

Тема: Розв'язування типових вправ за темою «Числова функція. Графік функції»

<https://youtu.be/cfjHWw9WQkc>

Мета:

- *Навчальна:* пригадати найпростіші перетворення графіків функцій; знаходження області значень функції різними способами;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння виконувати найпростіші перетворення графіків функцій та будувати їх; розвивати вміння знаходити область значень функції;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Тип уроку: закріплення знань;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

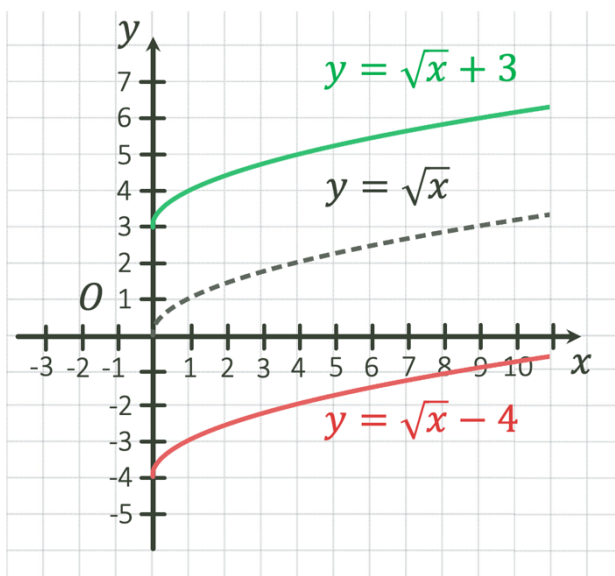
Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Перевірка виконання Д/З
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

// Найпростіші перетворення графіків функцій



☐ Поясніть, як побудувати графік функції $y = \sqrt{x} + 3$?

☐ Поясніть, як побудувати графік функції $y = \sqrt{x} - 4$?

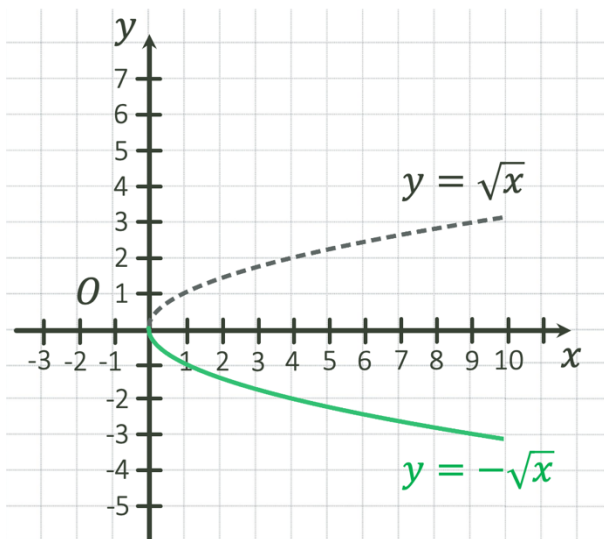
$$\begin{array}{lcl} y = f(x) + n & + n \uparrow & \\ y = f(x) - n & - n \downarrow & \end{array} \quad n > 0$$

Перенесення кожної точки графіка вгору або вниз на n одиниць.

- Поясніть, як побудувати графік функції $y = (x + 4)^2$?
- Поясніть, як побудувати графік функції $y = (x - 5)^2$?

$$\begin{aligned} y = f(x + t) & \quad -t \leftarrow \\ y = f(x - t) & \quad +t \rightarrow \end{aligned} \quad t > 0$$

Перенесення кожної точки графіка праворуч або ліворуч на t одиниць.

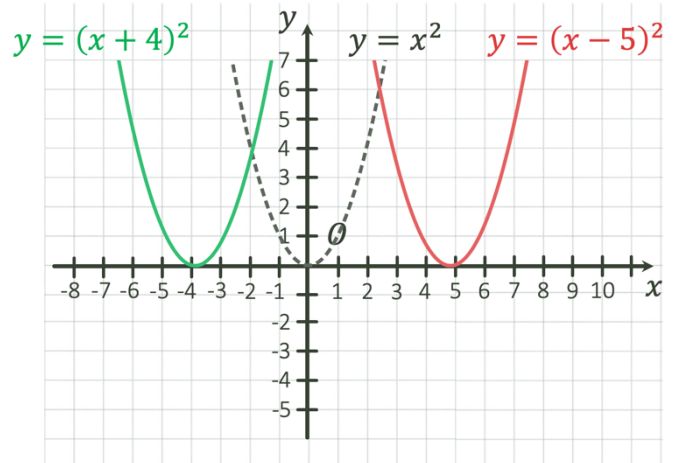


- Поясніть, як побудувати графік функції $y = \frac{1}{2}x^2$

- Поясніть, як побудувати графік функції $y = 2x^2$

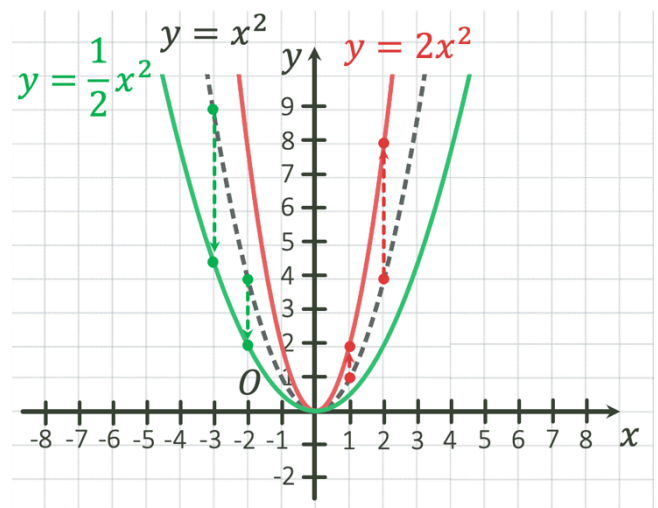
$$\begin{aligned} y = kf(x) & \quad 0 < k < 1 \quad \text{Стиск} \\ y = kf(x) & \quad k > 1 \quad \text{Розтяг} \end{aligned}$$

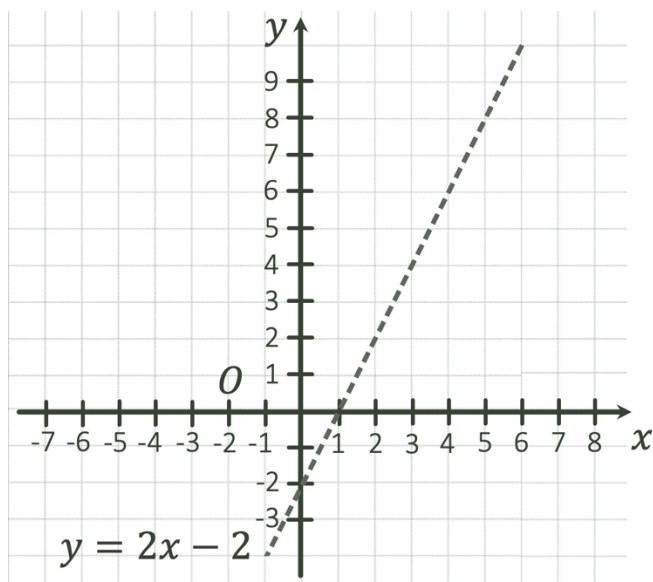
*Дані графіки утворюються **стиском** або **розтягом** графіка функції $y = f(x)$ до осі Ox*



- Поясніть, як побудувати графік функції $y = -\sqrt{x}$

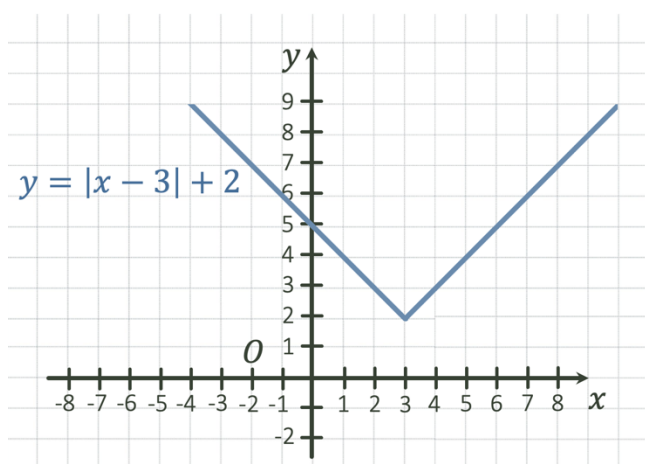
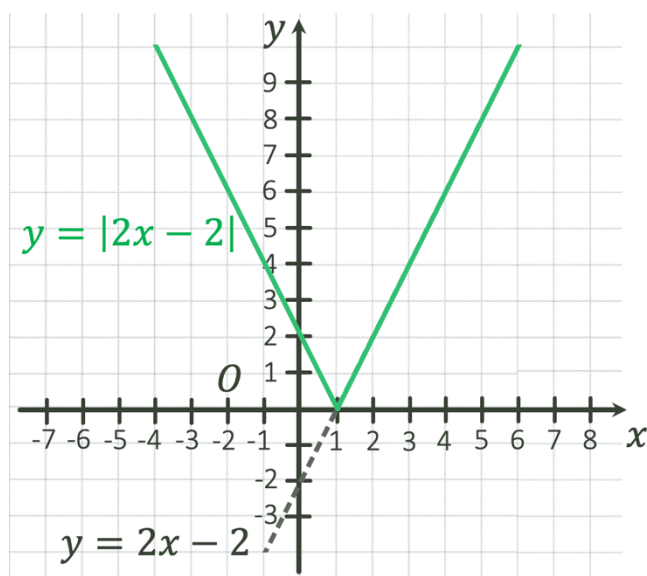
Графіки функцій $y = -\sqrt{x}$ і $y = \sqrt{x}$ симетричні відносно осі Ox





- Поясніть, як побудувати графік функції $y = |2x - 2|$

Частина графіка функції $y = f(x)$, що лежить нижче осі Ox , симетрично відображаємо відносно цієї осі



- Поясніть, як утворився графік функції $y = |x - 3| + 2$

Графік ф-ї $y = |x|$ переносимо уздовж осі Ox на 3 одиниці праворуч, а потім вздовж осі Oy на 2 одиниці вгору

III. Розв'язування завдань

№1

Побудуйте графік функції:

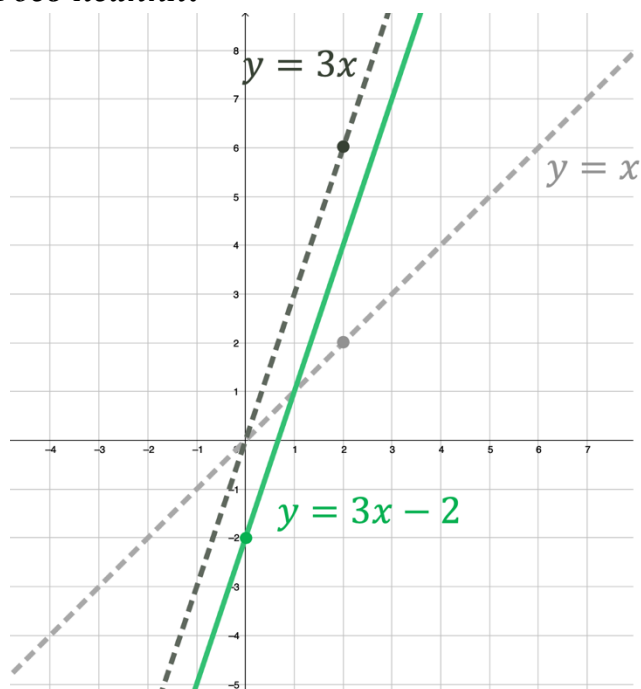
1) $y = 3x - 2$

3) $y = |x^2 - 2|$

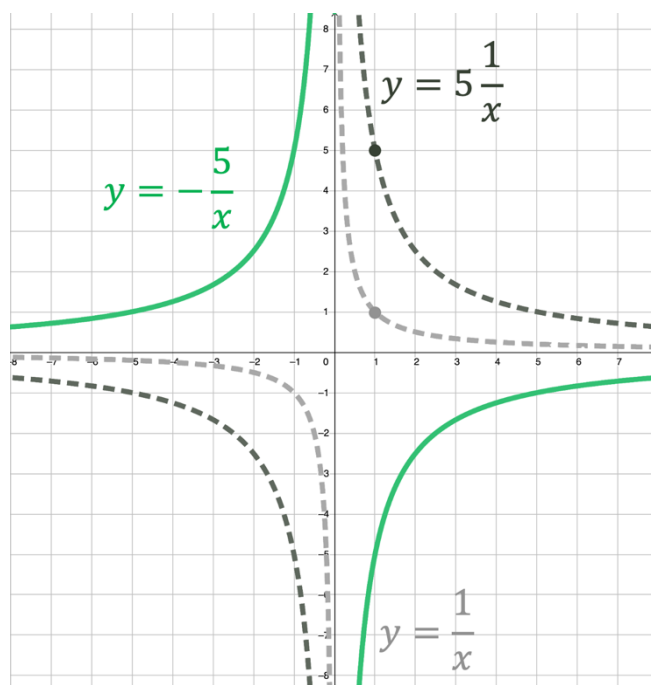
2) $y = -\frac{5}{x}$

4) $y = x^2 - 2x$

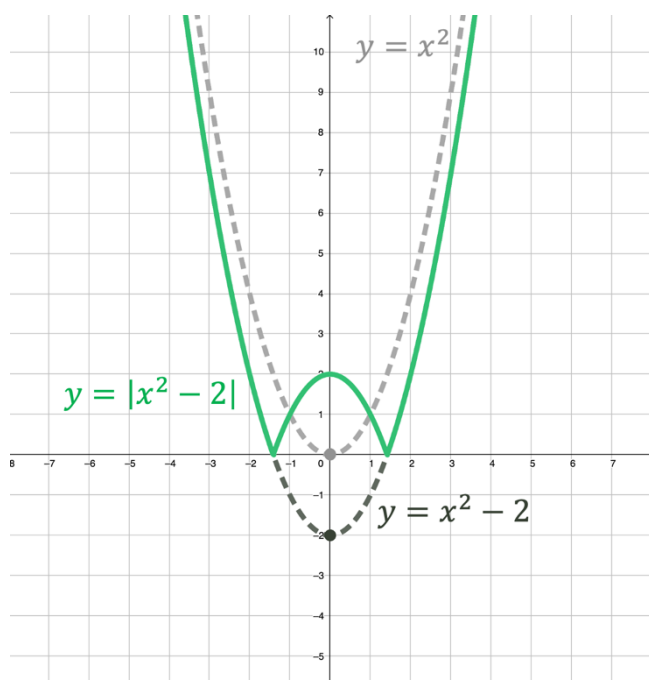
Розв'язання:



1) $y = 3x - 2$



2) $y = -\frac{5}{x}$



3) $y = |x^2 - 2|$

4) $y = x^2 - 2x$

// Графіком квадратичної функції є парабола

$$a > 0 \rightarrow \cup$$

$$// y = ax^2 + bx + c // \text{ В нашому випадку } a = 1, c = 0$$

Так як $a > 0$, то вітки параболи напрямлену вгору

Знайдемо координати вершини параболи:

$$x_B = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$$y_B = f(x_B) = 1^2 - 2 \cdot 1 = -1$$

Знайдемо точки перетину з осями координат:

Ox :

$$y = 0$$

$$0 = x^2 - 2x$$

$$x(x - 2) = 0$$

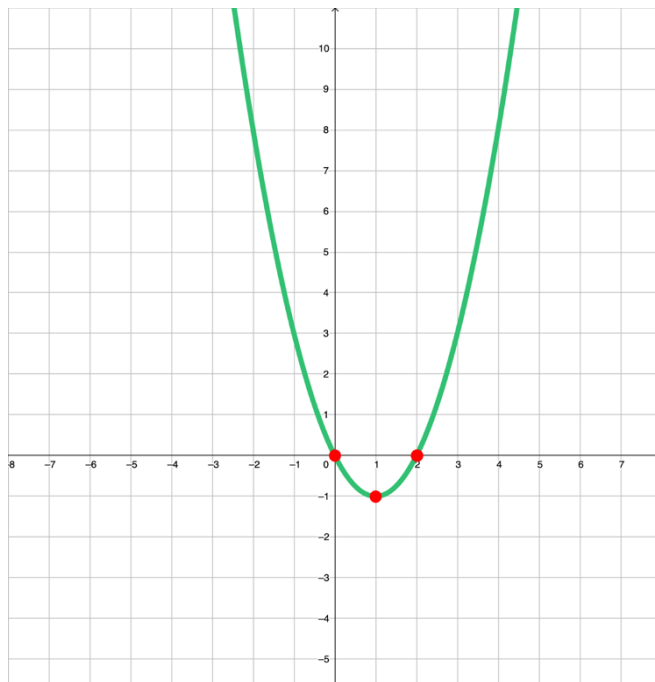
$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

Oy :

$$x = 0$$

$$y = 0^2 - 2 \cdot 0$$

$$y = 0$$



№2

// Пригадаємо, як ми раніше знаходили область значень функції $E(f)$

Пригадайте, які обмеження мають такі функції:

1) $y = \sqrt{x}$	≥ 0	2) $y = x^2$	≥ 0
3) $y = x $	≥ 0		
4) $y = ax^2 + bx + c$			
$[y_B; +\infty)$		$(-\infty; y_B]$	

Як знайти область значень функції $E(f)$?

1. Потрібно оцінити найменше і найбільше значення виразу $f(x)$ для всіх значень x
2. Вказати всі можливі значення функції $f(x)$

Наприклад:

$$y = 2 - x^2$$

$$x^2 \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$-x^2 \leq 0 \quad | + 2$$

$$2 - x^2 \leq 2$$

$$E(y): y \in (-\infty; 2]$$

Знайдіть область визначення функції:

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------|
| 1) $f(x) = \sqrt{x} + 4$ | 2) $f(x) = x + 1$ |
| 3) $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ | 4) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 3$ |
| 5) $f(x) = 5x^2 + x $ | 6) $f(x) = \frac{3}{x^2 + 2}$ |
| 7) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 4}$ | |

Розв'язання:

$$1) \quad f(x) = \sqrt{x} + 4$$

$$\sqrt{x} \geq 0$$

$$\sqrt{x} + 4 \geq 4$$

$$E(y): y \in [4; +\infty)$$

$$2) \quad f(x) = |x| + 1$$

$$|x| \geq 0$$

$$|x| + 1 \geq 1$$

$$E(y): y \in [1; +\infty)$$

$$3) \quad f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

Запишемо дане рівняння у більш зручній формі для учнів:

$$y = \sqrt{9 - x^2}$$

Піднесемо до квадрату обидві частини рівняння:

$$y^2 = 9 - x^2$$

Отримали рівняння кола з центром у початку координат (*геометрія 9 клас*):

$$x^2 + y^2 = 9$$

Так як в нас є обмеження функції $\sqrt{9 - x^2} \geq 0$, то областю значень буде півколо з центром у початку координат і радіусом 3, отже найменше значення функції в такому випадку – це початок координат, а найбільше дорівнює радіусу:

$$E(y): y \in [0; 3]$$

$$4) \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 3$$

Проаналізуємо дану функцію на найбільше і найменше значення:

Якщо $x = 0$, то вираз $\sqrt{x^2 + 4}$ буде набувати свого найменшого значення. Також враховуємо обмеження, що підкореневий вираз завжди більший за нуль.

$$\sqrt{x^2 + 4} \geq 2 \quad | - 3$$

$$\sqrt{x^2 + 4} - 3 \geq -1$$

$$E(y): [-1; +\infty)$$

$$5) \quad f(x) = 5x^2 + |x|$$

Проаналізуємо найменше і найбільше значення кожного доданку окремо.

Найменше значення доданку $5x^2$ – нуль;

Найменше значення доданку $|x|$ – нуль;

□ Чому значення даних доданків не можуть бути від'ємними?
(учні висловлюють власну думку)

Найбільшого значення для кожного доданку не існує.

$$E(y): [0; +\infty)$$

$$6) \quad f(x) = \frac{3}{x^2 + 2}$$

Дана функція буде набувати свого найбільшого значення в тому випадку, коли $x = 0$, так як тоді знаменник буде набувати свого найменшого значення.

Знайдемо найбільше значення даної функції:

$$f(0) = \frac{3}{0^2 + 2} = 1,5$$

Знайдемо найменше значення функції.

Якщо ми будемо до нескінченності збільшувати значення « x », то значення функції буде нескінченно зменшуватися, але воно ніколи не дорівнюватиме нулю і не зможе бути від'ємним (*від'ємне число в квадраті – це додатне число*)

$$E(y): (0; 1,5]$$

$$7) \quad f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 4}$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0$$

// графік даної функції – парабола, отже щоб знайти найменше значення даної функції, знайдемо координати вершини цієї параболи.

$$x_{\text{в}} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$y_{\text{в}} = (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 4 = 3$$

Отже найменше значення, якого може набувати знаменник – це 3, тому **найбільше значення якого може набувати ф-я $f(x)$ – це $\frac{1}{3}$.**

Аналогічно до завдання 6, значення знаменника може збільшуватися до нескінченності, тому значення функції буде постійно зменшуватися, але воно ніколи не дорівнюватиме нулю і не буде від'ємним.

$$E(y): y \in (0; \frac{1}{3}]$$

№3

Дано функцію $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} + 2, & \text{якщо } x > 2 \\ x^2 - 1, & \text{якщо } x \leq 2 \end{cases}$
Знайдіть $f(2)$, $f(4)$, $f(0)$, $f(9)$

Розв'язання:

$$f(2) = 2^2 - 1 = 3$$

$$f(4) = -\sqrt{4} + 2 = 0$$

$$f(0) = 0^2 - 1 = -1$$

$$f(9) = -\sqrt{9} + 2 = -1$$

№4

Побудуйте графік функції:

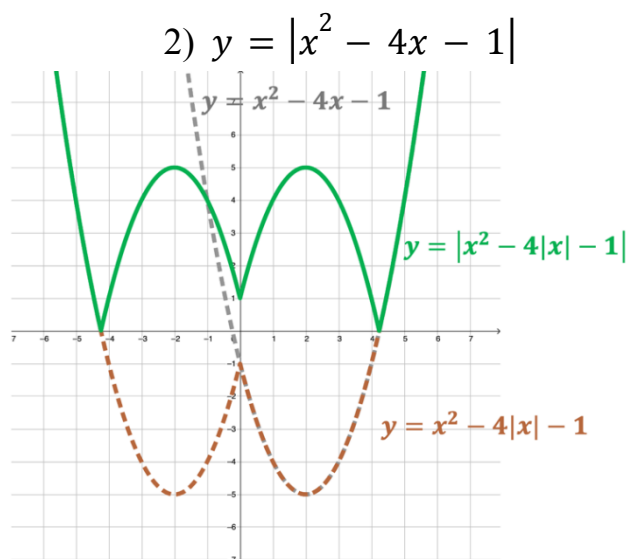
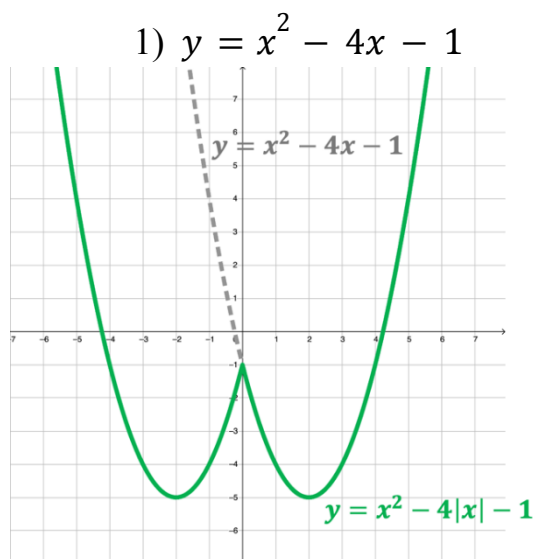
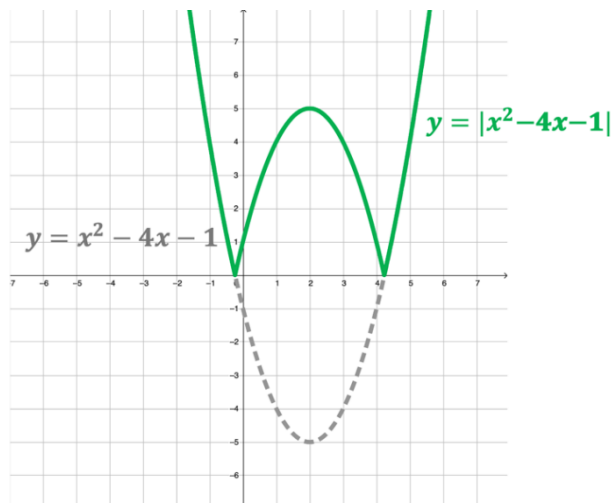
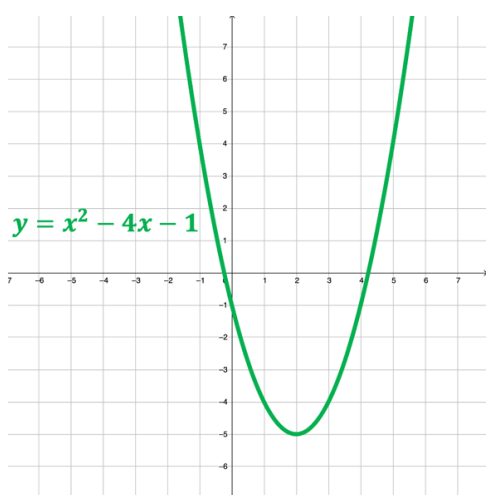
$$1) y = x^2 - 4x - 1$$

$$3) y = x^2 - 4|x| - 1$$

$$2) y = |x^2 - 4x - 1|$$

$$4) y = |x^2 - 4|x| - 1|$$

Розв'язання:



3) $y = x^2 - 4|x| - 1$

4) $y = |x^2 - 4|x| - 1|$

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, як знайти область визначення функції?
- Поясніть, як будувати графіки типу $y = f(x) + n$ і $y = f(x) - n$?
- Поясніть, як будувати графіки типу $y = f(x + m)$ і $y = f(x - m)$?
- Поясніть, як будувати графіки типу $y = -f(x)$?
- Поясніть, як будувати графіки типу $y = kf(x)$?
- Поясніть, як будувати графіки типу $y = |f(x)|$?

V. Домашнє завдання

Повторити §1, опрацювати конспект О.С. Істер
Виконати № 1,17; 1,27; 1,32; 1.24

Повторити П.1, опрацювати конспект А.Г. Мерзляк
Виконати № 1.24(2), 1.26(5-8),
1.28(2,3)