CHƯƠNG II. BẤT ĐẲNG THỨC. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

PHẦN A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

2.1. Bất đẳng thức.

2.1.1. Khái niệm

Khi cho hai số thực x và y thì ta có một trong các trường hợp sau

- $x = y$,
- $x > y$, $x \geq y$,
- $x < y$, $x \leq y$.

Trường hợp $x = y$ được gọi là đẳng thức.

Trường hợp $x < y,\ x \leq y,\ x > y, x \geq y$ được gọi là bất đẳng thức.

Định nghĩa 2.1.1. Hệ thức dạng $a > b$ (hay $a < b,\ a \geq b$, $a \leq b$) được gọi là bất đẳng thức và a được gọi là vế trái, b được gọi là vế phải của bất đẳng thức

2.1.2. Tính chất của bất đẳng thức

A. Tính chất bắc cầu và tính cộng của bất đẳng thức

Tính chất 2.1.1.

a) Cho ba số $a, b, c.$ Nếu $a > b$ và $b > c$ thì $a > c$ (tính chất bắc cầu)

b) Cho ba số a, b, c . Nếu $a > b$ thì $a + c > b + c$

c) Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của bất đẳng thức thì ta phải đổi dấu của nó.

B. Tính nhân của bất đẳng thức

Tính chất 2.1.2.

a) Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số dương thì được một bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

b) Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số âm thì được một bất đẳng thức mới ngược chiều với bất đẳng thức đã cho.

Bài tập liên quan đến tính cộng

Bài tập 2.1. Hãy viết một bất đẳng thức diễn tả số a lớn hơn 3. Vế trái, vế phải của bất đẳng thức đó là gì?

Bài tập 2.2. So sánh hai số x và y biết $x > 3,4$ và $y < 3,4.$

Bài tập 2.3. Chứng minh $2023+\left(-2^{29}\right)>2022+\left(-2^{29}\right)$

Bài tập 2.4. So sánh hai số $-3+23^{50}$ và $-2+23^{50}$

Bài tập 2.5. Cho hai số a và b thỏa mãn $a<b$. Chứng tỏ $a+3<b+5$.

Bài tập 2.6. Cho hai số m và n thỏa mãn $m>n$. Chứng tỏ $m+5>n+4$.

Bài tập 2.7. Gọi a là số tuổi của bạn Na, b là số tuổi của bạn Toàn, biết rằng bạn Toàn lớn tuổi hơn bạn Na. Hãy dùng bất đẳng thức để biểu diễn quan hệ về tuổi của hai bạn ở hiện tại và sau ban năm nữa.

Bài tập liên quan đến tính nhân

Bài tập 2.8. Không thực hiện phép tính, hãy so sánh $1962\cdot 12$ và $1963\cdot 12$

Bài tập 2.9. Không thực hiện phép tính, hãy so sánh $47\cdot(-19)$ và $50\cdot(-19)$

Bài tập 2.10. Cho hai số a,b thỏa mãn $a^2>b^2>0$. Chứng tỏ $5a^2>4b^2$.

Bài tập 2.11. Hãy so sánh $(-163)\cdot(-75)^{15}$ và $(-162)\cdot(-75)^{15}$

Bài tập 2.12. Cho hai số m,n thỏa mãn $0<m^2<n^2$. Chứng tỏ $\frac{3}{2}m^2<2n^2$.

Bài tập 2.14. Dùng các kí hiệu $>,<,\geq,\leq$ để diễn tả

a) Tốc độ v đúng quy định với biển báo giao thông ở Hình 4a.

b) Trọng tải P của toàn bộ xe khi đi qua cầu đúng quy định với biển báo giao thông ở Hình 4b.

Hình 4a)

Hình 4b)

Bài tập 2.15. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:

a) m lớn hơn 8;

b) n nhỏ hơn 21;

c) x nhỏ hơn hoặc bằng 4,

d) y lớn hơn hoặc bằng 0

Bài tập 2.16. Hãy cho biết các bất đẳng thức được tạo thành khi

a) Cộng hai vế của bất đẳng thức $m > 5$ với -4 ;

b) Cộng hai vế của bất đẳng thức $x^2 \le y + 1$ với 9 ;

c) Nhân hai vế của bất đẳng thức $x > 1$ với $3,$ rồi tiếp tục cộng với 2 ;

d) Cộng vào hai vế của bất đẳng thức $m \le -1$ với -1 , rồi tiếp tục cộng với -7 .

Bài tập 2.17. So sánh hai số x và y trong mỗi trường hợp sau:

a) $x + 5 > y + 5;$

b) $-11x \le -11y;$

c) $3x - 5 < 3y - 5;$

d) $-7x + 1 > -7y + 1.$

2.2 Bất phương trình bậc nhất một ẩn

2.2.1 Khái niệm

Định nghĩa 2.2.1. Bất phương trình dạng $ax + b > 0$ (hoặc $ax + b < 0, ax + b \ge 0, ax + b \le 0$), với a,b là hai số đã cho và $a \ne 0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn (ẩn là x).

- Số x_o được gọi là nghiệm của phất phương trình nếu ta thay $x = x_o$ thì nhận được một khẳng định đúng.
- Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó

2.2.2 Các bước giải

Phương pháp giải

Xét bất phương trình $ax + b > 0 \ (a \ne 0)$

- Chuyển vế b sang vế phải ta được $ax > -b.$
- Chia hai vế phương trình cho a ta được
  - ✔ Nếu $a > 0$ thì nhận được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x > \frac{-b}{a}$
  - ✔ Nếu $a < 0$ thì nhận được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x < \frac{-b}{a}$.

BÀI TẬP

Bài tập 2.18. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất một ẩn?

a) $a + 2023 > 0.$

b) $0x - 5 < 0$.

c) $5x - 7 \le 0$.

d) $x^2 + 1 \le 0$

e) $0x < 0$ f) $3x < 0$. g) $x^3 + 1 \geq 0$ h) $-x + 1 \leq 0$

Bài tập 2.19. Trong hai giá trị $x = 1$ và $x = 2$, giá trị nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 4 \leq 0$?

Bài tập 2.20. Tìm một số là nghiệm và một số không phải là nghiệm của bất phương trình $4x + 5 > 0$

Bài tập 2.21. Giải các bất phương trình sau:

a) $2x + 1 > 0$ b) $-2x + 1 < 0$ c) $0,5x - 6 \leq 0$ d) $-2x + 3 \leq 0$

e) $2(x+1) + 3 > 0$ f) $-2(x+3) + 1 < 0$ g) $0,5x - 6(x-2) \leq 0$ h) $-2x + 3(x-1) \leq 0$

i) $2t - 5 > 0.$ j) $3y + 1 \geq 0$ k) $2v - 3 < 0$ l) $2z - 3 > 0$

Bài tập 2.22. Giải các bất phương trình sau:

a) $x + 2 \leq 2 + 3x$ b) $4 + x > 5 - 3x$ c) $-x + 7 \geq x - 3$ d) $6 < \frac{x-3}{3}$

e) $\frac{1}{2}x > 5$ f) $7 < \frac{2x+1}{5}$ g) $2x - 5 \leq 4x + 3$ h) $5 + 7x > 4x - 7.$

Bài tập 2.23. Giải các bất phương trình sau:

a) $5 - 7x > 4(x-3) - 7$ b) $2(x+1) + 3 > x - 1$

c) $-2(x+3) + 5(x-1) < 2x + 3$ d) $0,5x + 7(x-2) \leq \frac{1}{2}x - 1$

e) $-2x - 5(x-1) \leq \frac{5}{3}x - 1$ f) $2(x+3) + 5(x-1) < \frac{1}{2}x - 33$

Bài tập 2.24. Tìm x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $2x + 1$ là số dương.

b) Giá trị của biểu thức $3x - 5$ là số âm.

c) Giá trị của biểu thức $-3x + 1$ là số không âm.

d) Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2}x - 5$ là số dương

e) Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2}x + 1$ nhỏ hơn 2

f) Giá trị của biểu thức $2\left(x + \frac{1}{3}\right) + 1$ lớn hơn 1.

Bài tập 2.25. Trong một kì thi gồm ba môn Toán, Ngữ văn và Tiếng Anh, điểm số môn Toán và Ngữ văn tính theo hệ số 2, điểm số môn Tiếng Anh tính theo hệ số 1. Để trúng tuyển, điểm số trung bình của ba môn ít nhất phải bằng 8. Bạn Na đã đạt $9,1$ điểm môn Toán và $6,9$ điểm môn Ngữ văn. Hãy lập và giải bất phương trình để tìm điểm số Tiếng Anh tối thiểu mà bạn Na phải đạt để trúng tuyển.

Bài tập 2.26. Để hưởng ứng phong trào "Trồng cây gây rừng", lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 1000 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 540 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất bao nhiêu cây xanh nữa?

Bài tập 2.27. Một kì thi Tiếng Anh gồm bốn kĩ năng: nghe, nói, đọc và viết. Kết quả của bài thi là điểm số trung bình của bốn kĩ nảng này. Bạn Hà đã đạt được điểm số của ba kĩ năng nghe, đọc, viết lần lượt là $6,5;\ 6,5;\ 5,5$. Hỏi bạn Hà cần đạt bao nhiêu điểm trong kĩ năng nói để kết quả đạt được của bài thi ít nhất là $6,25$?

2.3 Ôn tập chương

TRẮC NGHIỆM

Câu 2.1. Bất đẳng thức $n \le 3$ có thể được phát biểu là

A. n lớn hơn 3.

B. n nhỏ hơn 3.

C. n không nhỏ hơn 3.

D. n không lớn hơn 3.

Câu 2.2. Cho các số thực x, y, z biết $x < y.$ Khẳng định nào sau đây sai?

A. $x + z < y + z$

B. $xz < yz$ nếu z âm.

C. $xz < yz$ nếu z dương.

D. $x - z < y - z.$

Câu 2.3. Hệ thức nào sau đây là bất đẳng thức?

A. $1 - x = 0$

B. $x^2 - 5x + 6 = 0$

C. $y^2 \ge 0$

D. $x = y$

Câu 2.4. Bất phương trình $3x - 5 > 4x + 2$ có nghiệm là

A. $x > -7$

B. $x < -7$

C. $x < 7$

D. $x \le -7.$

Câu 2.5. Bất phương trình $2x - 1 \le x + 4$ có nghiệm là

A. $x \le 5$

B. $x \ge 5.$

C. $x \le -5$

D. $x < 5.$

BÀI TẬP

Bài tập 2.28. Cho $a > b,$ chứng minh:

a) $a - 2 > b - 2;$

b) $-5a < -5b;$

c) $2a + 3 > 2b + 3;$

d) $10 - 4a < 10 - 4b.$

Bài tập 2.29. Giải các bất phương trình sau:

a) $3 - 0,2x < 13$

b) $\frac{1}{2} + \frac{x}{3} \geq \frac{1}{4}$

c) $3 < \frac{2x-2}{8}$

d) $\frac{2x-3}{3} \leq \frac{3x-2}{4}$

Bài tập 2.30. Tìm x sao cho:

a) Giá trị của biểu thức $2x+1$ không nhỏ hơn giá trị của biểu thức $3x-5$;

b) Giá trị của biểu thức $2x+1$ không lớn hơn giá trị của biểu thức $3x-5.$

Bài tập 2.31. Trong cuộc thi "Đố vui để học", mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Bài tập 2.32. Tìm lỗi sai trong các lời giải sau

a) Giải bất phương trình $-3x > 9.$

Ta có:

$-3x > 9$

$x > 9 + 3$

$x > 12.$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > 12.$

b) Giải bất phương trình $-\frac{2}{3}x \leq 5$

ta có $-\frac{2}{3}x \leq 5$

$-\frac{2}{3}x \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \leq 5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)$

$x \leq -\frac{15}{2}$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq -\frac{15}{2}$.