

Q-1 Inclinaison de la cabine

On écrit l'équation de moment au point O du principe fondamentale de la statique appliqué à la cabine.

$$2,2F_v - 1,8gM_T \sin\gamma = 0 \quad \text{avec: } F_v = \frac{1}{2}\rho V_d^2 = 0,5 \times 1,3 \times 10 \times 30^2 = 5850 \text{ N} \quad \text{et } M_T = 2500 \text{ kg}$$

$$\sin\gamma = \frac{2,2 \times 5850}{1,8 \times 9,81 \times 2500} = 0,29 \quad \text{soit: } \gamma = 16,9^\circ$$

On obtient alors :

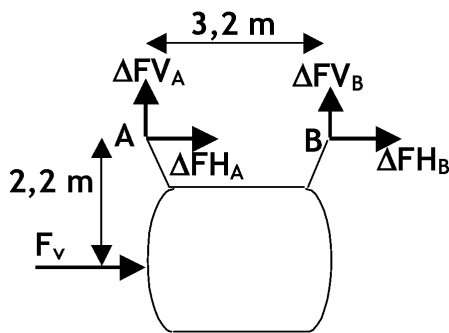
Q-2 Amplitude maximum de l'angle d'inclinaison

Si le coefficient d'amortissement est nul, la réponse d'un système du 2^{ème} ordre à une entrée en échelon est

une sinusoïde non amortie de la forme suivante :

On en déduit que l'amplitude maximum du mouvement d'oscillation est $2\gamma = 30^\circ$

Q-3 Variation des composantes verticales



On cherche à déterminer l'influence de l'action du vent sur les actions mécanique au point A et au point B. En travaillant par superposition, on obtient le problème représenté par la figure ci-contre.

Ce problème est hyperstatique (3 équations pour 4 inconnues). Il est néanmoins possible de calculer les composantes verticales en écrivant l'équation de résultante en projection sur la verticale et l'équation de moment en A du principe fondamental de la statique.

$$\Delta FV_A + \Delta FV_B = 0 \quad \text{et} \quad 3,2\Delta FV_B + 2,2F_v = 0 \quad \text{avec } F_v = 5850 \text{ N}$$

on obtient alors : $\Delta FV_B = -4021 \text{ N}$ et $\Delta FV_A = 4021 \text{ N}$

Q-4 Energie cinétique

On néglige l'inertie des longueurs de câble dans les gares et celle des poulies devant l'inertie de la motorisation, des quatre longueurs de câbles entre les deux gares et des cabines.

$$E_{c(\text{cable} / o)} = 4 \left(\frac{1}{2} (\mu L) V^2 \right)$$

4 Longueurs de câble en translation :

$$E_{c(\text{cabines} / o)} = 8 \left(\frac{1}{2} (M_c + M_p) V^2 \right)$$

8 Cabines montantes et Passagers en translation :

$$E_{c(\text{cabines} / o)} = 8 \left(\frac{1}{2} M_c V^2 \right)$$

8 Cabines descendantes vides en translation :

$$E_{c(\text{motor} / o)} = \frac{1}{2} I_M \omega_p^2 = \frac{1}{2} I_M \left(\frac{2V}{D_p} \right)^2$$

Motorisation rapportée à la poulie motrice :

$$E_{c_T} = \frac{1}{2} \left(4\mu L + 16M_c + 8M_p + \frac{4I_M}{D_p^2} \right) V^2 = \frac{1}{2} M_{eq} V^2$$

Finalement :

Avec les données numériques on calcule $E_{c_T} = 6659774 \text{ (J)}$ et la masse équivalente $M_{eq} = 2,57 \cdot 10^5 \text{ kg}$.
On adopte $E_{c_T} = 1,3 \cdot 10^5 V^2 = 6,7 \cdot 10^6 \text{ (J)}$. Ce qui donne une masse équivalente de $2,6 \cdot 10^5 \text{ kg}$.

Q-5 Puissance galiléenne des actions de pesanteurs

On suppose que tous les solides en rotation sont équilibrés (les centres de gravités ont une vitesse nulle) et que le centre de gravité des longueurs de câble est immobile puisque la longueur de câble entre les deux gares ne varie pas. Il reste à prendre en compte les cabines.

8 Cabines montantes + passagers en translation :

$$P(\text{poids} \rightarrow \text{cabines}) = 8 \left\{ \begin{matrix} -(Mc + Mp)g\vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{V}\dot{\mathbf{i}} \end{matrix} \right\}_G = -8(Mc + Mp)gV \sin \alpha$$

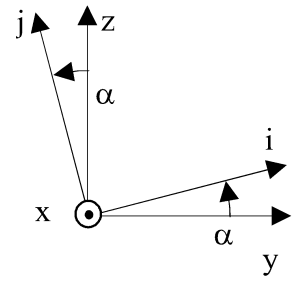
8 Cabines descendantes :

$$P(\text{poids} \rightarrow \text{cabines}) = 8 \left\{ \begin{matrix} -(Mc)g\vec{z} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ -\vec{V}\dot{\mathbf{i}} \end{matrix} \right\}_G = 8(Mc)gV \sin \alpha$$

$$P_g = -8(Mc)gV \sin \alpha = -8(Mc)gV \frac{h}{L}$$

Finalement :

Avec les données numériques on calcule $P_g = -366100$. On adopte $P_g = -3.6 \cdot 10^5$ (W)



Q-6 Puissance galiléenne de l'action du vent sur les cabines

On suppose que les surfaces frontales des cabines sont dans le plan (z,x) et que l'action du vent peut être modélisée par un vecteur s'exerçant au centre G_{sf} de la surface de la cabine.

8 cabines montantes :

$$P(\text{vent} \rightarrow \text{cabines}) = 8 \left\{ \begin{matrix} -\frac{1}{2} \rho S_f V_{a_m}^2 \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{sf}} \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \vec{V}\dot{\mathbf{i}} \end{matrix} \right\}_{G_{sf}} = -4\rho S_f V_{a_m}^2 V \cos \alpha$$

8 cabines descendantes :

$$P(\text{vent} \rightarrow \text{cabines}) = 8 \left\{ \begin{matrix} -\frac{1}{2} \rho S_f V_{a_d}^2 \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_{sf}} \otimes \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ -\vec{V}\dot{\mathbf{i}} \end{matrix} \right\}_{G_{sf}} = 4\rho S_f V_{a_d}^2 V \cos \alpha$$

Au total : $P(\text{vent} \rightarrow \text{cabines}) = 4\rho S_f (V_{a_d}^2 - V_{a_m}^2) V \cos \alpha$

Expression de la vitesse V_a

$$\vec{V}_a = \vec{V}(G_{sf}, \text{vent} / \text{cabine}) = \vec{V}(G_{sf}, \text{vent} / 0) - \vec{V}(G_{sf}, \text{cabine} / 0)$$

donc $\vec{V}_{a_m} = -\vec{V}_e - \vec{V} = -(V_e + V)\dot{\mathbf{i}}$ et $\vec{V}_{a_d} = -\vec{V}_e - (-\vec{V}) = (V - V_e)\dot{\mathbf{i}}$

Finalement : $P_v = 4\rho S_f (-4VV_e) V \cos \alpha = -16\rho S_f V_e V^2 \cos \alpha$

Avec les valeurs numériques on obtient $P_v = -218686$ (W). On adopte $P_v = -2.2 \cdot 10^5$ (W)

Q-7 Estimation de la puissance nécessaire pour l'entraînement

On isole l'ensemble du système.

On suppose que les seules pertes par frottement significatives ont lieu au contact entre câbles et pylônes. On se place en fin de régime transitoire : la vitesse est passée de 0 à 7.2 m/s avec une accélération de 0.15 m/s².

$$\frac{dE_{c_T}}{dt} = P_{\text{ext}} + P_{\text{int}} \Rightarrow \text{Meq} \ddot{V} V = P_{\text{mot}} + P_g + P_v + P_{\text{frot}}$$

D'après le théorème de l'énergie cinétique :

avec les valeurs numériques : $2.6 \cdot 10^5 \times 0.15 \times 7.2 = P_{\text{mot}} - 3.6 \cdot 10^5 - 2.2 \cdot 10^5 - 400 \cdot 10^3$

Finalement : $P_{\text{mot}} = 1260800$ (W) $\approx 1.26 \cdot 10^6$ (W)

La motorisation délivre $1.56 \cdot 10^5$ (W) soit 24% de puissance supplémentaire. Il est vraisemblable qu'une marge de sécurité est prévue. De plus, le moteur est sélectionné dans une gamme, on choisit le premier moteur offrant une puissance supérieure à celle calculée en tenant compte de la marge de sécurité.

Q-8 Durée de la phase d'accélération

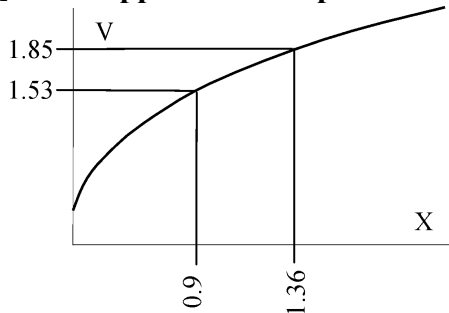
L'accélération est constante : régime uniformément accéléré

$$V(t) = at + V_0 \quad \frac{V - V_0}{a} = t \quad \text{avec les valeurs numériques : } t = 5.3 \text{ (s)}$$

$$X(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_0t = \frac{1}{2}a\left(\frac{V - V_0}{a}\right)^2 + V_0\left(\frac{V - V_0}{a}\right) \quad X = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$$

Avec les valeurs numériques on obtient : $X = 19.85$ (m) On adopte $X = 20$ (m).

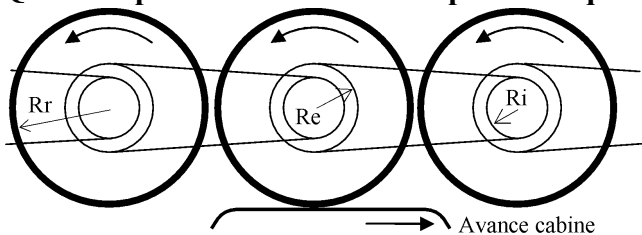
Q-9 Rapport de multiplication



$$\omega_3 = \frac{V_3}{R_{\text{Roue}}} = \frac{1.53}{0.2} = 7.66 \text{ (rd/s)}$$

$$k_3 = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{V_4}{V_3} = \frac{1.85}{1.53} = 1.2$$

Q-10 Représentation des roues pneumatique accélératrices



$$Re = 1.2 Ri \\ Dr = 2 Rr = 400 \text{ mm}$$

Q-11 Valeur du rapport K

Pour que l'accrochage se fasse sans heurt, il faut que la vitesse tangentielle au niveau de la dernière roue accélératrice soit de $V = 7.2$ m/s c'est-à-dire la vitesse tangentielle au niveau de la poulie d'entraînement.

Ce qui nécessite une vitesse de rotation $\omega_{45} = \frac{V}{R_r} = 36 \text{ (rd/s)}$

Finalement

$$K = \frac{\omega_{45}}{\omega_p} = \frac{D_p}{D_r} = \frac{4}{0.4} = 10$$

La vitesse de rotation des poulies est

$$\omega_p = \frac{V}{R_p} = 3.6 \text{ (rd/s)}$$

Q-12

Secteurs	A	B	C	D	E	F
Etat de départ à $t = 0$	☒	☐	☐	☒	☐	☒
Etat à $t = 1.DT$	☐	☒	☐	☐	☒	☐
Etat à $t = 2.DT$	☐	☐	☒	☐	☐	☒

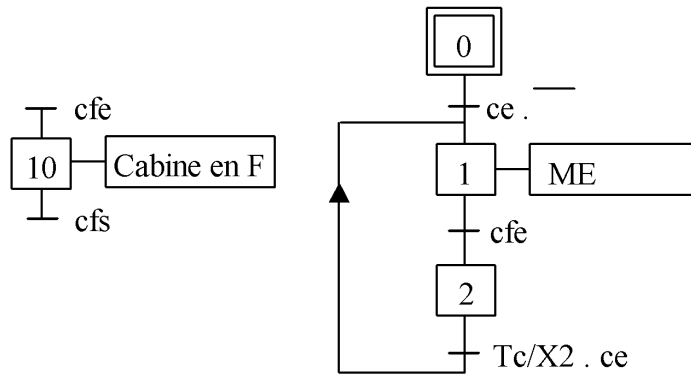
La variable PC1 peut être déduite à tout instant et sans ambiguïté de l'état des variables d'entrée (capteurs). La commande PC1 est donc de nature combinatoire.

L'évolution du tableau précédent nous indique que la gare sera vide à $t=6.DT$

Q-13 Commande PC2

La commande PC2 est séquentielle. En effet la variable "cabine en F" ne peut pas être déduit de l'état des capteurs et notamment si $cfe=cfs=0$.

La commande PC2 étant séquentielle, on choisit une description sous forme de grafcet.



Q-14 Rapport de réduction – inertie rapportée à l'arbre moteur

On a déjà calculé $\omega_p = \frac{2V}{D_p} = 3.6 \text{ (rd/s)}$ en Q-8.

Avec $N_m = 1700 \text{ (trs/mn)}$ ce qui donne $\omega_m = \frac{2\pi N}{60} = 178 \text{ (rd/s)}$, on obtient : $k = \frac{\omega_p}{\omega_m} = \frac{60V}{\pi N D_p} = 0.02$

$$Ec_T = \frac{1}{2} \left(4\mu L + 16Mc + 8Mp + \frac{4I_M}{D_p^2} \right) V^2$$

On a déjà calculé en Q-1

Cette énergie cinétique peut aussi se mettre sous la forme :

$$Ec_T = \frac{1}{2} \left(4\mu L + 16Mc + 8Mp + \frac{4I_M}{D_p^2} \right) \left(\frac{\omega_p D_p}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \left(4\mu L + 16Mc + 8Mp + \frac{4I_M}{D_p^2} \right) \left(\frac{k\omega_m D_p}{2} \right)^2$$

$$Ec_T = \frac{1}{2} \left(k^2 D_p^2 \mu L + 4k^2 D_p^2 Mc + 2k^2 D_p^2 Mp + k^2 I_M \right) \omega_m^2$$

$$J_{eq} = k^2 D_p^2 \mu L + 4k^2 D_p^2 Mc + 2k^2 D_p^2 Mp + k^2 I_M \quad \text{Avec les valeurs numériques :}$$

$$J_{eq} = 411 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

$$J_r = k^2 D_p^2 (\mu L + 4Mc + 2Mp) \quad \text{On adopte } J_{eq} = 420 \text{ (kg.m}^2\text{)}$$

$$J_m = k^2 I_M$$

Dans la suite, On se place autour du point de fonctionnement, les variables temporelles sont donc du type : $X(t) = x(t) - x_0$ ou x_0 correspond à la valeur au point de fonctionnement, ainsi, $X(0) = 0$.

Le bloc B2 traduit l'équation de moment : $C_m(t) = J_{eq} \ddot{\Omega}_m(t) \rightarrow C_m(p) = J_{eq} p^2 \Omega_m(p) \rightarrow B2(p) = \frac{1}{J_{eq} p^2}$

Q-15 Expressions des différents blocs du schéma

Les équations électriques du moteur étant données on trouve immédiatement

$$B'1 = \frac{1}{R + Lp} \quad B'1 = kc \quad B3 = kv \quad \text{Avec} \quad V = \frac{D_p \omega_p}{2} = \frac{D_p k \omega_m}{2} \quad \text{on a} \quad B4 = \frac{k D_p}{2}$$

$$\text{Avec} \quad V = \frac{D_p \omega_p}{2} = \frac{D_p \omega_{45}}{2K} \quad \text{on a} \quad B5 = \frac{2K}{D_p} \quad B5 = \frac{1}{B5} = \frac{D_p}{2K} \quad A = B5.B6.B7 = GT \quad B6 = GT$$

Q-16 Expression de la perturbation

D'après les résultats de la question Q-3 : $P_v = -16\rho S_f V_e V^2 \cos \alpha$ rapportée au moteur : $P_v = -C_{rv}(t)$

ω_m .

Avec $V = \frac{D_p k \omega_m}{2}$ on obtient : $P_v = -16\rho S_f V_e V \frac{D_p k \omega_m}{2} \cos \alpha$ donc $C_{rv} = 8\rho S_f D_p k \cos \alpha V V_e$

Cette fonction n'est pas linéaire puisqu'elle dépend de $V_e(t)$ et $V(t)$ qui ne sont pas linéaires.

Compte tenu du schéma fourni, ce qui est demandé est une expression linéaire du couple en fonction de la vitesse du vent sachant que l'on admet que la vitesse $V(t)$ varie peu :

$$C_{rv}(p) = [8\rho S_f D_p k \cos \alpha V] V_e(p)$$

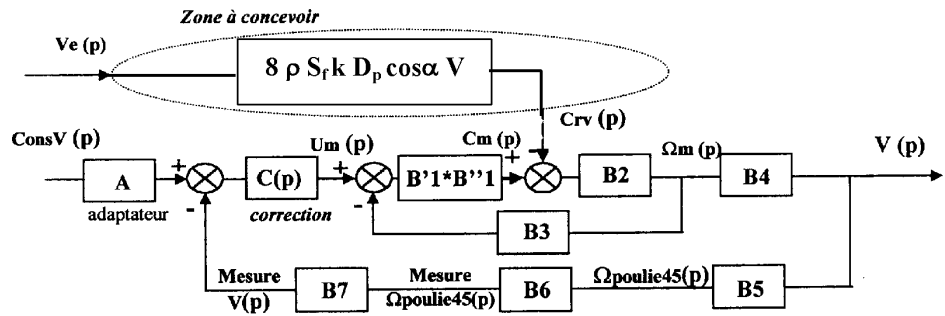
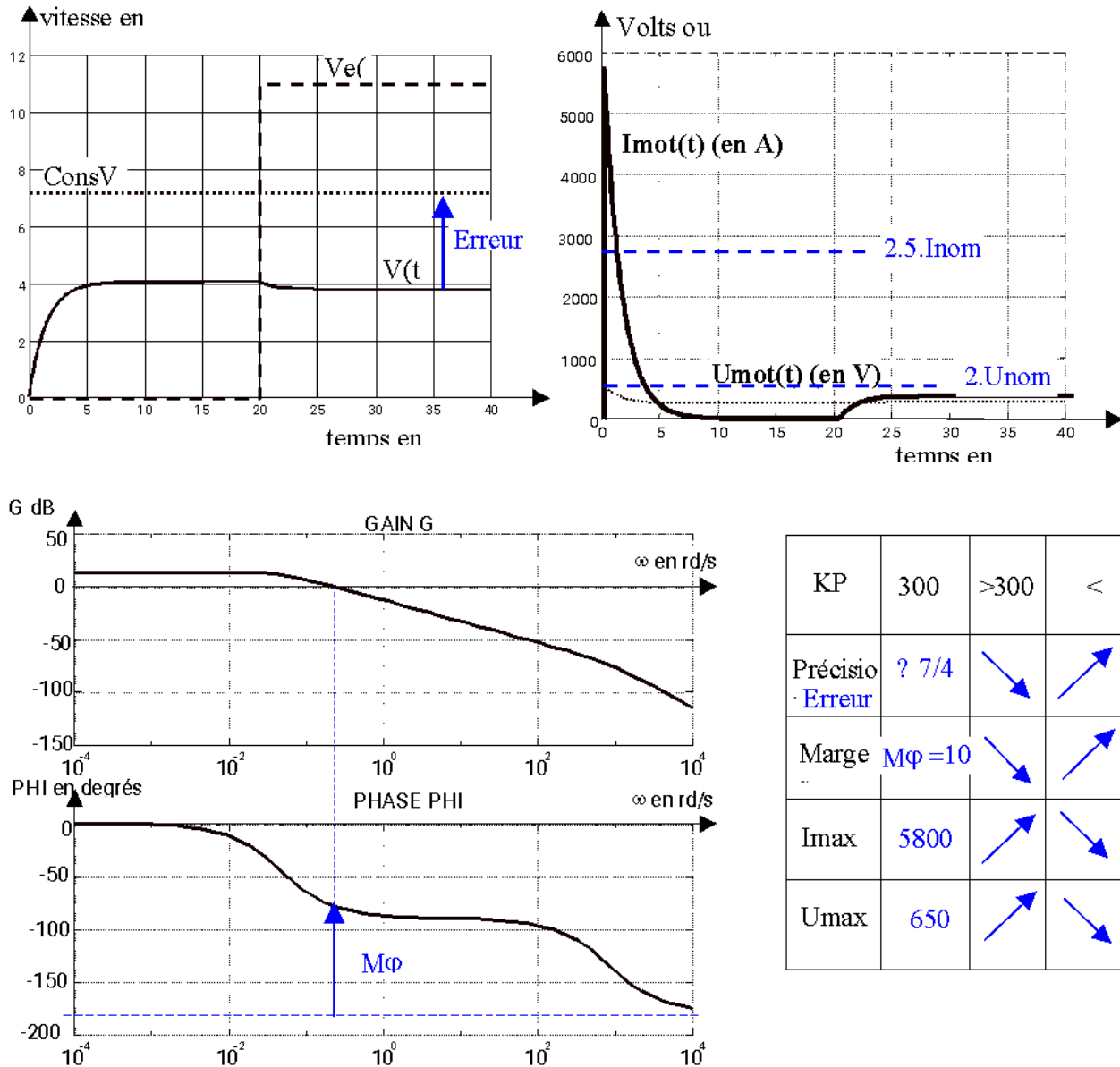


Figure Q-13

Q17-Etude des courbes



A partir du schéma bloc, on déduit :

$$U_m(t) = KP(A \cdot \text{Cons}V(t) - \text{Mesure}V(t))$$

Or, à $t=0^+$; $V(t)|_{t=0^+} = 0$ donc, $U_m(t)|_{t=0^+} = KP.A \cdot \text{Cons}V(t)$

En posant $\text{Cons}V(t) = \text{Cons}V \cdot u(t)$ où $u(t)$ est un échelon unitaire

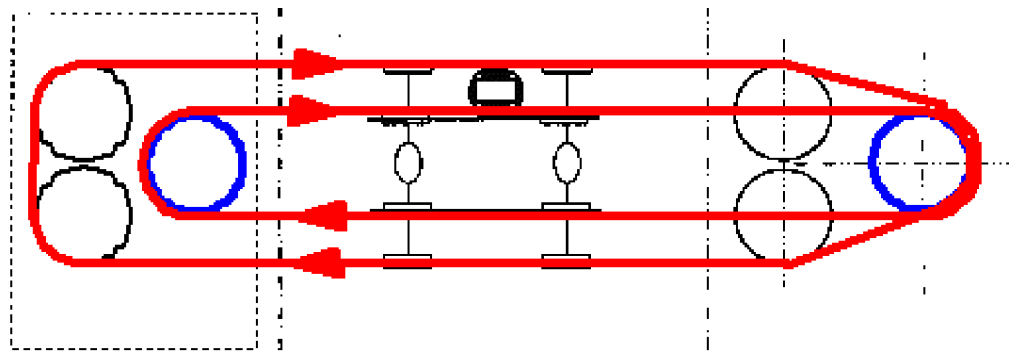
On obtient finalement : $U_m(t)|_{t=0^+} = KP.A \cdot \text{Cons}V$

Ce type de correcteur ne permet pas de régler correctement l'asservissement et notamment de résoudre le dilemme surtension précision. En effet, un correcteur proportionnel $KP=300$ provoque une surtension trop importante lors des variations de consigne, sans pour autant donner une précision convenable.

Q18-Correcteur

Pour pouvoir correctement régler l'asservissement, il faudrait un correcteur Proportionnel Intégral (PI).

Q-19 Tracé du câble



Zone d'implantation
des poulies aval
Figure à compléter : Schéma à un seul câble