

Тема: Паралельність прямої і площини

<https://youtu.be/eORLbI5RHUI>

Хід уроку

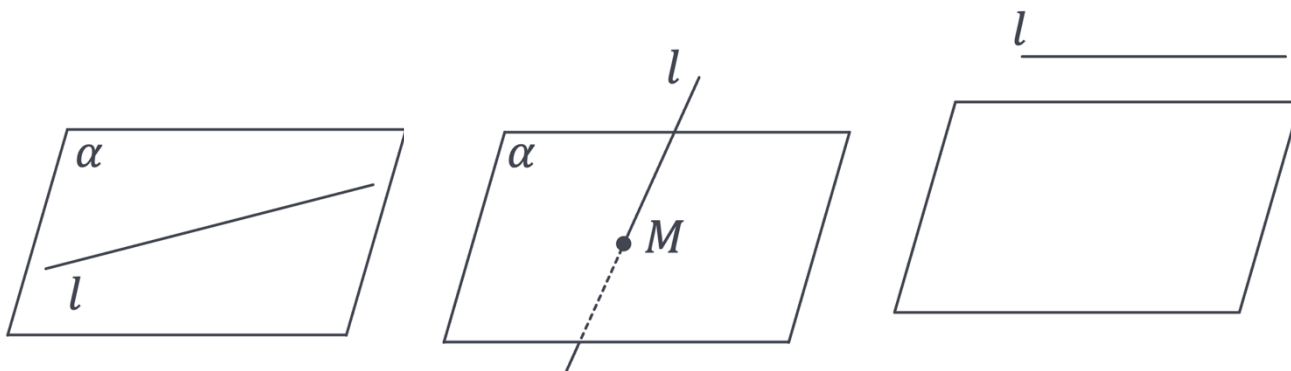
I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

I. Актуалізація опорних знань

II. Вивчення нового матеріалу

- ☐ Скільки спільних точок мають пряма і площина в кожному з випадків?
(Учні висловлюють власну думку)

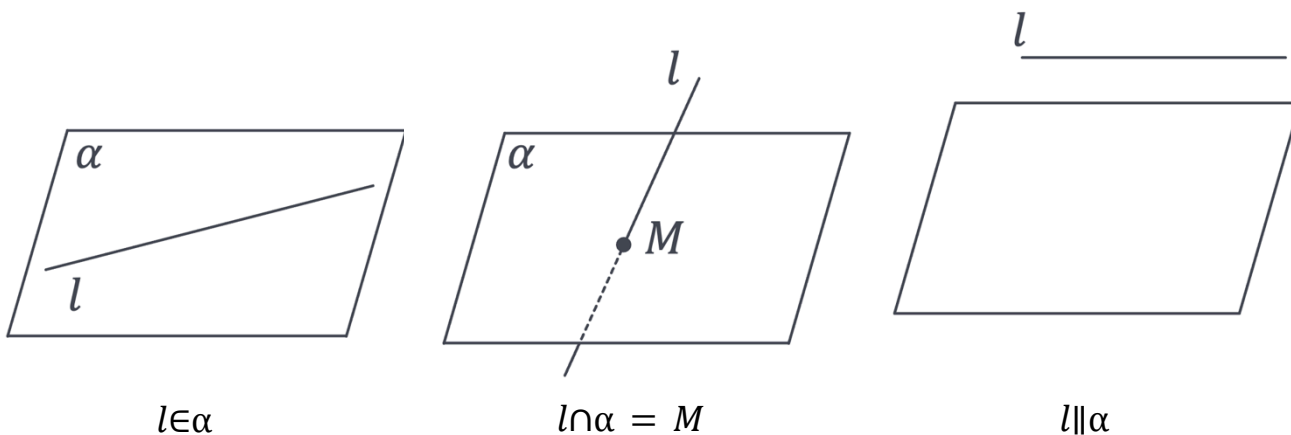


Відповідь:

Безліч спільних точок

Одна спільна точка

Жодної спільної точки



$l \in \alpha$

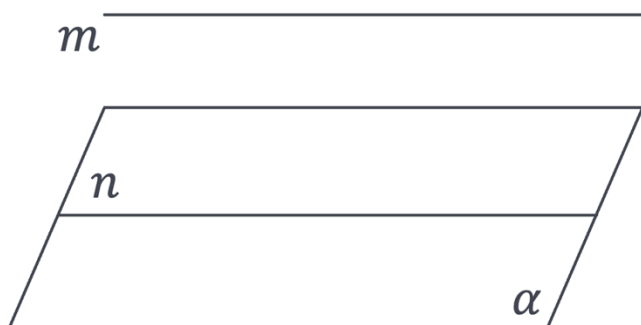
$l \cap \alpha = M$

$l \parallel \alpha$

Пряма й площина, які не перетинаються, називаються паралельними

// Ознака і властивість паралельності прямої і площини

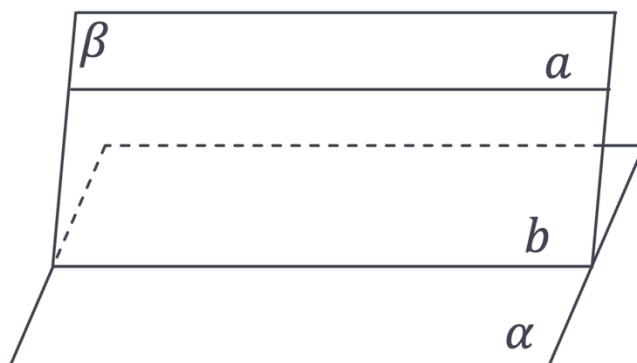
Ознака



$$\frac{m \parallel n}{n \subset \alpha} \mid \rightarrow m \parallel \alpha$$

Якщо пряма, що не лежить у певній площині, має паралельну собі пряму у цій площині, то дана пряма паралельна цій площині.

Властивість



$$\frac{a \parallel \alpha}{a \subset \beta \quad \beta \cap \alpha = b} \mid \rightarrow a \parallel b$$

Якщо площина проходить через пряму, паралельну другій площині, і перетинається з цією площиною, то пряма їх перетину паралельна даній прямій

Доведення ознаки:

- Дану теорему можна довести за допомогою теореми 4 або використати той факт, що прямі m і n лежать в одній площині і оскільки $m \parallel n$, то m не може перетинати площину α

За умовою:

$$m \parallel n \text{ і } m \not\subset \alpha$$

Припустимо, що m перетинає площину α .

За Т4, Якщо одна з двох паралельних прямих перетинає площину, то і друга пряма перетинає цю площину.

Отримали суперечність, оскільки $n \subset \alpha$. Тому $m \parallel \alpha$.

Доведено.

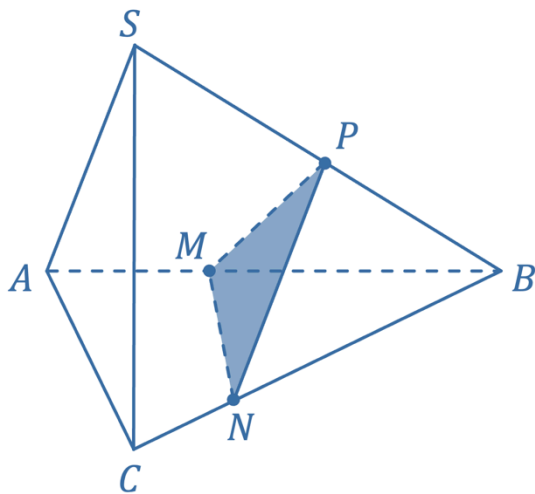
Доведення властивості:

За умовою прямі a і b належать одній площині, площині β .

Пряма a не може перетинати пряму b , бо тоді пряма a буде перетинати площину α , але за умовою $a \parallel \alpha$.

Доведено.

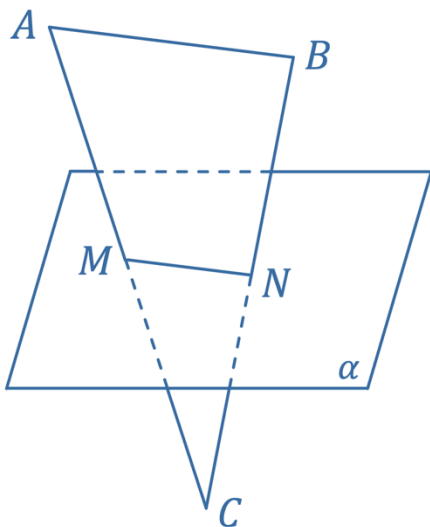
Приклад 1



Через точку P , що належить ребру SB тетраедра $SABC$, проведено січну площину, яка паралельна прямій AC . Чи містить рисунок помилки?

Відповідь: у січній площині PMN немає прямих, паралельних прямій AC .

Приклад 2



Площина α перетинає сторони $\triangle ABC$ у точках M і N ($M \in AC$, $N \in BC$). Знайдіть MN , якщо $\alpha \parallel AB$ і $AB = 15$ см, $BN:NC = 2:3$.

Розв'язання:

$$\alpha \parallel AB \quad \alpha \cap ABC = MN \mid \xrightarrow{\text{(За властивістю)}} AB \parallel MN$$

З $\triangle CAB$ і $\triangle CMN$:

$\angle C$ – спільний $\angle CAB = \angle CMN$ (як відповідні при

Сторони подібних трикутників пропорційні, тому:

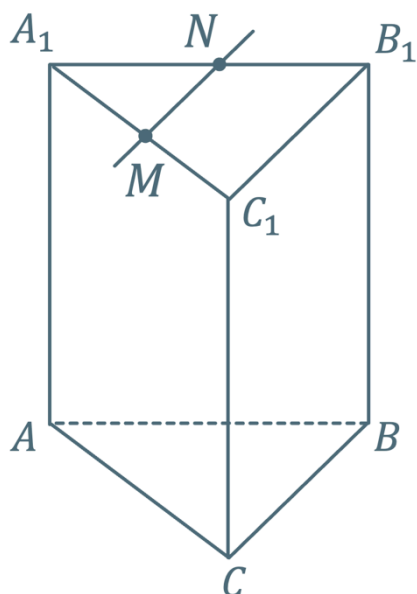
$$\frac{MN}{AB} = \frac{NC}{BC} \rightarrow \frac{MN}{15} = \frac{3}{5} \rightarrow MN = \frac{3 \cdot 15}{5} = 9 \text{ см}$$

* $BN:NC = 2:3$, отже відрізок BC складається з 5-ти частин

Відповідь: $MN = 9$ см

III. Розв'язування завдань

№1



$ABCA_1B_1C_1$ - пряма трикутника призма. $A_1M = MC_1$,
 $A_1N = NB_1$

- 1) Назвіть площину, яка паралельна прямій BB_1
- 2) Доведіть, що $MN \parallel ABC$

Розв'язання:

- 1) AA_1C_1C
- 2) з $\triangle A_1B_1C_1$:

MN – середня лінія, отже $MN \parallel C_1B_1$

Так як *бічні ребра прямої призми перпендикулярні до площини основи*, то усі бічні грані прямої призми – прямокутники, отже CC_1B_1B – прямокутний, тому $CB \parallel C_1B_1$.

$$CB \parallel C_1B_1 \quad MN \parallel C_1B_1 \quad | \xrightarrow{\text{(за ознакою паралельності прямих)}} MN \parallel CB$$

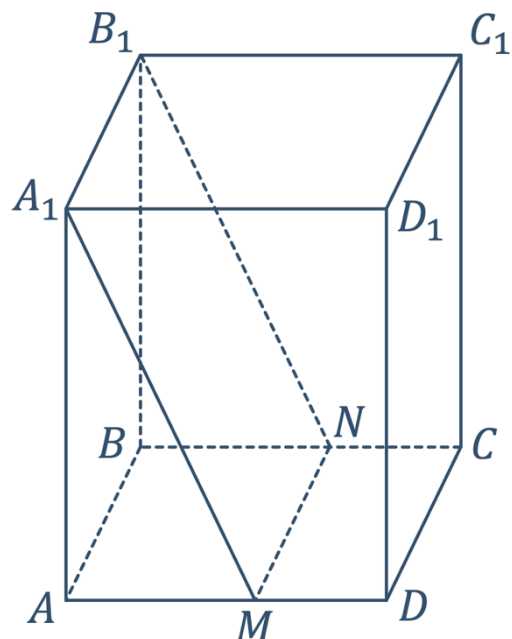
$$MN \parallel CB \quad CB \in ABC \quad | \xrightarrow{\text{(за ознакою паралельності прямої і площини)}} MN \parallel ABC$$

Доведено.

№2

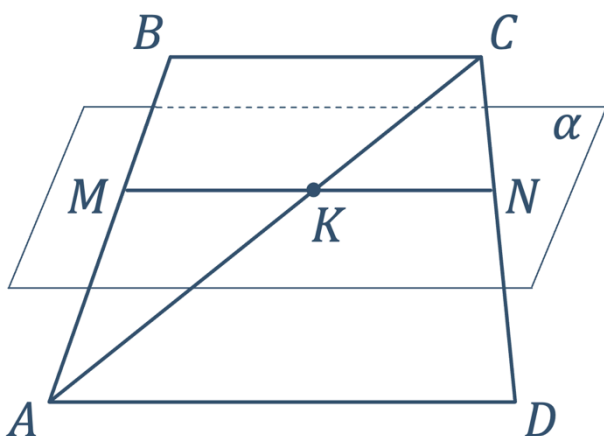
Побудуйте зображення прямокутного паралелепіпеда і його переріз площиною, що проходить через одне довільне ребро.

Один з можливих варіантів розв'язання:



№3

$ABCD$ – трапеція, $AD \parallel \alpha$, $CN:ND = 2:3$, $BC = 5$ см, $AD = 15$ см. Знайдіть MN .



Розв'язання:

$$AD \parallel \alpha \cap ABCD = MN \mid \xrightarrow{\text{(За властивістю)}} AD \parallel MN$$

З $\triangle ACD$ і $\triangle KCN$:

$$\angle C - \text{спільний } \angle CAD = \angle CKN \text{ (як відповідні при } AD \parallel MN \text{ і січній } AC) \mid \rightarrow \frac{\triangle ACD \sim \triangle KCN}{\text{(За двома кутами)}}$$

Сторони подібних трикутників пропорційні, тому:

$$\frac{CN}{CD} = \frac{KN}{AD} \rightarrow \frac{2}{15} = \frac{KN}{15} \rightarrow KN = \frac{2 \cdot 15}{15} = 2 \text{ см}$$

Оскільки паралельні прямі, які перетинають сторони кута, відтинають на сторонах цього кута пропорційні відрізки (узагальнена теорема Фалеса, 8 клас), то:

$$\frac{CK}{KA} = \frac{2}{3}$$

$$AD \parallel MN \quad AD \parallel BC \mid \xrightarrow{\text{(за ознакою паралельності прямих)}} MN \parallel BC$$

З $\triangle CAB$ і $\triangle KAM$:

$$\angle A - \text{спільний} \quad \angle BCA = \angle MKA \text{ (як відповідні при } MN \parallel BC \text{ і січній } AB) \mid \rightarrow \frac{\triangle CAB \sim \triangle KAM}{\text{(За двома кутами)}}$$

Сторони подібних трикутників пропорційні, тому:

$$\frac{AC}{AK} = \frac{BC}{MK} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5}{MK} \rightarrow MK = \frac{3 \cdot 5}{5} = 3 \text{ см}$$

$$MN = MK + KN = 3 + 6 = 9 \text{ (см)}$$

Відповідь: $MN = 9$ (см)

IV. Підсумок уроку

- Сформулюйте ознаку паралельності площини
- Сформулюйте властивість паралельності площини
- Чи можна дві площини, що перетинаються, перетнути третьою площиною, яка буде перетинати дані дві площини через дві паралельні прямі?
- Чи правильно, що пряма, паралельна площині, паралельна будь-якій прямій, що лежить в цій площині?

V. Домашнє завдання

Опрацювати §4 (вивчити теореми)

Виконати № 4.2; 4.7; 4.11; 4.24

О.С. Істер

(2018)

Опрацювати § 4, п.30 (вивчити теореми)

Виконати № 30.3; 30.9; 30.13

А.Г. Мерзляк

(2018)