

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK BENTUK LINEAR SATU VARIABEL

A. PENGERTIAN PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL

1. Persamaan Linear Satu Variabel

Persamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka yang dihubungkan tanda sama dengan (“=”) dan hanya mempunyai satu variabel berpangkat satu. Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah $ax + b = 0$ untuk $a \neq 0$

Contoh :

1. $x + 7 = 13$

2. $6 - 2a = 2$

Pengganti variabel yang mengakibatkan persamaan bernilai benar disebut penyelesaian dan himpunan semua penyelesaian disebut himpunan penyelesaian.

Contoh :

1. Tentukan persamaan dari $3y - 2 = 4$

Penyelesaian :

$$3y - 2 = 4$$

$$3y = 4 + 2$$

$$3y = 6$$

$$y = 2$$

Jadi Himpunan penyelesaian $\{y = 2\}$

2. Tentukan persamaan dari $3x + 5 = x + 15$

Penyelesaian :

$$3x + 5 = x + 15$$

$$3x - x = -5 + 15$$

$$2x = 10$$

$$x = 10/2$$

$$x = 5$$

Jadi Himpunan penyelesaian $\{ x = 5 \}$

2. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

Apa itu pertidaksamaan linear satu variabel, ialah pertidaksamaan yang memuat satu variabel dan pangkat yang paling besar adalah satu. Pertidaksamaan linear satu variabel biasanya menggunakan tanda $<$, $>$, $\leq$, dan $\geq$

$>$ = Lebih dari

$<$ = Kurang dari

$\geq$ = Lebih dari atau sama dengan

$\leq$ = Kurang dari atau sama dengan

$\neq$ = Tidak sama dengan

Contoh :

1. $6x + 12 \geq 4x - 10$

2. $10q - 2 < 0$

Dalam pertidaksamaan tersebut, x dan q disebut dengan variabel

Adapun penyelesaian dari pertidaksamaan linear satu variabel dalam menentukan Himpunan penyelesaian tidak jauh beda dengan persamaan linear satu variabel diatas.

Contoh :

1. Tentukan penyelesaian dari pertidaksamaan $5z - 2 > 13$

Penyelesaian :

$$5z - 2 > 13$$

$$5z > 13 + 2$$

$$5z > 15$$

$$z > 3$$

Jadi Himpunan penyelesaian $\{ z > 3 \}$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $3x - 1 < x + 3$ dengan x variabel pada himpunan bilangan cacah.

Penyelesaian :

$$3x - 1 < x + 3$$

$$3x - x < 3 + 1$$

$$2x < 4$$

$$x < 2$$

Jadi Himpunan penyelesaian $\{x < 2\}$

Latihan Soal

1. Tentukan nilai x dari persamaan-persamaan berikut.

a. $8x - 4 = 6x + 12$

b. $8(x + 2) = 20$

c. $\frac{1}{2}x + 6 = \frac{1}{4}x - 7$

d. $\frac{3x+7}{5} = \frac{1+4x}{6}$

e. $5(x + 2) - 2x = 13$

f. $2 + 2(p + 3) = 12$

g. $4(2x - 5) = 2(x + 4)$

h. $\frac{1}{3}(6x + 9) = \frac{1}{4}(2x + 4)$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan-pertidaksamaan di bawah ini.

a. $5x > 4x + 9$

b. $8x - 3 < 7x + 4$

c. $15x + 2 \leq 12x + 11$

d. $x - 4 \geq 2 + 4x$

e. $-2 - 3x < 2x - 22$

f. $\frac{3x-2}{3} + 5 < 1 - \frac{2x+1}{4}$

g. $x + 3 < 2x + 5 \leq x + 8$

h. $3 \leq 4x - 5 < 11$

i. $x + 4 \leq 5x + 3 \leq 2x + 10$

<http://www.danlajanto.com/2013/10/latihan-persamaan-dan-pertidaksamaan.html>

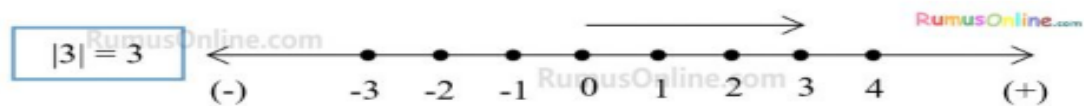
<https://www.scribd.com/doc/234247319/Kelas10-Smk-Mtk-Persamaan-dan-pertidaksamaan>

B. KONSEP NILAI MUTLAK

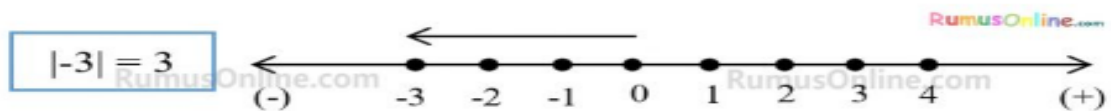
Nilai mutlak suatu bilangan real x merupakan jarak antara bilangan itu dengan nol pada garis bilangan. Dan dilambangkan dengan $|x|$. Secara formal nilai mutlak didefinisikan :

Misalkan x bilangan real, maka $|x| = \begin{cases} x, & \text{jika } x \geq 0 \\ -x, & \text{jika } x < 0 \end{cases}$
atau dapat pula ditulis

$$|x| = x \quad \text{jika } x \geq 0$$



$$|x| = -x \quad \text{jika } x < 0$$



Definisi diatas dapat kita maknai sebagai berikut :

Nilai mutlak bilangan positif atau nol adalah bilangan itu sendiri dan nilai mutlak bilangan negatif adalah lawan dari bilangan tersebut.

Sebagai contoh,

$$|7| = 7 \quad |0| = 0 \quad |-4| = -(-4) = 4 \quad |3| + |-2| = 3 + 2 = 5$$

Jadi, jelas bahwa nilai mutlak setiap bilangan real akan selalu bernilai positif atau nol.

Selesaikan nilai mutlak berikut berdasarkan definisi diatas!

a. Nilai dari $|x+2|$

b. Nilai dari $|2X-3|$

Penyelesaian :

a. Mencari batas x

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

Sehingga,

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{jika } x \geq 2 \\ -(x - 2) & \text{jika } x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Jadi, } |x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{jika } x \geq 2 \\ -x + 2 & \text{jika } x < 2 \end{cases}$$

b. Mencari batas x

$$2x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Sehingga

$$|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & \text{jika } x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x - 3) & \text{jika } x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Jadi, } |2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & \text{jika } x \geq \frac{3}{2} \\ -2x + 3 & \text{jika } x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

1. Persamaan Nilai Mutlak Satu Variabel

Persamaan nilai mutlak dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat berikut :

- i. (a). Jika $|f(x)| = a$, maka $f^2(x) = a^2$
- (b). Jika $|f(x)| = a$, maka $f(x) = a$ atau $f(x) = -a$
- ii. (a). Jika $|f(x)| = |g(x)|$, maka $f^2(x) = g^2(x)$
- (b). Jika $|f(x)| = |g(x)|$, maka $f(x) = g(x)$ atau $f(x) = -g(x)$

Contoh :

1. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|2x-1| = 7$

$|2x-1| = 7$ karena $c = 7$ artinya $c \geq 0$ maka berlaku :

www.RumusOnline.com

Dengan menggunakan definisi : **INGAT!** ○ ○ ○

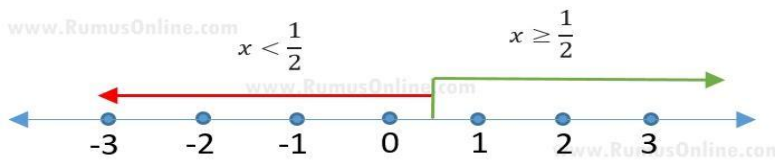
$$|x| = \begin{cases} x & \text{jika } x \geq 0 \\ -x & \text{jika } x < 0 \end{cases}$$

$$|2x - 1| = \begin{cases} 2x - 1 & \text{jika } x \geq \frac{1}{2} \\ -(2x - 1) & \text{jika } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Persamaan di sama dengankan nol :

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 0 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Diperoleh interval dengan menggambar garis bilangan berikut:



Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

- Untuk $x \geq \frac{1}{2}$ maka $2x - 1 = 7$

$$\begin{aligned} 2x &= 7 + 1 \\ 2x &= 8 \\ x &= \frac{8}{2} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

(memenuhi karena $x = 4$ berada pada domain $x \geq \frac{1}{2}$)

- Untuk $x < \frac{1}{2}$ maka $-2x + 1 = 7$

$$\begin{aligned} -2x &= 7 - 1 \\ -2x &= 6 \\ x &= \frac{6}{-2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

(memenuhi karena $x = -3$ berada pada domain $x < \frac{1}{2}$)

Jadi, nilai x yang memenuhi persamaan $|2x-1| = 7$ adalah $x = 4$ dan $x = -3$

2. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|x-3| + |2x-8| = 5$

Jawab :

Mencari batas x dari masing masing persamaan nilai mutlak

Untuk $x - 3 = 0$

$$x = 3$$

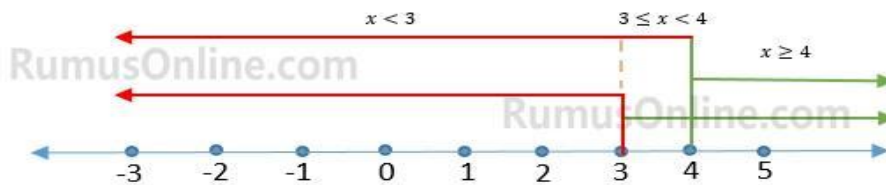
Untuk $2x - 8 = 0$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

$|x - 3| + |2x - 8| = 5$ karena $c = 5$, artinya $c \geq 0$ maka berlaku :

$|x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{jika } x \geq 3 \\ -x + 3 & \text{jika } x < 3 \end{cases}$ dan $|2x - 8| = \begin{cases} 2x - 8 & \text{jika } x \geq 4 \\ -2x + 8 & \text{jika } x < 4 \end{cases}$ Diperoleh interval dengan gambar :



Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

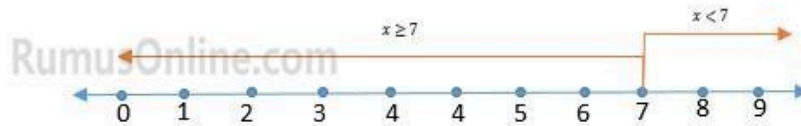
- Untuk $x < 3$ maka bentuk $|x - 3| + |2x - 8|$ menjadi $-x + 3 - 2x + 8 = 5$
 $-3x + 11 = 5$
 $-3x = -6$
 $x = 2$
 (memenuhi karena $x = 2$ berada pada domain $x < 3$)
- Untuk $3 \leq x < 4$ maka bentuk $|x - 3| + |2x - 8|$ menjadi $x - 3 - 2x + 8 = 5$
 $-x + 5 = 5$
 $-x = 0$
 $x = 0$
 (tidak memenuhi karena $x = 0$ tidak berada pada domain $3 \leq x < 4$)
- Untuk $x \geq 4$ maka bentuk $|x - 3| + |2x - 8|$ menjadi $x - 3 + 2x - 8 = 5$
 $3x - 11 = 5$
 $3x = 16$
 $x = \frac{16}{3}$
 (memenuhi karena $x = \frac{16}{3}$ berada pada domain $x \geq 4$)

Jadi, nilai x yang memenuhi penyelesaian adalah $x=2$ dan $x=16/3$

3. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan $|x - 7| = -2$

$$|x - 7| = \begin{cases} |x - 7| & \text{jika } x \geq 7 \\ -|x - 7| & \text{jika } x < 7 \end{cases}$$

Diperoleh



- Untuk $x \geq 7$ maka bentuk $|x - 7|$ menjadi $x - 7 = -2$

$x = 5$
(tidak memenuhi persamaan karena $x = 5$ tidak pada domain $x \geq 7$)

- Untuk $x < 7$ maka bentuk $|x - 7|$ menjadi $-x + 7 = -2$

$$\begin{aligned} -x &= -9 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

(tidak memenuhi karena $x = 9$ tidak pada domain $x < 7$)

Jawab : Jadi, persamaan $|x - 7| = -2$ tidak ada nilai x yang memenuhi.

Untuk memahami pemahaman konsep persamaan nilai mutlak linear satu variable maka kerjakan soal berikut ini !

Pendalaman Materi



Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan berikut!

1. $|2x - 5| = 3$
2. $|2x - 4| = |x - 1|$

Jawab :

1. Dengan menggunakan sifat 1(b), maka diperoleh penyelesaian :

$$\begin{aligned} |2x - 5| = 3 & \Rightarrow 2x - 5 = 3 \quad \text{atau} \quad 2x - 5 = -3 \\ 2x &= 8 & 2x &= 2 \\ x &= 4 & x &= 1 \end{aligned}$$

2. Dengan menggunakan sifat 2(a), maka diperoleh penyelesaian :

$$|2x - 4| = |x - 1|$$

$$(2x - 4)^2 = (x - 1)^2$$

$$4x^2 - 16x + 16 = x^2 - 2x + 1$$

$$3x^2 - 14x + 15 = 0$$

$$(3x - 5)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ atau } x = 3$$

<https://rumusonline.com/378/persamaan-nilai-mutlak-linear-satu-variabel-dan-contoh-soalnya.html>

2. Pertidaksamaan Nilai Mutlak Satu Variabel

Pertidaksamaan dapat diselesaikan dengan menggunakan sifat-sifat berikut :

Bentuk 1

- a. Jika $|f(x)| < a$, maka $-a < f(x) < a$
- b. Jika $|f(x)| > a$, maka $f(x) < -a$ atau $f(x) > a$

Contoh: Tentukan interval nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|2x + 3| < 5$

Jawab :

$$|2x + 3| < 5$$

$$-5 < 2x + 3 < 5$$

$$-5 - 3 < 2x + 3 - 3 < 5 - 3$$

$$-8 < 2x < 2$$

$$-4 < x < 1$$

Bentuk 2

- a. Jika $|f(x)| < g(x)$, maka $f^2(x) < g^2(x)$, dengan syarat $g(x) > 0$
- b. Jika $|f(x)| > g(x)$, maka $f^2(x) > g^2(x)$, dengan syarat $g(x) > 0$

Contoh : Tentukan interval nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|2x - 9| < 4x - 3$

Jawab :

$$|2x - 9| < 4x - 3$$

$$(2x - 9)^2 < (4x - 3)^2$$

$$4x^2 - 36x + 81 < 16x^2 - 24x + 9$$

$$-12x^2 - 12x + 72 < 0$$

$$x^2 + x - 6 > 0$$

$$(x + 3)(x - 2) > 0$$

$$x < -3 \text{ atau } x > 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Syarat : } 4x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{4} \dots\dots\dots (2)$$

Bentuk 3

a. Jika $|f(x)| < |g(x)|$, maka $f^2(x) < g^2(x)$

b. Jika $|f(x)| > |g(x)|$, maka $f^2(x) > g^2(x)$

Contoh : Tentukan interval nilai x yang memenuhi pertidaksamaan $|x + 4| \geq |3x - 8|$

Jawab :

$$|x + 4| \geq |3x - 8|$$

$$(x + 4)^2 \geq (3x - 8)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 \geq 9x^2 - 48x + 64$$

$$-8x^2 + 56x - 48 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 6 \leq 0$$

$$1 \leq x \leq 6$$

Untuk memahami pemahaman konsep pertidaksamaan nilai mutlak linear satu variable maka kerjakan soal berikut ini !

Pendalaman Materi



1. Tentukan himpunan penyelesaian dari

$$|2x - 1| < 7$$

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari $|4x + 2| \geq 6$

3. Tentukan penyelesaian dari $|3x - 2| \geq |2x + 7|$

Jawab :

$$1. |2x - 1| < 7 \Leftrightarrow -7 < 2x - 1 < 7$$

$$\Leftrightarrow -6 < 2x < 8$$

$$\Leftrightarrow -3 < x < 4$$

Jadi, HP = $\{-3 < x < 4\}$.

$$2. 4x + 2| \geq 6 \Leftrightarrow 4x + 2 \leq -6 \text{ atau } 4x + 2 \geq 6$$

$$\Leftrightarrow 4x \leq -8 \text{ atau } 4x \geq 4$$

$$\Leftrightarrow x \leq -2 \text{ atau } x \geq 1$$

Jadi, HP = $\{x \leq -2 \text{ atau } x \geq 1\}$.

$$3. |3x - 2| \geq |2x + 7|$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2 \leq -(2x + 7) \text{ atau } 3x - 2 \geq 2x + 7$$

$$\Leftrightarrow 5x \leq -5 \text{ atau } x \geq 9$$

$$\Leftrightarrow x \leq -1 \text{ atau } x \geq 9$$

Jadi, HP = $\{x \leq -1 \text{ atau } x \geq 9\}$

Latihan Soal

1. Tentukan Himpunan penyelesaian dari persamaan nilai mutlak berikut ini.

$$|x + 5| = 3$$

a. $|2x - 3| = 5$

b. $|x + 1| + 2x = 7$

c. $|3x + 4| = x - 8$

d.

2. Tentukan himpunan penyelesaian dari Pertidaksamaan nilai mutlak berikut ini.

a. $|x + 7| < 9$

b. $|2x - 1| \geq 7$

c. $|x + 3| \leq |2x - 3|$

d. $|3x + 1| - |2x + 4| < 10$

<https://jagomatematika.info/materi-persamaan-dan-pertidaksamaan-nilai-mutlak-sma-kelas-10.html>

3.2. Menerapkan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak bentuk linear satu variabel.
4.2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan dan pertidaksamaan nilai mutlak bentuk linear satu variabel

