 \text{ Hz}$$

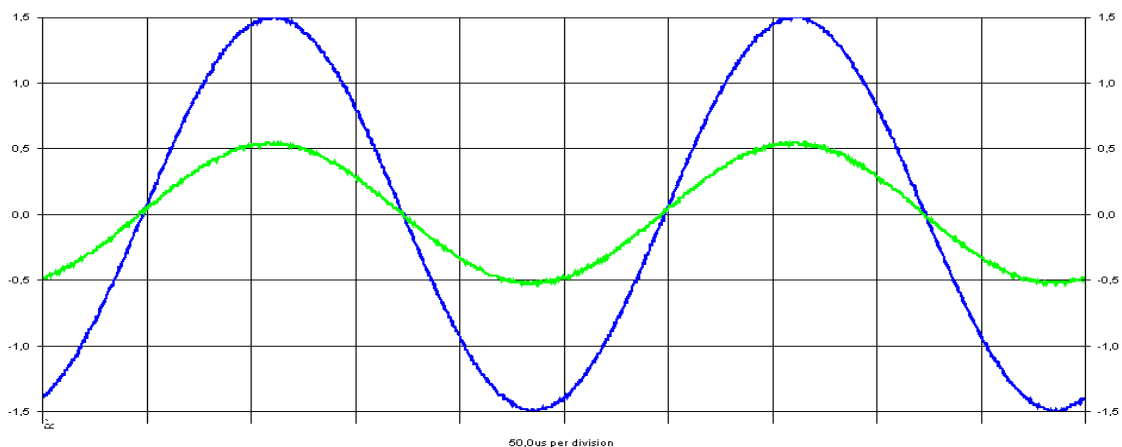
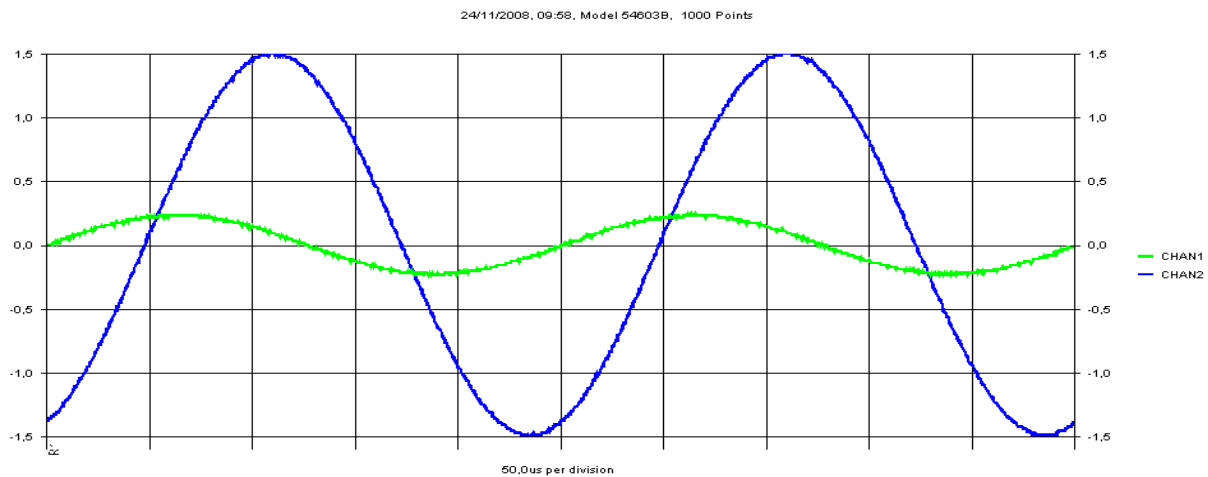
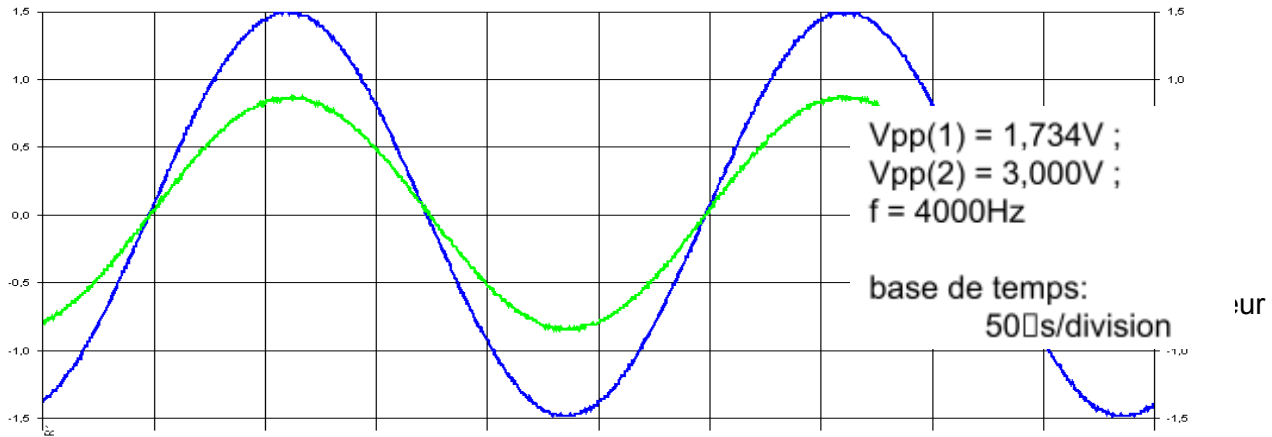
La sensibilité



n°1 les valeurs, lorsque la bobine est « vide », de la résistance R_v de cette bobine et de son inductance « à vide » L_v .

- b- On insère un morceau d'aluminium (substance non ferreuse) dans la bobine ; on observe alors un décalage des courbes (oscillogramme n°2).

Déterminer le déphasage de i par rapport à u .



Partie B : Effets thermiques dans les câbles d'alimentation (20 % du barème)

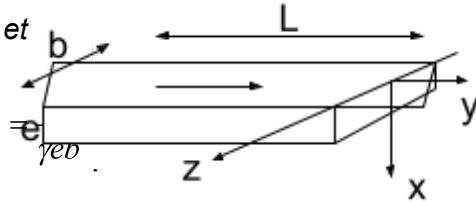
On s'intéresse aux problèmes thermiques posés par les câbles d'alimentation des appareils électriques puissants.

On assimile le câble à un ruban métallique homogène de conductivité électrique uniforme γ et de conductivité thermique uniforme λ , ayant la forme d'un parallélépipède d'épaisseur e , de largeur b et de longueur L (l'épaisseur e est très inférieure à L et

Il est parcouru par un courant électrique continu d'intensité I .

On rappelle l'expression de la résistance électrique : R

On suppose la densité volumique de courant uniforme : $\mathbf{j} = j_0 \mathbf{e}_x$.
Les données sont γ , λ , e , b , L , et j_0 .



I) Etude électrique.

Exprimer, en fonction des données :
 - l'intensité I du courant électrique ;
 - la puissance électrocinétique P_e reçue par la plaque ;
 - la puissance électrocinétique volumique P_v reçue par la plaque ; commenter ce résultat.

II) Etude thermique du ruban thermiquement isolé sauf sur une face.

- On adopte un modèle dans lequel les échanges thermiques avec l'air extérieur sont donnés par la loi de Newton : La puissance dP échangée avec l'extérieur à la température T_e , par un élément de la surface extérieure du ruban, d'aire dS , de température T_p , est donnée, en

valeur absolue par : $\left| \frac{dP}{dS} \right| = h |T_p - T_e|$. Le coefficient d'échange h est constant et connu.

- On considère le cas où la face supérieure $x = 0$ est en contact avec l'air extérieur, les autres faces étant isolées thermiquement : le seul transfert thermique possible se fait à travers la face $x = 0$.
- On suppose le régime thermique **permanent**.

Dans ces conditions, la température ne dépend que de la seule variable x .

La température de la face $x = 0^+$ est notée T_a .

- A partir d'un bilan énergétique macroscopique sur le système {ruban}, déterminer T_a en fonction de T_e , h et des données.
- Rappeler l'expression du vecteur densité de flux thermique $\vec{j}_q$.
- A partir d'un bilan sur une tranche d'abscisses extrêmes x et $x+dx$, former l'équation différentielle liant T aux données.
- Que peut on dire de la puissance transférée par conduction thermique en $x = e$?
- Quelles sont les conditions aux limites en $x = 0$ et $x = e$?
- Intégrer l'équation différentielle et donner la loi de température dans la plaque.
- Faire une représentation graphique de $T(x)$. Déterminer sa valeur maximale.

Partie C : Règle « de SCHEIMPFLUG » (20 % du barème)

On considère une lentille L convergente de distance focale image f' .

On supposera que cette lentille, utilisée dans les conditions de Gauss, se comporte comme une lentille mince parfaitement stigmatique et aplanétique pour des couples de points conjugués.

I) Image réelle d'un objet réel rectiligne dans un plan frontal.

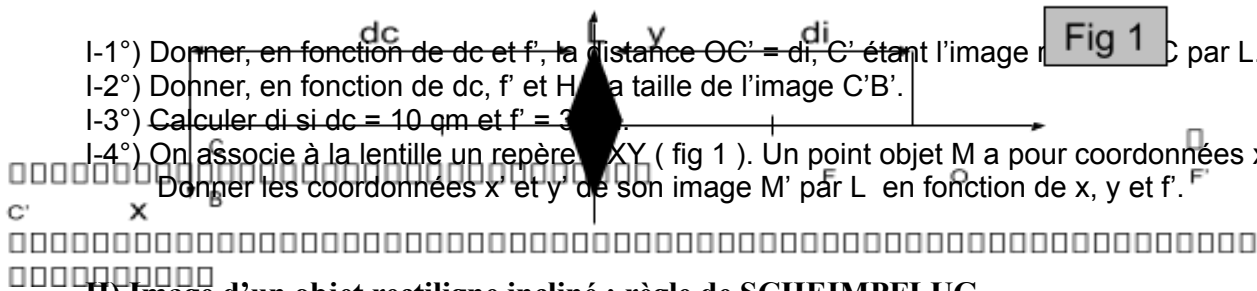
L'objet réel rectiligne CB de longueur H est dans un plan perpendiculaire à l'axe optique Δ , à la distance d_c (supérieure à f') du centre optique O.

I-1°) Donner, en fonction de d_c et f' , la distance $OC' = d_i$, C' étant l'image de C par L.

I-2°) Donner, en fonction de d_c , f' et H, la taille de l'image $C'B'$.

I-3°) Calculer d_i si $d_c = 10 \text{ cm}$ et $f' = 3 \text{ cm}$.

I-4°) On associe à la lentille un repère XY (fig 1). Un point objet M a pour coordonnées x et y . Donner les coordonnées x' et y' de son image M' par L en fonction de x , y et f' .

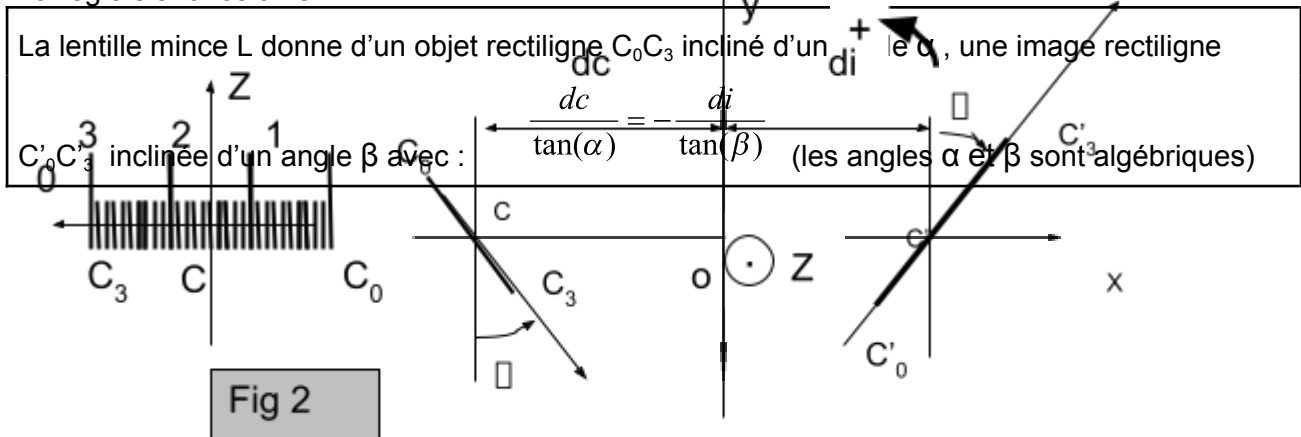


II) Image d'un objet rectiligne incliné : règle de SCHEIMPFLUG.

II-1) la règle de SCHEIMPFLUG

L'objet rectiligne C_0C_3 est incliné d'un angle algébrique α , la convention de signe pour les angles étant trigonométrique.

La règle s'énonce ainsi :



a – Démontrer cette règle dans le seul cas où l'objet et l'image sont très peu inclinés par rapport à l'axe optique (α est alors voisin de $\pm\pi/2$ rad) ; on caractérisera au préalable, en fonction des distances d_c , d_i et des tangentes des angles α et β la position des points d'intersection des droites C_0C_3 et $C'_0C'_3$ avec le plan de la lentille. La suite peut être traitée sans la réponse à cette question a.

b – On prend $\alpha = -57^\circ$; calculer β (en degrés).

II-2) Position de l'image d'un point.

On repère un point M de l'objet par son abscisse $\xi = \overline{CM}$ sur l'axe orienté Δ_α ($\xi = 0$ en C).

L'image M' de M par L est repérée par son abscisse $\mu = \overline{C'M'}$ sur l'axe orienté Δ_β ($\mu = 0$ en C') (voir figure 2).

- Donner, dans le repère OXY associé à la lentille, les coordonnées (x,y) de M et, en utilisant un résultat du I-4, l'ordonnée y' de M', en fonction de d_c , f' , α et β .
- (les résultats seront inscrits dans un tableau identique au tableau ci-contre à reproduire).

b- Trouver une relation entre y' , μ et β .

c- En déduire que : $\mu = \frac{K \cdot \xi}{1 - D \cdot \xi}$ avec $D = \frac{\sin(\alpha)}{d_c - f'}$.

Evaluer K en fonction de : d_c , f' , $\cos(\alpha)$ et $\cos(\beta)$.

II-3) déformation de l'image d'un objet.

L'objet C_0C_3 porte une graduation centimétrique subdivisée en millimètre.

Il est positionné comme indiqué sur la figure 2 avec $\alpha > 0$, $f' = 15$ cm et $d_c = 21$ cm .

La graduation 1,5 correspond au point C ($\xi = 0$) ; son image est C' ($\mu = 0$).

La graduation 0 correspond au point C_0 ($\xi_0 = -1,5$ cm) ; son image est C'.

la graduation 3 correspond au point C_3 ($\xi_3 = 1,5$ cm) ; son image est C'.

On prend une photographie de l'image de cet objet sur un écran orienté selon la règle de Scheimpflug (fig 3 ; échelle 1).

A partir d'une mesure des longueurs des segments $C'C'_0$ et $C'C'_3$, déduire de II-2-c la valeur numérique de D, puis la valeur de l'angle d'inclinaison α .



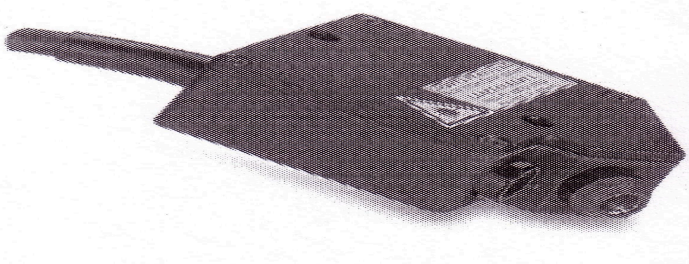
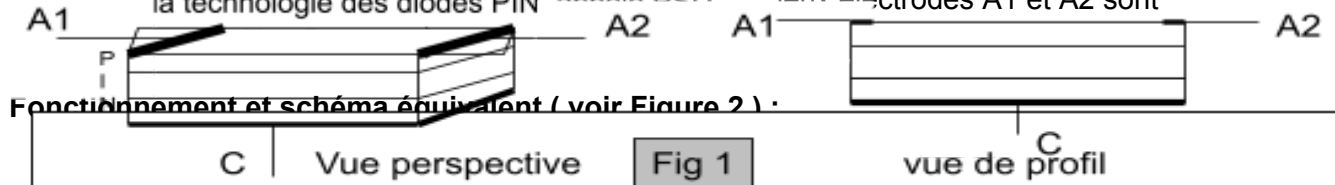
Fig 3

PARTIE D (25 % du barème)

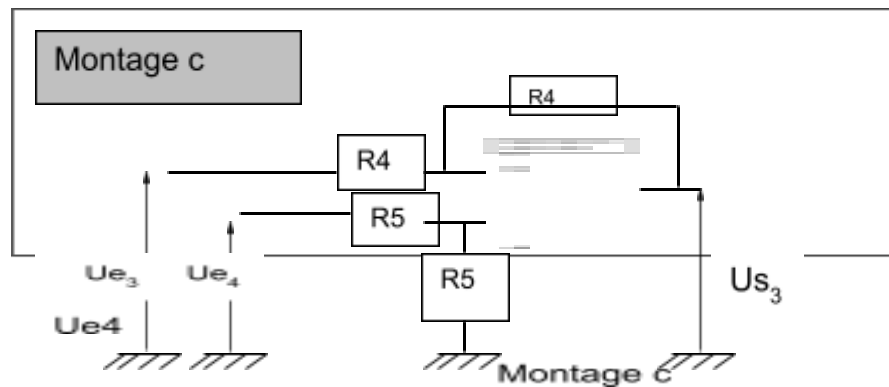
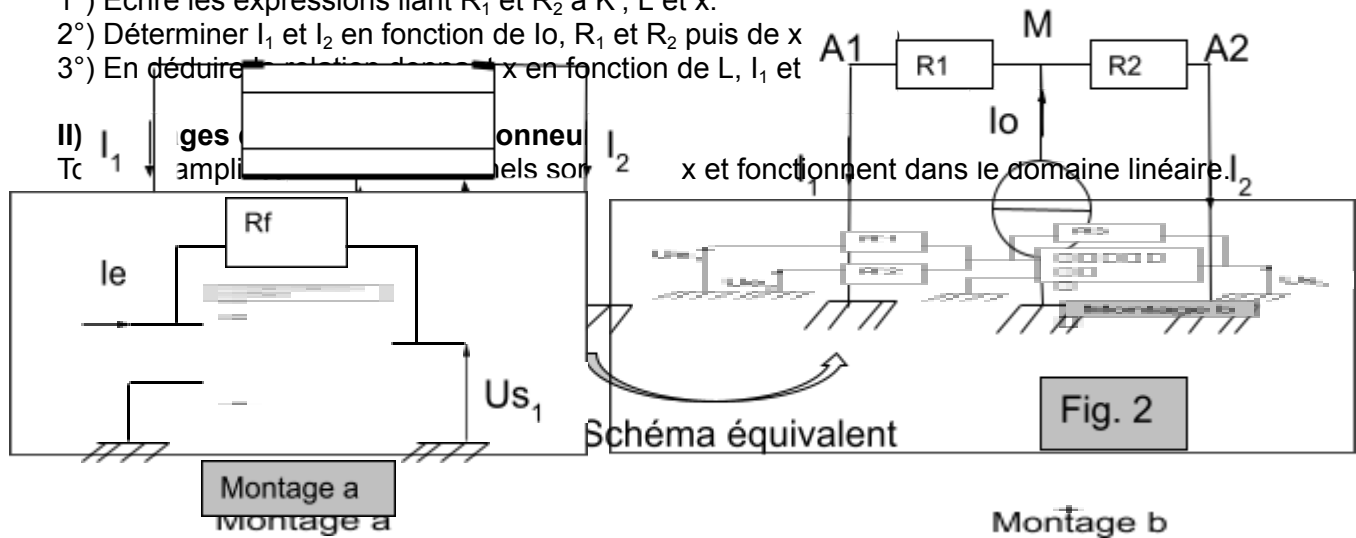
A le Capteur de position par triangulation

r toute la suite : on raisonnera sur

II L'élément de base du capteur est un photo détecteur, ité spécifiquement (couches P, I, N).
la technologie des diodes PIN appelé PSD. Les électrodes A1 et A2 sont



- 1°) Ecrire les expressions liant R_1 et R_2 à K' , L et x .
- 2°) Déterminer I_1 et I_2 en fonction de I_0 , R_1 et R_2 puis de x
- 3°) En déduire x en fonction de L , I_1 et

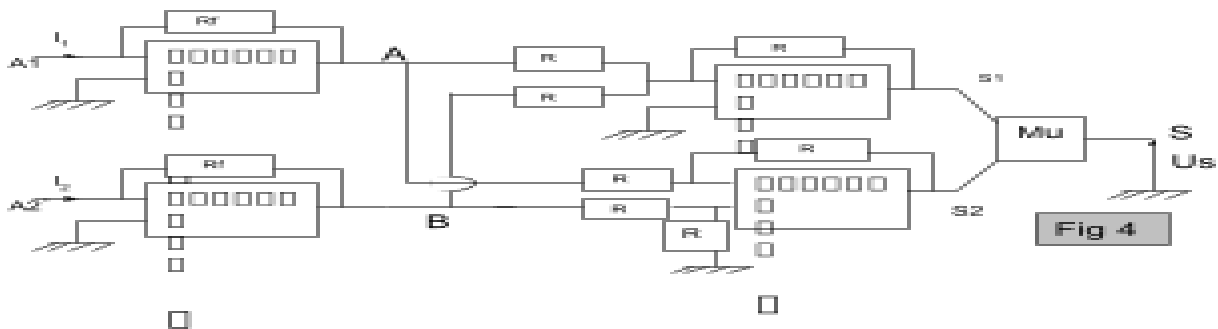


Pour les 3 montages (a,b,c), déterminer les tensions de sortie U_{Si} en fonction des grandeurs d'entrée (I_e puis U_{e1} , U_{e2} puis U_{e3} , U_{e4}) et des résistances électriques indiquées sur les schémas. On reportera les réponses dans un tableau identique à celui ci dessous (à reproduire) :

montage a	montage b	montage c
$U_{S1} =$	$U_{S2} =$	$U_{S3} =$

III) Le conditionneur

Les électrodes A1 et A2 du PSD sont connectées au conditionneur suivant :



1°) Donner, en fonction de I_1 , I_2 et R_f , les potentiels V_{s1} du point S1 et V_{s2} du point S2.

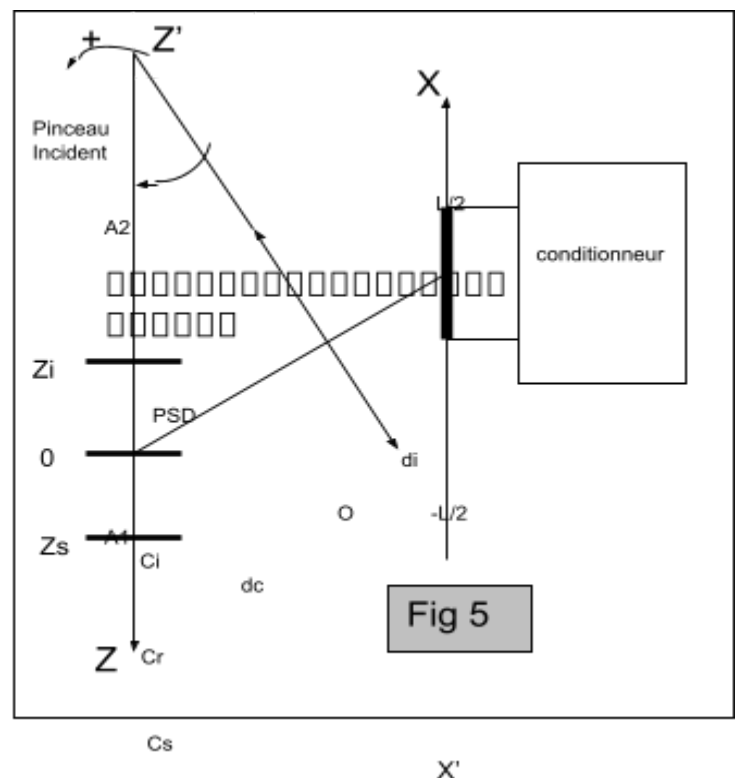
2°) Le composant noté Mu est connecté de telle sorte que : $U_s = -10 \times \frac{V_{s2}}{V_{s1}}$.
Déterminer U_s en fonction des intensités I_1 et I_2 .

3°) en déduire la relation donnant l'abscisse x du pinceau lumineux en fonction de U_s et L.

IV) Le capteur par triangulation.

IV-1°) Géométrie simple.

- La cible à détecter peut se translater entre deux positions extrémales C_i (abscisse Z_i) et C_s (abscisse Z_s).
- On souhaite réguler la cible à la position de référence C_r ($Z_r=0$).
- On dispose le détecteur PSD parallèlement au pinceau incident $Z'Z$.
- On supposera, dans une première approche, que le détecteur est excité uniquement au point où arrive le rayon passant par le centre optique O de la lentille convergente : la cible à l'abscisse Z génère un spot à l'abscisse x du PSD.
- Cette lentille est disposée de telle sorte que le rayon utile issu de C_r arrive au milieu du PSD, à l'abscisse $x = 0$, ces points étant optiquement conjugués par la lentille.
- La figure 5 représente la géométrie du dispositif ; on notera que l'angle θ est ici un angle négatif.



On note d_c la distance de Cr au centre optique O, et d_i la distance de O au milieu du PSD.
La distance d_c est supérieure à la focale image f' de la lentille convergente.

- a- par des considérations géométriques simples, exprimer Z en fonction de x , d_c et d_i .
- b- Le PSD ayant une longueur L , donner, littéralement puis numériquement, les abscisses extrémales de la cible (Z_i et Z_s) pouvant être détectées dans cette géométrie.

Données : $d_c = 10,0\text{cm}$; $d_i = 4,3\text{cm}$, $f' = 3,0\text{cm}$, $L = 20\text{mm}$, $\alpha = -57^\circ$.

- c- On suppose que la tension U_s en sortie du conditionneur est liée à l'abscisse x du spot sur le PSD par la relation $U_s = A.x$ (avec $A = 10^3 \text{ V/m}$) .

L'électronique ne permet de distinguer deux mesures qu'à $\delta U_s = 10^{-3} \text{ V}$ près.

Donner, littéralement puis numériquement, le plus petit écart δZ de la cible détectable par le dispositif. Dépend-il de la position de la cible ?

IV-2°) Critique de la géométrie simple.

En réalité, le point de la cible diffusant la lumière incidente se comporte vis-à-vis de la lentille comme un objet lumineux ponctuel.

Par construction, le centre du détecteur PSD ($x = 0$) est le conjugué par la lentille du point Cr.

- a- à l'aide d'un tracé de rayon, déterminer la position de l'image de la cible d'abscisse Z quelconque (mais différente de Z_s) .
- b- expliquer, en 5 lignes au plus, pourquoi les résultats de IV-1°-c sont illusoires.

IV-3°) Optimisation de la géométrie.

On optimise la géométrie en positionnant le PSD là où se forment les images du point cible C, conformément à la règle de Scheimpflug énoncée au C II-1°.

Pour cela, on doit faire tourner la surface du PSD d'un angle φ .

- a- en utilisant la règle de Scheimpflug, déterminer numériquement φ , en degrés .

- b- dans cette géométrie optimisée, on montre que $x = \frac{B.Z}{1 + C.Z}$;
on calcule, avec les données numériques de IV-1° : $B = 0,2797$ et $C = 11,98 \text{ m}^{-1}$.

x variant toujours entre $-L/2$ et $+L/2$, donner les valeurs extrêmes de Z .

- c- le conditionneur et l'électronique ont mêmes propriétés qu'en IV-1 c).

Trouver la relation donnant le plus petit écart détectable δZ en fonction de δU_s , Z , A , B et C .

- d- α - calculer δZ aux points $Z = 0$, Z_i et Z_s .

β - tracer le graphique donnant δZ en fonction de Z dans la plage de mesure du capteur.

IV-4°) Discussion.

Expliquer pourquoi une cible réfléchissant la lumière ne permet pas un bon fonctionnement du capteur .

FIN DE L'EPREUVE