

Câu 41: [2H3-2.6-3] (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;0;-6)$, $B(0;1;-8)$, $C(1;2;-5)$ và $D(4;3;8)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?
A. Có vô số mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 7 mặt phẳng. **D.** 4 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $[AB, AC] \cdot AD \neq 0$, suy ra bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Gọi (P) là mặt phẳng cách đều bốn điểm A, B, C, D .

TH1: Có một điểm nằm khác phía với ba điểm còn lại so với (P) . Có bốn mặt phẳng thỏa mãn.

TH2: Mỗi phía của mặt phẳng (P) có hai điểm. Có ba mặt phẳng thỏa mãn.
 Vậy có bảy mặt phẳng thỏa mãn.

Câu 25: [2H3-2.6-3] (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-2)$ và $B(3;-1;0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{IA}{IB} = \frac{d(A; (P))}{d(B; (P))} = \frac{\frac{|2+2-(-2)+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}}{\frac{|3+(-1)-0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}} = \frac{8}{4} = 2$$

Câu 39: [2H3-2.6-3] (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-2;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?
A. $(P): 2x - y + 3z = 0$ **B.** $(P): 6x - 3y + 5z = 0$
C. $(P): 2x - y - 3z = 0$ **D.** $(P): -6x + 3y + 4z = 0$

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AO} = (1;2;0)$, $\overrightarrow{BC} = (0;4;-3)$.

TH1: B và C nằm cùng phía với (P) , khi đó $\overrightarrow{BC}$ có giá song song với (P) . Phương trình mặt phẳng (P) qua O có vpt $\vec{n} = [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AO}] = (-6;3;4)$ nên $(P): -6x + 3y + 4z = 0$.

TH2: B và C nằm khác phía với (P) , khi đó trung điểm $I\left(0; -2; \frac{-3}{2}\right)$ của BC thuộc (P) .
 $IO = \left(0; 2; \frac{3}{2}\right)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua O có vtcp $\vec{n} = [\vec{IO}, \vec{AO}] = \left(3; -\frac{3}{2}; 2\right)$ nên
 $(P): 6x - 3y + 4z = 0$.

Cách 2: Gọi $\vec{n} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ là vtcp của mặt phẳng (P) .
 $\vec{OA} = (-1; -2; 0)$

Ta có: $\vec{n} \cdot \vec{OA} = -a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = -2b \Rightarrow \vec{n} = (-2b; b; c)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua O có dạng: $-2bx + by + cz = 0$

$$V\text{ì } d(B; (P)) = d(C; (P)) \text{ nên } |3c| = |4b| \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4}{3}b \\ c = -\frac{4}{3}b \end{cases}$$

Suy ra có hai mặt phẳng thỏa mãn ycbt là $(P): -6x + 3y + 4z = 0$ và $(P): -6x + 3y - 4z = 0$

Cách 3: Trắc nghiệm.

Câu 23. [2H3-2.6-3] (CỤM 5 CHUYÊN ĐỒNG BẰNG SÔNG HỒNG NĂM 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

A. 1. B. Vô số. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn D.

Ta có mặt phẳng cần tìm là $(P): x + y + z + d = 0$ với $d \neq 3$.

Mặt phẳng (P) cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|6 + d|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ d = -15 \end{cases}$

đối chiếu điều kiện suy ra $d = -15$. Khi đó $(P): x + y + z - 15 = 0$.

Theo giả thiết $X(a; b; c) \in (P) \Leftrightarrow a + b + c = 15 > -2$ không thỏa mãn $a + b + c < -2$.

Vậy không tồn tại mặt phẳng (P) .

Câu 33: [2H3-2.6-3] (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa độ

$Oxyz$ cho điểm $A(2; -1; -2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$

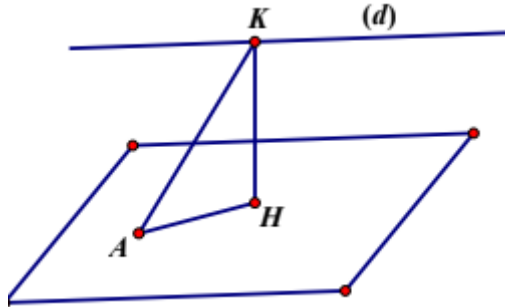
. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng (d) và khoảng

cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $x - y - 6 = 0$. B. $x + 3y + 2z + 10 = 0$. C. $x - 2y - 3z - 1 = 0$.
D. $3x + z + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $K(x; y; z)$ là hình chiếu vuông góc của A lên d . Tọa độ của K là nghiệm của

$$\text{hệ } \begin{cases} -x + 1 = y - 1 \\ y - 1 = -z + 1 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow K(1; 1; 1).$$

Ta có $d((d), (P)) = d(K, (P)) = KH \leq KA = \sqrt{14}$. Nên khoảng cách từ d đến (P) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{14}$ khi mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với $\overrightarrow{KA}$. Khi đó có thể chọn VTPT của (P) là $\overrightarrow{KA}$. Vậy (P) vuông góc với mặt phẳng $3x + z + 2 = 0$.

Câu 4: [2H3-2.6-3] (Tạp chí THPT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Trong không gian với hệ tọa

độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có phương trình là
A. $x + y - z = 0$. B. $x + y - z - 2 = 0$. C. $x + y - z + 1 = 0$. D. $-x + 2y + z + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu của A đến d . Khi đó $H(2-t; -1+2t; 1+t)$
 $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1-t; 2t; 1+t)$.

Do $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t) + 2.2t + 1+t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH \perp (\alpha)$.

Do đó (α) có vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n} = (1; 1; -1)$.

Vậy $(\alpha): 1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z=0$.

Câu 48. [2H3-2.6-3] (Sở GD & ĐT Cần Thơ - Mã đề 302 - Năm 2017 - 2018) Trong không gian

$Oxyz$ cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{11\sqrt{2}}{6}$.

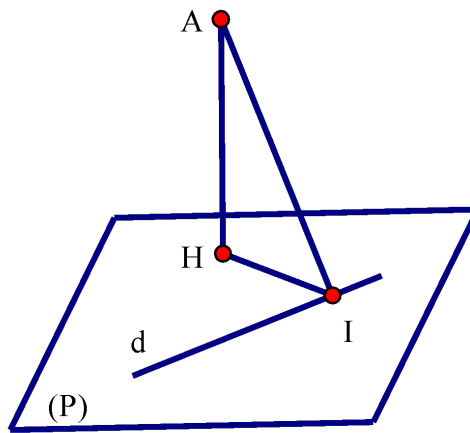
B. $3\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{18}$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $I(1+2t;t;2+2t)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d .

d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;1;2)$

Ta có $\vec{AI} \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow (2t-1)2 + (t-5) + (2t-1)2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ suy ra $I(3;1;4)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là $AH = d(A, (P)) \leq AI$ suy ra khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất bằng AI . Khi đó mặt phẳng (P) qua I và nhận $\vec{AI} = (1; -4; 1)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng $(P): x - 4y + z - 3 = 0$

Khoảng cách từ $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng (P) là $d(M, (P)) = \frac{|1-8-1-3|}{\sqrt{1+16+1}} = \frac{11\sqrt{2}}{6}$.

Câu 17: [2H3-2.6-3] (CHUYÊN THÁI BÌNH - 2018 - LẦN 6) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm

$M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P)

A. $\frac{17\sqrt{30}}{30}$.

B. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$.

C. $\frac{19\sqrt{30}}{30}$.

D. $\frac{11\sqrt{30}}{30}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên nếu M là trực tâm tam giác ABC thì $OM \perp (ABC)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $2(x-2) + (y-1) + 5(z-5) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x + y + 5z - 30 = 0$.

Vậy khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là

$$\frac{|2 \cdot 1 + 2 + 5 \cdot 3 - 30|}{\sqrt{4+1+25}} = \frac{11}{\sqrt{30}} = \frac{11\sqrt{30}}{30}$$

Câu 43: [2H3-2.6-3] (CHUYÊN THÁI NGUYÊN -2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Do $a, b, c > 0$ nên phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$$

Do đó

Ta có theo BĐT Côsi: $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 9$.

Do đó $d(O, (ABC)) \leq \frac{1}{3}$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

*Chú ý: Đề bài không cần a, b, c là các số thực dương mà có thể tùy ý thì lời giải tương tự.

Câu 35: [2H3-2.6-3] (CHUYÊN VINH PHÚC-LẦN 5-2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình

mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ là?

A. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

B. $(P): 2x - 2z + 1 = 0$.

C. $(P): 2x - 2y + 1 = 0$.

D. $(P): 2y - 2z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có
$$d_1: \begin{cases} \text{qua } A(2;0;0) \\ \text{vtcp } u_1 = (-1;1;1) \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} \text{qua } B(0;1;2) \\ \text{vtcp } u_2 = (2;-1;-1) \end{cases}.$$

Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ nên:

(P) có một véc tơ pháp tuyến là $n = [u_1, u_2] = (0;1;-1)$ suy ra $(P): y - z + D = 0$

Và $d(A, (P)) = d(B, (P)) \Leftrightarrow |D| = |D-1| \Leftrightarrow D = \frac{1}{2}$

Vậy $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 30: [2H3-2.6-3] (CHUYÊN HÀ TĨNH -LẦN 1-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất

phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

- A. $(0;0;1)$. B. $(0;0;3)$. C. $(0;0;2)$. D. $(0;0;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $B(1;0;-1)$ và có một véc tơ pháp tuyến là $n = [AB, BC] = (-10; -4; 2) = -2(5; 2; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): 5x + 2y - z - 6 = 0$.

Độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh $D(0;0;d)$ của tứ diện $ABCD$ bằng $d(D, (ABC))$.

Theo bài ra ta có $\frac{|-d-6|}{\sqrt{25+4+1}} = \frac{3\sqrt{30}}{10} \Leftrightarrow |-d-6| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = -15 \\ d = 3 \end{cases}$.

Do D thuộc tia Oz nên $D(0;0;3)$.