

Тема: Побудова графіків функцій. Розв'язування вправ

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-10-klas-2018/14-matematyka-10-klas/merzlyak-ag-matematyka-alg-i-poch-analizu-ta-geom-riven-standartu-10-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Побудова графіків функцій

Коли в попередніх класах вам доводилося будувати графіки, ви зазвичай поступали так: позначали на координатній площині деяку кількість точок, які належать графіку, а потім сполучали їх. Точність побудови залежала від кількості позначених точок.

На рисунку 1 зображено кілька точок, які належать графіку деякої функції $y = f(x)$. Ці точки можна сполучити по-різному, наприклад так, як показано на рисунках 2 і 3.

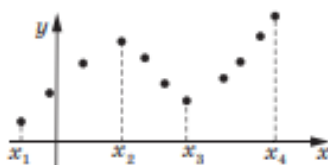


Рис. 1

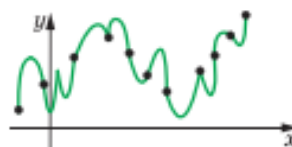


Рис. 2

Проте якщо знати, що функція f зростає на кожному з проміжків $[x_1; x_2]$ і $[x_3; x_4]$, спадає на проміжку $[x_2; x_3]$ і є диференційовною, то скоріше за все буде побудовано графік, зображений на рисунку 4.

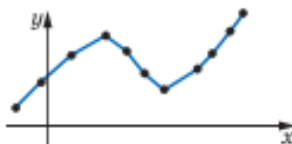


Рис. 3

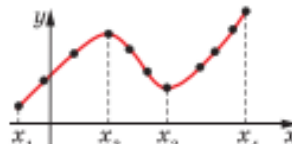


Рис. 4

Ви знаєте, які особливості притаманні графікам парної, непарної, періодичної функцій тощо. Узагалі, чим більше властивостей функції вдається з'ясувати, тим точніше можна побудувати її графік.

Дослідження властивостей функції проводитимемо за таким планом.

1. Знайти область визначення функції.
2. Дослідити функцію на парність.
3. Знайти нулі функції.
4. Знайти проміжки зростання і спадання функції.
5. Знайти точки екстремуму та значення функції в точках екстремуму.

6. Виявити інші особливості функції (періодичність функції, поведінку функції в околах окремих важливих точок тощо).

Зауважимо, що наведений план дослідження носить рекомендаційний характер та не є сталим і вичерпним. Під час дослідження функції важливо виявити такі її властивості, які дадуть змогу коректно побудувати графік.

Задача. Дослідіть функцію $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^3$ і побудуйте її графік.

Розв'язання. 1. Функція визначена на множині дійсних чисел, тобто $D(f) = \mathbb{R}$.

2. Маємо: $f(-x) = \frac{3}{2}(-x)^2 - \frac{1}{4}(-x)^3 = \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^3$. Звідси $f(-x) \neq f(x)$ і $f(-x) \neq -f(x)$, тобто функція $y = f(-x)$ не збігається ні з функцією $y = f(x)$, ні з функцією $y = -f(x)$. Таким чином, дана функція не є ні парною, ні непарною.

3. Маємо: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^3 = \frac{x^2}{4}(6 - x)$. Числа 0 і 6 є нулями функції f .

4-5. Маємо: $f'(x) = 3x - \frac{3x^2}{4} = \frac{3x}{4}(4 - x)$. Дослідивши знак похідної (рис. 5), доходимо висновку, що функція f зростає на проміжку $[0; 4]$, спадає на кожному з проміжків $(-\infty; 0]$ і $[4; +\infty)$. Отже, $x_{\max} = 4$, $x_{\min} = 0$. Маємо: $f(4) = 8$, $f(0) = 0$.

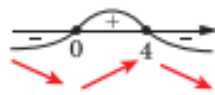


Рис. 5

Ураховуючи отримані результати, будуємо графік функції (рис. 6). ◀

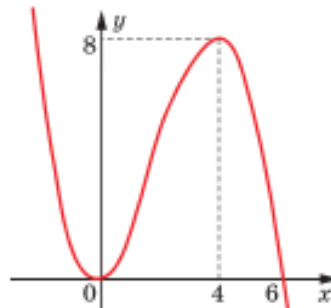


Рис. 6

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал п. 25.
2. Законспектувати план дослідження властивостей функції.
3. Виконати письмово вправи: 25.1.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=OFNUOnk15Tc>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net, у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи. Зошити зберігати до закінчення терміну карантину.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .