Les 10 TP obligatoires de 1^{re} S

Année scolaire 2022-2023

TP obligatoire n° 1 :   polynôme de degré 2

On considère les fonctions *f* et *g* définies sur **R** par :

$$f(x) = (x-1)^3 - (x-1)(x+1)^2 - (x-1)(4x+1)$$
$$g(x) = (x-1)^3 + (x-1)(x+1)^2 - (x-1)(4x+2)$$

Les fonctions *f* et *g* sont-elles des polynômes de second degré ?

TP obligatoire n° 2 :   Démontrer une conjecture historique

Voici un dialogue qui a eu lieu entre Hardy et Ramanujan.

Hardy : Mon taxi était immatriculé 1729. Un nombre qui me semble sans intérêt, j'espère que ce n'est pas un mauvais présage pour ma visite d'aujourd'hui.

Ramanujan : Non, c'est un nombre très intéressant ; c'est le plus petit nombre égal à la somme de deux cubes de deux façons différentes ».

En effet on a : $1729 = 1^3+12^3=9^3+10^3$

Sachant que Ramanujan ne fournissait pas de démonstration et que Hardy a accepté son affirmation sans vérification, le nombre 1729 est-il le plus petit entier naturel qui s'écrit comme la somme de deux cubes de deux façons différentes ?

ramanujan.mp4

TP obligatoire n° 3 : Bénéfice maximal

Une entreprise fabrique des briques exclusivement destinées au climat chaud. L'entreprise fabrique et vend quotidiennement entre 200 et 1200 briques.

On estime que le coût de fabrication en milliers de DJF de x centaines de briques est donné par la fonction f dont un tableau de valeurs est donné ci-contre.

Une brique est vendue au prix de 140 DJF l'unité. La recette en milliers de DJF est donnée par la fonction $g(x) = 14x$ pour tout x appartenant à l'intervalle [2 ; 12].

Le bénéfice d'une production est égal à la différence entre la recette et le coût.

Déterminer à l'unité près, la quantité de briques à produire quotidiennement pour que le bénéfice soit maximal.

Nbre de briques en centaines	Cout en milliers de DJF
2	19,2
2,4	19,392
2,8	19,968
3,2	20,928
3,6	22,272
4	24
4,4	26,112
4,8	28,608
5,2	31,488
5,6	34,752
6	38,4
6,4	42,432
6,8	46,848
7,2	51,648
7,6	56,832
8	62,4
8,4	68,352
8,8	74,688
9,2	81,408
9,6	88,512
10	96
10,4	103,872
10,8	112,128
11,2	120,768
11,6	129,792
12	139,2

TP obligatoire n° 4 : Triplet Pythagoricien

Un triplet pythagoricien est un triplet d'entiers naturels non nuls (a ; b ; c) vérifiant la relation de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$.

Exemple le triplet (5 ; 12 ; 13) est pythagoricien car $5^2 + 12^2 = 13^2$.

Soit le triplet (60 ; b ; c) tel que : $1 \leq b \leq 100$.

Il existe sept valeurs de b pour lesquels le triplet (60 ; b ; c) est pythagoricien.

Déterminer ces sept triplets.

TP obligatoire n° 5 : tangentes à une courbe

Dans un repère du plan, on considère le point A (4 ; 0) et la courbe

représentative de la fonction la fonction f définie par $f(x)= x^2 + 1$.

Existe-t-il des tangentes à la courbe représentative de la fonction la fonction

passant par le point A ?

TP obligatoire n° 6 : Nombre déficient

C'est le mathématicien grec du nom de Nicomachus qui introduit, en 100 après J.-C. dans son livre *Introductio Arithmetica,* les concepts de nombre déficient, nombre parfait et nombre abondant.

Il émet la conjecture suivante : Tous les nombres impairs sont déficients.

A-t-il raison ?

Informations :

♦ La liste ***des diviseurs propres*** d'un entier naturel, est l'ensemble de diviseurs de ce nombre excepté lui-même.

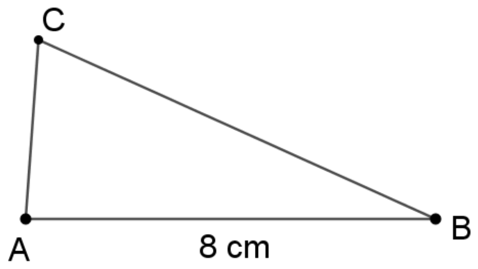
Exemple : La liste des diviseurs propres du nombre de 40 est 1, 2, 4, 5, 8, 19 et 20

♦ On dit qu'un nombre est ***déficient*** lorsqu'il est supérieur à la somme de ses diviseurs propres.

Exemple : La somme des diviseurs propres du nombre de 27 est 1+ 3 + 9 = 13.

Comme 27 > 13 alors le nombre 27 est déficient.

TP obligatoire n° 7 : Aire maximale



On considère le triangle ABC de côté [AB] mesurant 8 cm et de périmètre 20 cm.

Trouver la longueur du côté [BC] pour laquelle l'aire du triangle ABC est maximale.

TP obligatoire n° 8 : Suite de Syracuse

On appelle suite de Syracuse, la suite(u_n) définie pour tout entier naturel n par:

$u_{0.} = \text{k}$ et $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2}, \, si \; u_n \; est \; pair \\ u_{n+1} = 3u_n + 1, \, si \; u_n \; est \; impair \end{cases}$ avec k entier naturel non nul.

La conjecture de Syracuse affirme que quel que soit la valeur choisie pour u_0 , il existe un entier n tel que $u_{n.} = 1$.

Cette conjecture a été formulée en 1928 par le mathématicien allemand Lothar Collatz, puis présentée à un colloque de l'université de Syracuse (état de New-York) en 1958.

On définit les termes suivants:

- La suite des termes correspondant à u_0 est appelée le «***vol de u₀***»;
- Les termes successifs de la suite (u_n) sont appelés les «***étapes du vol***»;
- La plus grande valeur prise par u_n est appelée «***l'altitude maximale du vol***»;

•Le nombre d'étapes (n) avant d'obtenir le nombre 1 est appelé la «***durée de vol*** ».

Parmi les 30 premiers vols, lequel a la durée de vol la plus longue ? Quelle est l'altitude maximale atteinte par ce vol ?

TP obligatoire n° 9 : Loi binomiale

Un jeu qui consiste à lancer trois dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. La règle du jeu est la suivante :

Le joueur mise 100 DJF. S'il obtient au moins un 4 avec les trois dés, il récupère sa mise et il gagne autant de 100 DJF que le nombre de 4 obtenus avec les trois dés. Sinon, le joueur perd sa mise.

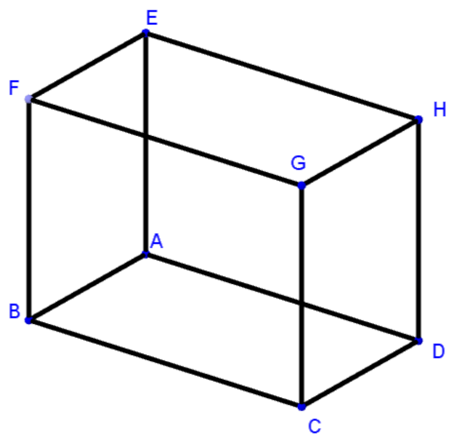
Ce jeu est-il équitable ?

TP obligatoire n°10 : Repérage dans l'espace

On considère le pavé droit ABCDEFGH ci-contre.
On donne les coordonnées des sommets :

$$A\begin{pmatrix}1\\-2\\-1\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}5\\-2\\-1\end{pmatrix}, C\begin{pmatrix}5\\5\\-1\end{pmatrix}, D\begin{pmatrix}1\\5\\-1\end{pmatrix}$$

$$E\begin{pmatrix}1\\-2\\4\end{pmatrix}, F\begin{pmatrix}5\\-2\\4\end{pmatrix}, G\begin{pmatrix}5\\5\\4\end{pmatrix} \text{ et } H\begin{pmatrix}1\\5\\4\end{pmatrix}.$$



On place le point M sur l'arrête [FE] tel que ME =1. On place un point R sur l'arrête [GH].
Lorsqu'elle existe, l'intersection des droites (MC) et (BR) est noté K.
Déterminer l'emplacement du point R permettant l'existence du point K.