

Câu 46: [1D5-5.3-3] (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Tính tổng

$C_{2017}^1 - 2^2 C_{2017}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2017}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017}$ ta được kết quả là

- A. -2017 . B. -2016 . C. 2017 . D. 2016 .

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $(1-x)^{2017} = \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k \cdot (-1)^k \cdot x^k \Rightarrow [(1-x)^{2017}]' = \sum_{k=0}^{2017} [C_{2017}^k \cdot (-1)^k \cdot x^k]'$

$$\Leftrightarrow 2017 \cdot (1-x)^{2016} = C_{2017}^1 - 2x C_{2017}^2 + 3x^2 C_{2017}^3 - 4x^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017}$$

Cho $x = 2$ ta được:

$$C_{2017}^1 - 2^2 C_{2017}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2017}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017} = 2017$$

Câu 36. [1D5-5.3-3] (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN-LẦN 4-2018) Tính tổng

$$S = 2 \cdot 2^{2017} C_{2018}^1 + 3 \cdot 2^{2016} C_{2018}^2 + 4 \cdot 2^{2015} C_{2018}^3 + \dots + 2019 C_{2018}^{2018}$$

- A. $S = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}$. B. $S = 2021 \cdot 3^{2017}$.
C. $S = 2021 \cdot 3^{2018} - 2^{2017}$. D. $S = 2021 \cdot 3^{2017} + 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn A.

Áp dụng khai triển nhị thức NewTon ta có

$$(2+x)^{2018} = C_{2018}^0 \cdot 2^{2018} + C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} \cdot x + C_{2018}^2 \cdot 2^{2016} \cdot x^2 + \dots + C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018}$$

$$\Leftrightarrow x(2+x)^{2018} = C_{2018}^0 \cdot 2^{2018} \cdot x + C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} \cdot x^2 + C_{2018}^2 \cdot 2^{2016} \cdot x^3 + \dots + C_{2018}^{2018} \cdot x^{2019}$$

Lấy đạo hàm theo x hai vế ta được:

$$(2+x)^{2018} + x \cdot 2018 \cdot (2+x)^{2017} = C_{2018}^0 \cdot 2^{2018} + 2 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} \cdot x + 3 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^{2016} \cdot x^2 + \dots + 2019 \cdot C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018}$$

Cho $x = 1$ ta được:

$$3^{2018} + 2018 \cdot 3^{2017} = C_{2018}^0 \cdot 2^{2018} + 2 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^{2017} + 3 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^{2016} + \dots + 2019 \cdot C_{2018}^{2018}$$

Suy ra $S = 3^{2018} + 2018 \cdot 3^{2017} - C_{2018}^0 \cdot 2^{2018} = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}$.

Câu 45: [1D5-5.3-3] (CHUYÊN HẠ LONG- LẦN 3-2018) Tổng

$$S = 1^2 C_{2018}^1 \cdot 2^0 + 2^2 C_{2018}^2 \cdot 2^1 + 3^2 C_{2018}^3 \cdot 2^2 + \dots + 2018^2 C_{2018}^{2018} \cdot 2^{2017} = 2018 \cdot 3^a (2b+1)$$

với a, b là các số nguyên dương và $2b+1$ không chia hết cho 3. Tính $a+b$.

- A. 2017 . B. 4035 . C. 4034 . D. 2018 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $C_{2018}^0 + C_{2018}^1 \cdot x + C_{2018}^2 \cdot x^2 + \dots + C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018} = (1+x)^{2018}$

$$\Rightarrow C_{2018}^1 + 2C_{2018}^2 \cdot x + \dots + 2018 C_{2018}^{2018} \cdot x^{2017} = 2018 \cdot (1+x)^{2017}$$

$$\Rightarrow C_{2018}^1 \cdot x + 2 \cdot C_{2018}^2 \cdot x^2 + \dots + 2018 C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018} = 2018x \cdot (1+x)^{2017}$$

$$\Rightarrow C_{2018}^1 + 2^2 \cdot C_{2018}^2 \cdot x + \dots + 2018^2 C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018} = 2018(1+x)^{2017} + 2018 \cdot 2017 \cdot x(1+x)^{2016}$$

$$\text{Thay } x=2 \Rightarrow S = 2018 \cdot 3^{2017} + 2018 \cdot 2017 \cdot 2 \cdot 3^{2016} = 2018 \cdot 3^{2016} (2 \cdot 2017 + 3) \\ = 2018 \cdot 3^{2016} (2 \cdot 2018 + 1)$$

$$\text{Vậy } a=2016, b=2018 \Rightarrow a+b=4034$$