

ENSAM option T 1994: Corrigé d'électronique:

Influence des défauts d'un A.O. réel

Ce problème étudie l'influence des défauts de l'A.O. sur deux types de montages: l'amplificateur inverseur et le soustracteur.

Première partie: étude de l'amplificateur inverseur:

1.1. R_e est la résistance d'entrée de l'A.O., R_s est la résistance de sortie.

$A_d.e_d$ est une source de tension liée à la sortie de l'A.O.

A_d est le gain différentiel (souvent appelé μ).

L'ensemble ($A_d.e_d$, R_s) montre que l'A.O. se comporte, vu de la sortie, comme un générateur de Thévenin.

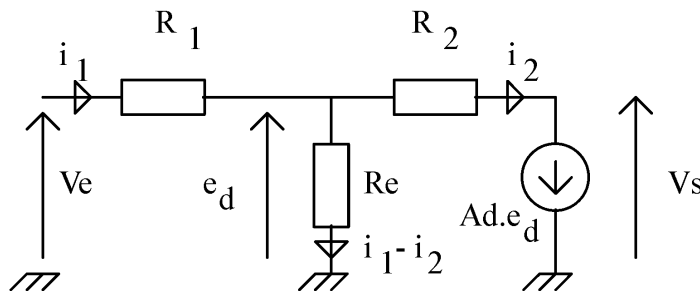
Pour l'A.O. idéal: R_e est infinie, R_s tend vers 0, le gain A_d est infini, et e_d (souvent appelée $-\epsilon$) tend vers 0.

1.2. On a affaire à un montage amplificateur inverseur. Nous appellerons i le courant traversant la résistance R_1 (et aussi R_2) de l'entrée du montage vers la sortie.

$$G_o = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{R_2}{R_1}$$

On a alors: $V_s = -R_2.i$ et $V_e = +R_1.i$ donc: A.N: $G_o = -40$.

1.3.1. En supposant $R_s = 0$, le circuit est maintenant équivalent à:



Nous pouvons donc affirmer: $V_s = -A_d.e_d$ avec $e_d = R_e(i_1 - i_2)$.

Mais aussi: $V_e = R_1.i_1 + R_e(i_1 - i_2)$ et: $R_e(i_1 - i_2) - R_2.i_2 + A_d.R_e(i_1 - i_2) = 0$.

$$\text{On en déduit: } i_1 = \frac{R_2 + R_e(1 + A_d)}{R_e.R_2 + R_1[R_2 + R_e(1 + A_d)]} V_e \quad \text{et: } i_2 = \frac{R_e(1 + A_d)}{R_e.R_2 + R_1[R_2 + R_e(1 + A_d)]} V_e$$

$$V_s = -A_d.R_e.V_e \frac{R_2}{R_e.R_2 + R_1[R_2 + R_e(1 + A_d)]}$$

Il vient alors:

$$G_1 = \frac{V_s}{V_e} = -\frac{G_o}{1 + \frac{R_2}{A_d.R_e} + \frac{1}{A_d} \left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} \right]}$$

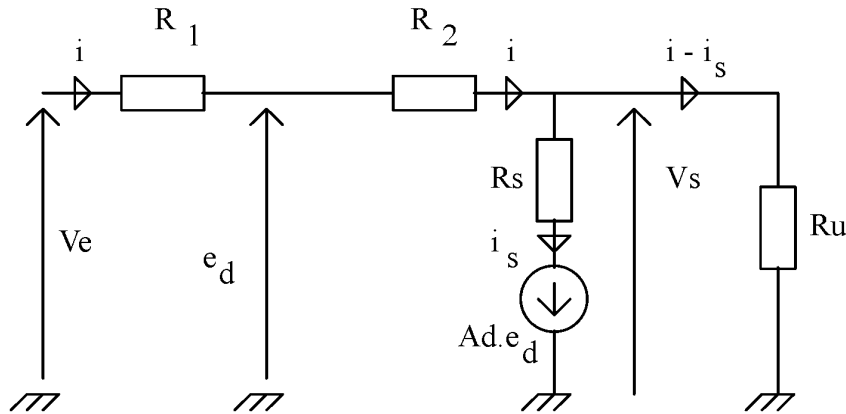
Et par conséquent:

$$\epsilon_{Re} = \frac{R_2}{A_d.R_e} \quad \text{et: } \epsilon_{Ad} = \frac{1}{A_d} \left[\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} \right]$$

Donc, en identifiant:

1.3.2. A.N: $\epsilon_{Re} = 10^{-4}$ $\epsilon_{Ad} = 2,05.10^{-3}$ et: $G_1 = -39,9$ (soit G_o à 0,2% près).

1.4.1. Lorsqu'on considère R_e infinie, le montage est alors équivalent à:



Maintenant que la sortie comporte une résistance R_s , il va de soi que la tension V_s dépendra du courant i_s débité donc de la résistance d'utilisation R_u .

On a: $V_s = -Ad.e_d + R_s.i_s = R_u(i - i_s)$, $V_e = e_d + R_1.i$ et: $e_d = V_s + R_2.i$

$$i = \frac{V_e - V_s}{R_1 + R_2} \quad \text{et: } i_s = -\frac{V_s}{R_u} + \frac{V_e - V_s}{R_1 + R_2}$$

On en déduit:

$$G_2 = \frac{V_s}{V_e} = \frac{G_o}{1 + \frac{1}{Ad} \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_s}{R_u} + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_s}{R_1} \right)}$$

Il vient:

$$G_2 \approx \frac{G_o}{1 + \frac{1}{Ad} \left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_s}{R_1} + \frac{R_1 + R_2}{R_u} \right)}$$

donc:

$$\epsilon_{R_s} = \frac{R_s}{Ad.R_1} + \frac{R_1 + R_2}{R_u}$$

Par conséquent:

1.4.2. A.N: $\epsilon_{R_s} = 4,11.10^{-4}$ et $G_2 = -39,9$ (soit, encore une fois, G_o à 0,2% près).

1.5. ϵ_{Ad} est le terme correctif dû au gain différentiel non infini.

ϵ_{R_e} est le terme correctif dû à la résistance d'entrée R_e non infinie.

ϵ_{R_s} est le terme correctif dû à la résistance de sortie R_s non nulle.

ϵ_{Ad} , ϵ_{R_e} et ϵ_{R_s} montrent les corrections à effectuer lorsqu'on ne suppose pas l'A.O. idéal.

Ici, ces corrections sont faibles (environ 0,2%).

Deuxième partie: Etude du soustracteur:

2.1.1. Nous appellerons i_1 le courant qui traverse la résistance R_1 de l'entrée vers la sortie, et i_3 celui qui traverse R_3 (dans le même sens). Il est clair, puisque l'A.O. est supposé idéal, que le courant traversant R_2 est i_1 et que i_3 parcourt R_4 .

Etablissons les équations électriques du circuit: $V_s = V_1 - (R_1 + R_2).i_1$

$$V_2 = (R_3 + R_4) \cdot i_3 \quad \text{qui permet de trouver:} \quad i_3 = \frac{V_2}{R_3 + R_4}$$

$$\text{De plus: } V_1 = V_2 - R_3 \cdot i_3 + R_1 \cdot i_1 \quad \text{nous donne:} \quad i_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1} + \frac{R_3}{R_1} \frac{V_2}{R_3 + R_4}$$

$$V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_2$$

On trouve alors:

$$G_d = -\frac{R_2}{R_1}$$

2.1.2. On veut que $V_s = G_d(V_1 - V_2)$ donc:

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = -G_d = \frac{R_2}{R_1}$$

On en déduit que:

$$\text{Soit, après simplifications: } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

2.2. Nous étudions maintenant un autre défaut de l'A.O.: l'imperfection de mode commun.

Il va de soi qu'il n'y a rien de changé au schéma, mais nous devons introduire deux nouvelles tensions: e_1 et e_2 . e_2 est la tension entre la borne positive de l'A.O. et la masse, elle se retrouve donc aux bornes de R_4 . Quant à e_1 , elle est entre la borne négative de l'A.O. et la masse, donc $e_1 = e_2 + e_d$. La tension e_d , supposée nulle dans la question 2.1. a maintenant une valeur non nulle.

Nous obtenons, avec les mêmes notations que précédemment pour les courants i_1 et i_3 :

$$V_s = -A_d \cdot e_d + A_c \cdot e_c = V_1 - (R_1 + R_2) \cdot i_1 \quad \text{donc:} \quad i_1 = \frac{V_1 - V_s}{R_1 + R_2}$$

$$V_2 = (R_3 + R_4) \cdot i_3 \quad \text{qui impose:} \quad i_3 = \frac{V_2}{R_3 + R_4}$$

$$V_1 = V_2 - R_3 \cdot i_3 + R_1 \cdot i_1 + e_d \quad (\text{on n'oublie pas } e_d \text{ puisqu'elle est maintenant non nulle})$$

$$e_2 = R_4 \cdot i_3 \quad \text{et:} \quad e_1 = V_1 - R_1 \cdot i_1$$

$$e_c = \frac{e_1 + e_2}{2} = \frac{V_1 + R_4 \cdot i_3 - R_1 \cdot i_1}{2} \quad \text{On a donc:} \quad \text{et: } e_d = e_1 - e_2 = V_1 - R_1 \cdot i_1 - R_4 \cdot i_3$$

En utilisant les expressions trouvées ci-dessus pour i_1 et i_3 et en remarquant que:

$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad \text{puisque: } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

$$e_c = \frac{\alpha V_1 + \alpha V_2 + \beta V_s}{2} \quad \text{et: } e_d = \alpha V_1 - \alpha V_2 + \beta V_s$$

On trouve:

Donc, en reportant dans l'expression de V_s et après simplifications, on obtient:

$$V_s = \alpha \frac{A_d + \frac{A_c}{2} V_1 + A_d + \frac{A_c}{2} V_2}{1 + \beta A_d - \frac{A_c}{2}} \quad \text{or: } V_1 - V_2 = V_d \quad \text{et: } V_1 + V_2 = 2V_c$$

$$V_s = \alpha \frac{A_c \cdot V_c - A_d \cdot V_d}{1 + \beta A_d - \frac{A_c}{2}}$$

Donc: or: $A_d \gg A_c$ et $\beta \cdot A_d \gg 1$

$$V_s = -\frac{\alpha}{\beta} V_d - \frac{A_c}{A_d} V_c \quad \text{avec: } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{donc:} \quad G_d = -\frac{\alpha}{\beta} \quad \text{et: } G_c = \frac{\alpha}{\beta} \frac{A_c}{A_d}$$

2.3.1. A.N: $G_d = -40$ et: $G_c = 4 \cdot 10^{-3}$

2.3.2. Le pont étant presque équilibré, les courants i_1 et i_3 sortant respectivement par les deux branches aux potentiels V_1 et V_2 sont très petits devant les courants circulant dans le pont. Cette hypothèse est de plus confortée par le fait que les résistances constituant le pont de Wheatstone sont petites devant celles du montage soustracteur; en effet la résistance qui détermine la valeur du courant i_1 est $R_1 + R_2$ qui vaut 205 k Ω donc plus de cent fois celles du pont qui valent toutes environ 2 k Ω . On peut par ailleurs supposer qu'il en est de même pour $R_3 + R_4$ donc pour le courant i_3 . Ceci a pour conséquence que les tensions V_1 et V_2 ont toutes

deux pour valeur approximative $U/2$. Or $V_c = \frac{V_1 + V_2}{2}$ donc: $V_c \approx \frac{U}{2}$. Comme $V_{s_c} = G_c \cdot V_c$,

on a: $V_{s_c} = 20$ mV. Par ailleurs: $V_{s_d} = G_d \cdot V_d = V_{s_c}$ impose $V_d = \frac{V_{s_c}}{G_d} = -0,5 \text{ mV} = V_1 - V_2$.

2.4.1. On avait montré (cf. 2.1.1.) que: $V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_2$

En posant: $a = \frac{R_2}{R_1}$ et $b = \frac{R_4}{R_3}$ on trouve: $V_s = -a V_1 + \frac{b(a+1)}{b+1} V_2$

Or on sait que: $V_d = V_1 - V_2$ et: $V_c = \frac{V_1 + V_2}{2}$. On peut donc exprimer V_1 et V_2 en fonction

de V_d et V_c : $V_1 = \frac{2V_c + V_d}{2}$ et: $V_2 = \frac{2V_c - V_d}{2}$. Donc, en reportant dans l'expression de V_s

en fonction de V_1 et V_2 , on obtient: $V_s = \frac{b-a}{b+1} V_c - \frac{a+b+2ab}{2(b+1)} V_d$.

On en déduit: $H_d = -\frac{a+b+2ab}{2(b+1)}$ et: $H_c = \frac{b-a}{b+1}$.

2.4.2. A.N: $a = 40$ $b = 50$ $H_d = 40,1$ et $H_c = 0,196$.

2.4.3. On veut que: $V_s = G_d(V_1 - V_2)$. Cela impose: $V_s = G_d \cdot V_d$

Donc: $H_c = \frac{b-a}{b+1} = 0$ d'où: $a = b$. Ainsi: $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ donc: $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ qui est la relation obtenue à la question 2.1.2.

2.5.1. On pose: $R_1 = R \pm \Delta R$ donc: $R_1 = R(1 + \varepsilon_1)$.

De même: $R_3 = R_o \pm \Delta R_o$ donc: $R_3 = R_o(1 + \varepsilon_3)$.

Par ailleurs: Soit K tel que $R_2 = K \cdot R$ pour les valeurs nominales.

On a donc: $R_2 = K \cdot R \pm \Delta R_2$ d'où: $R_2 = K \cdot R(1 + \varepsilon_2)$. Enfin, on sait que les valeurs nominales

sont reliées entre elles par la relation: $R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}$, la valeur nominale de R_4 est donc: $K \cdot R_o$.

Par conséquent: $R_4 = K \cdot R_o \pm \Delta R_4$ donc: $R_4 = K \cdot R_o(1 + \varepsilon_4)$.

2.5.2. La précision de la résistance R_1 étant de 0,1%, on trouve aisément que: $-10^{-3} < \varepsilon_1 < 10^{-3}$.

Il est clair qu'il en est de même pour les trois autres.

$$H_c = \frac{b-a}{b+1} = \frac{\frac{R_4}{R_3} - \frac{R_2}{R_1}}{\frac{R_4}{R_3} + 1} = \frac{\frac{1+\varepsilon_4}{1+\varepsilon_3} - \frac{1+\varepsilon_2}{1+\varepsilon_1}}{\frac{1+\varepsilon_4}{1+\varepsilon_3} - \frac{1}{K}}$$

2.5.3. On sait que: . Comme tous les ε sont très petits,

$$H_c = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3}{1 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3 - \frac{1}{K}}$$

on effectue un développement limité pour trouver finalement: . Le cas le plus défavorable est obtenu pour H_c le plus grand possible puisque H_c est un défaut.

$$H_c = \frac{4|\varepsilon|}{1 - \frac{1}{K}}$$

On a alors: puisque ε_3 et ε_4 sont négligeables devant 1 et $\frac{1}{K}$.

A.N: $H_c = 4,1.10^{-3}$

Cette valeur est bien plus faible que lorsque la condition $R_1.R_4 = R_2.R_3$ n'est pas réalisée et c'est heureux puisqu'il s'agit ici d'erreurs dues à l'incertitude sur les valeurs des résistances. Dans le cas contraire, il serait impossible de réaliser pratiquement la condition $R_1.R_4 = R_2.R_3$ puisque l'erreur relative aux valeurs des résistances serait plus importante que celle qu'on désire minimiser.