

ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ I TOÁN 8 – NĂM HỌC 2023-2024

SÁCH CÁNH DIỀU

I. Lý thuyết:

* **Đại số:** Nội dung chương I, II, III SGK Toán 8 – Cánh Diều.

- Đa thức nhiều biến. - Phân thức đại số. - Hàm số và đồ thị

* **Hình học:**

- Định lý Pythagore.

- Tứ giác: hình thang cân, hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

- Hình học trực quan: hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều.

II. Bài tập

A Trắc nghiệm:

Câu 1: Khoanh tròn vào câu trả lời đúng trong các câu sau:

1/ Cho $A = x - 1; B = 2x + 3$. Giá trị của $A \cdot B$ khi $x = -1$ là :

A. 3

B. 2

C. -3

D. -2

2/ Đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2$ được phân tích thành nhân tử là:

A. $(x + 2y)^2$

B. $(2x - y)^2$

C. $(x - 2y)^2$

D. $-(2x + y)^2$

3/ Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và bằng nhau là:

A. Hình bình hành

B. Hình chữ nhật

C. Hình thang

D. Hình thang cân

Câu 2: Các khẳng định sau Đúng hay Sai

1/ $a^2 - b^2 = (a - b)^2$

2/ $(x^3 - 8) : (x - 2) = x^2 + 2x + 4$

3/ $(5x - 1)^3 = (1 - 5x)^3$

4/ Hình thang có 2 cạnh bên bằng nhau là hình thang cân

5/ Hình bình hành có các cặp cạnh đối song song và bằng nhau .

6/ Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật.

Câu 3: Chọn đáp án đúng

1/ Giá trị của biểu thức: $x^2 - 10x + 25$ tại $x = 6$ là:

- A. -5 B. 1 C. 25 D. -1

2/ Kết quả của phép tính $27x^4y^2 : 9x^4y$ là:

- A. 3y B. 3xy C. $3y^2$ D. $3xy^2$

3/ Cho hình thang ABCD ($AB // CD$). M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AD và BC, biết $AB = 8\text{ cm}; CD = 10\text{ cm}$. Độ dài của MN là:

- A. 10 cm B. 9 cm C. 8 cm D. 18 cm

4/ Hình thang có hai góc đối bằng nhau và bằng 90° là:

- A. Hình thang B. Hình thang vuông
C. Hình chữ nhật D. Cả 3 đáp án trên đều đúng.

B. Tự luận

Dạng 1: Rút gọn biểu thức

Bài 1: Cho hai biểu thức: $A = \frac{4}{x+6}$ và $B = \frac{x}{x+6} + \frac{1}{x-6} + \frac{17x+30}{x^2-36}$ với $x \neq \pm 6$

a/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

b/ Rút gọn biểu thức B .

c/ Cho $M = A.B$. Tìm x nguyên để giá trị biểu thức M nhận giá trị nguyên.

Bài 2: Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+1}{x-2}$ và $B = \frac{3x-4}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x} - \frac{x-1}{x-2}$ với $x \neq 0; x \neq 2$

a/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -1$.

b/ Chứng minh rằng: $A = B$.

c/ Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để giá trị biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Bài 3: Cho hai biểu thức: $P = \frac{x^3 - 1}{x^2 - x} - \frac{x^3 + 1}{x^2 + x}$ và $Q = \frac{x + 2}{x - 2}$ với $x \neq 0; x \neq \pm 1; x \neq 2$

a/ Tính giá trị của biểu thức Q khi $|x| = 2$.

b/ Chứng minh rằng giá trị biểu thức P không phụ thuộc vào giá trị của x .

c/ Tìm số tự nhiên x để giá trị biểu thức $M = P : Q$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 4: Cho biểu thức $A = \left(\frac{4x}{x^2 + 2x} - \frac{2}{2 - x} + \frac{6 - 5x}{x^2 - 4} \right) : \frac{x + 1}{x - 2}$.

a/ Rút gọn biểu thức A

b* / Tính giá trị của biểu thức A khi x thỏa mãn $x^2 - 2x = 8$

c/ Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 5: Cho biểu thức $A = \frac{9x^2 + 6x + 5}{3x + 2}$ và $B = \frac{1}{3x - 2} - \frac{1}{3x + 2} - \frac{3x - 6}{4 - 9x^2}$.

a/ Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$

b/ Chứng minh biểu thức $B = \frac{1}{3x + 2}$

c/ Tìm x để $B = \frac{-1}{7}$

d/ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A : B$

Dạng 2: Phân tích đa thức thành nhân tử và ứng dụng

Bài 1: Phân tích đa thức sau thành nhân tử

1/ $2x^2y - 6xy^2$

2/ $6x^2y^4 - 15xy^2$

3/ $5x^2 + 10xy + 5y^2$

ĐỀ CƯƠNG HK 1 TOÁN 8 CÁNH DIỀU – GV TOÁN: NGUYỄN THẾ BÌNH – ZALO 0989488557

4/ $9xy - 4a^2xy$

5/ $4x^5y^2 - 8x^4y^3 + 4x^3y^4$

6/ $(a^2 + 4)^2 - 16a^2$

7/ $36a^2 - (a^2 + 9)^2$

8/ $x^2 + 2xy + y^2 - 25$

9/ $y^2 - 3y + xy - 3x$

10/ $x^2 + 4x - y^2 + 4$

11/ $x^2 - x + 5(x - 1)$

12/ $x^2 - 3x + 2$

Bài 2: Tìm x , biết:

1/ $x(x - 3) + x - 3 = 0$

2/ $2x(x - 4) + x - 4 = 0$

3/ $3x(x - 2) - x + 2 = 0$

4/ $(2x - 1) \cdot (3x + 1) = 6x^2 - 17$

5/ $x^2 - 4 = 2 \cdot (x^2 + 4x + 4)$

6/ $x^2 - 6x + 9 = (2x + 3)^2$

7/ $x^2 - 9x = -20$

8/ $6x^2 - 10x = x - 4$

9/ $4x^2 - 4x + 1 = 9$

10/ $(3x + 2)^2 - (3x - 1) \cdot (3x + 1) = 41$

11/ $(5x - 1)^2 = (3x + 2)^2$

12/ $x^2 - 6x + 9 = x - 3$

13/ $x^2 - 2x - 15 = 0$

14/ $3x^2 - 2x - 1 = 0$

Dạng 3: Hàm số

Bài 1: Cho hàm số : $y = x - 3$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a/ Tính giá trị hàm số khi $x = 0; x = -3; x = \frac{1}{3}$

b/ Tìm giá trị của biến số x khi $y = 0; y = -7^3$

c/ Xác định hệ số góc của đường thẳng d . Góc tạo bởi d và trục Ox là góc nhọn hay tù?

d. Cho biết tọa độ các giao điểm A, B của đồ thị với trục tung và trục hoành .

e/ Vẽ đồ thị hàm số

g/ Tính OA; OB và AB .

Bài 2: Cho hàm số bậc nhất $y = 2x - 4$

a/ Điểm M(1; -2); N(-1; -6) điểm nào thuộc đồ thị hàm số trên ?

b/ Gọi B; C lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số trên với các trục Ox, Oy .

Tìm tọa độ của điểm B, C

c/ Vẽ đồ thị hàm số .

d/ Đồ thị hs có cắt đồ thị HS $y = x - 2$ không ? Tìm tọa độ giao điểm của 2 đồ thị

e/ Tính độ dài OB; OC ; BC và diện tích tam giác OBC

Bài 3: Cho hàm số bậc nhất

a/ Tìm a biết (d) đi qua điểm M(1; -2)

c/ Gọi M; N lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số trên với các trục Ox, Oy .

Tính độ dài OM, ON, MN và diện tích tam giác OMN .

d/ Tìm a để đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -x + 3$

e/ Tìm a để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là - 2

Bài 4: Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ rồi cho biết tọa độ giao điểm của chúng :

a/ $y = x - 2(d_1)$ và $y = -2x + 4(d_2)$.

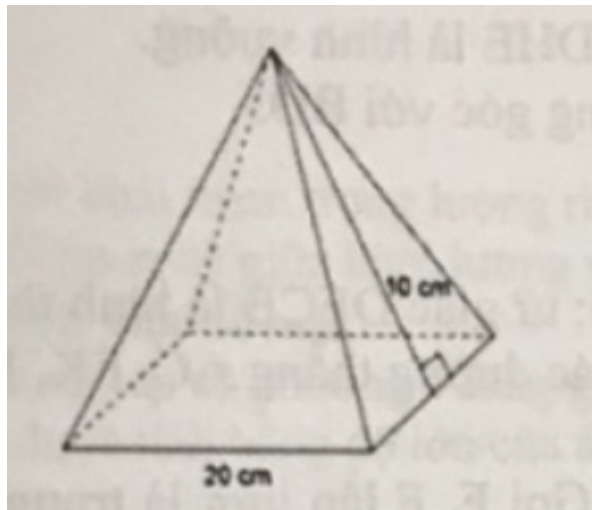
b/ $y = 2x - 5(d_1)$ và $y = -3x - 5(d_2)$

c/ $y = x + 3(d_1)$ và $y = -x + 1(d_2)$

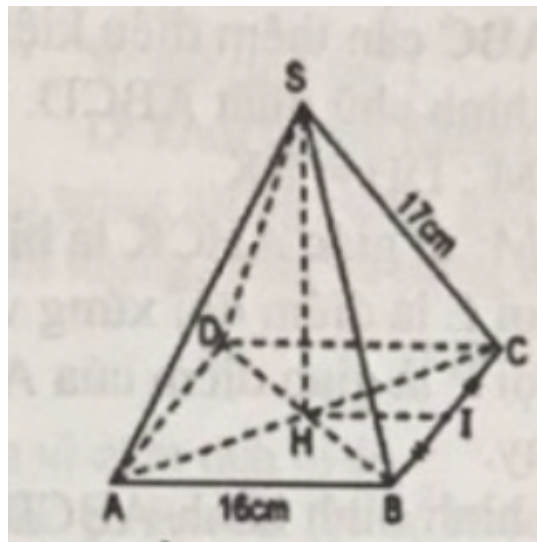
B. Hình học

Dạng 1: Một số bài toán liên quan đến yếu tố thực tế

Bài 1: Tính diện tích toàn phần của hình



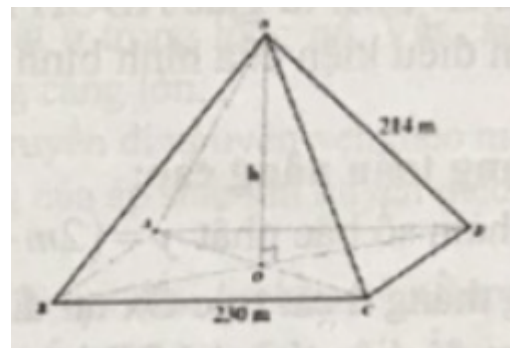
Bài 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích đáy, diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều sau:



Bài 3: Kim tự tháp Kheops – Ai Cập có dạng hình chóp đều, đáy là hình vuông, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của kim tự tháp dài 214m, cạnh đáy của nó dài 230m.

a/ Tính theo mét chiều cao h của kim tự tháp (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b/ Tính thể tích của kim tự tháp này.



Dạng 2: Các bài toán liên quan chứng minh các yếu tố hình học

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A , $AB = 5\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$. AM là đường trung tuyến.

a/ Tính độ dài BC , AM .

b/ Trên tia AM lấy điểm D đối xứng với A qua M . $CM : AD = BC$.

c/ Từ điểm A vẽ đường thẳng song song với BC , đường thẳng này cắt DC tại điểm E . Gọi G là giao điểm của AC và ME . CMR : G là trọng tâm ΔADE .

ĐỀ CƯƠNG HK 1 TOÁN 8 CÁNH DIỀU – GV TOÁN: NGUYỄN THẾ BÌNH – ZALO 0989488557

d/ ΔABC cần thêm điều kiện gì để $ABDC$ là hình vuông.

Bài 2: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I là điểm đối xứng của D qua C .

a/ CM : tứ giác $ABIC$ là hình bình hành.

b/ Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của BI .

CM : $BOCM$ là hình thoi.

c/ CM : AI, OM, BC đồng quy.

d/ Tìm điều kiện của hình chữ nhật $ABCD$ để tứ giác $BOCM$ là hình vuông.

Bài 3: Cho hình bình hành $ABCD$, Lấy điểm K và E trên đường chéo BD sao cho $DK = BE$.

a/ CMR : $\Delta ADK = \Delta CBE$.

b/ CMR : Tứ giác $AKCE$ là hình bình hành.

c/ Đường thẳng AK cắt cạnh CD tại M , đường thẳng CE cắt cạnh AB tại N , AC cắt BD tại O .

CMR : ba điểm M, O, N thẳng hàng.

d/ Hình bình hành $ABCD$ cần thêm điều kiện gì để $AKCE$ là hình thoi.

Bài 4: Cho ΔABC vuông tại A , đường cao AH . Kẻ HD vuông góc với $AB (D \in AB)$, HE vuông góc với $AC (E \in AC)$.

a/ CMR : DE đi qua trung điểm K của AH

b/ Gọi M là trung điểm của HC . CMR : ΔEDM vuông.

c/ So sánh S_{EDM} và S_{AHC} .

d/ ΔABC cần thêm điều kiện gì để tứ giác $ADHE$ là hình vuông.

Bài 5: Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ AH, CK vuông góc với BD

a/ CM : $DH=BK$

b/ CM: tứ giác $AHCK$ là hình bình hành.

c/ Gọi E là điểm đối xứng với A qua H .

CMR: tứ giác $DECB$ là hình thang cân.

d/ Gọi P là giao điểm của AK và EC .

CMR: các đường thẳng AC, EK, PH đồng quy.

Bài 6: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, CD .

a/ Tứ giác $Aefd$ là hình gì. Tứ giác $DEBF$ là hình gì. Tại sao?

b/ Gọi I là giao điểm của DE và AF , K là giao điểm của CE và BF . Tứ giác $EIFK$ là hình gì? Tại sao?

c/ Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G , đường thẳng BF cắt đường thẳng AD tại H .

CMR: tứ giác $ABGH$ là hình thoi.

d/ Tìm điều kiện của hình bình hành $ABCD$ để tứ giác $ABGH$ là hình vuông.

C. Một số dạng toán nâng cao:

Bài 1: Cho hàm số bậc nhất $y = (2m - 3)x - 2$ có đồ thị là đường thẳng d . Đường thẳng d cắt trục Ox tại điểm A , cắt trục Oy tại điểm B .

Tìm m để diện tích ΔAOB bằng 6.

Bài 2: Cho hàm số bậc nhất $y = (2m - 3)x - 2m + 1$ có đồ thị là đường thẳng d

a/ CMR: đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $I(1; -2)$ với mọi giá trị của m .

b/ Tìm m để d song song với đường thẳng $y = -x + 5$

Bài 3: Cho hàm số bậc nhất: $y = (m - 2)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng d .

Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ tới đồ thị hàm số bằng 1.

Bài 4: Tìm x nguyên để giá trị biểu thức sau đạt giá trị nguyên:

a) $A = \frac{2x^3 - 27x + 115x - 115}{x - 5}$

b) $B = \frac{6x^3 - 2x^2 - 9x + 3}{3x - 1}$

Bài 5: Tìm GTNN (GTLN) của biểu thức

a/ $A = 5x^2 + y^2 - 4xy - 2y + 2023$

b/ $B = 5 + 2xy + 14y - x^2 - 5y^2 - 2x$

c/ $C = -2x^2 - 10y^2 + 4xy + 4x + 4y + 2013$

Bài 6: Tìm x, y, z , biết: $9x^2 + y^2 + 2z^2 - 18x + 4z - 6y + 20 = 0$

Bài 7: Tìm cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + xy + 2023x + 2022y + 2023 = 0$

D. Bài toán tìm GTLN, GTNN của phân thức đại số - Vận dụng mức độ cao

Bài 8. (Trích đề học sinh giỏi toán 8 năm 2022)

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $T = \frac{8x + 12}{x^2 + 4}$

Lời giải

$$T = \frac{8x + 12}{x^2 + 4} = \frac{(x^2 + 8x + 16) - (x^2 + 4)}{x^2 + 4} = \frac{(x + 4)^2}{x^2 + 4} - 1 \geq -1 \quad \text{với mọi } x.$$

Do đó: $\min T = -1 \Leftrightarrow x = -4.$

$$T = \frac{8x + 12}{x^2 + 4} = \frac{(4x^2 + 16) - (4x^2 - 8x + 4)}{x^2 + 4} = 4 - \frac{4(x - 1)^2}{x^2 + 4} \leq 4 \quad \text{với mọi } x$$

Do đó: $\max T = 4 \Leftrightarrow x = 1.$

Bài 9. (Trích đề học sinh giỏi toán 8 năm 2022)

a) Tìm x để biểu thức: $E = \frac{-x^2 + x - 10}{x^2 - 2x + 1}$ với $x \neq 1$ đạt giá trị lớn nhất.

b) Cho $x > 0, y > 0, z > 0$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4.$

Chứng minh rằng $\frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq 1.$

Lời giải

$$E = \frac{-x^2 + x - 10}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(-x^2 + 2x - 1) - (x - 1) - 10}{x^2 - 2x + 1} = \frac{-(x - 1)^2 - (x - 1) - 10}{(x - 1)^2} = -1 - \frac{1}{x - 1} - \frac{10}{(x - 1)^2}$$

a) Khi đó
$$-E = 1 + \frac{1}{x - 1} + \frac{10}{(x - 1)^2}$$

Đặt $\frac{1}{x - 1} = t$ thì $-E = 1 + t + 10t^2$

Ta có:
$$-E = 10t^2 + t + 1 = 10\left(t^2 + 2t \cdot \frac{1}{20} + \frac{1}{400}\right) + \frac{39}{40} = 10\left(t + \frac{1}{20}\right)^2 + \frac{39}{40} \geq \frac{39}{40}$$

Suy ra $E \leq -\frac{39}{40}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = -\frac{1}{20}$ hay $\frac{1}{x - 1} = -\frac{1}{20} \Leftrightarrow x = -19$.

Vậy $MaxE = -\frac{39}{40} \Leftrightarrow x = -19$.

b) Từ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x + y}$ nên $\frac{1}{x + y} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

Với $x > 0, y > 0, z > 0$ ta có:

$$\frac{1}{2x + y + z} = \frac{1}{x + y + x + z} \leq \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x + y} + \frac{1}{x + z}\right) \leq \frac{1}{4}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)\right] = \frac{1}{16}\left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)$$

Tương tự $\frac{1}{x + 2y + z} = \frac{1}{x + y + y + z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z}\right);$

$$\frac{1}{x + y + 2z} = \frac{1}{x + z + y + z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right)$$

Khi đó $\frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq \frac{1}{16}\left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1$

Bài 10. (Trích đề học sinh giỏi toán 8 năm 2022)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$D = \left(1 + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{b}\right)^2$$
 biết $a + b = 1$ và $a > 0; b > 0$

Lời giải

Biết $a + b = 1$ và $a > 0; b > 0$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } D &= \left(1 + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{b}\right)^2 \\ &= \left(1 + \frac{a+b}{a}\right)^2 + \left(1 + \frac{a+b}{b}\right)^2 \\ &= \left(2 + \frac{b}{a}\right)^2 + \left(2 + \frac{a}{b}\right)^2 \\ &= 8 + 4\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) \end{aligned}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy $D \geq 8 + 4.2 + 2 = 18$

Vậy giá trị nhỏ nhất của D là 18 khi $a = b = \frac{1}{2}$

Bài 11. (Trích đề học sinh giỏi toán 8 năm 2022)

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \frac{3}{4x^2 + 4x + 3}$.

b) Cho các số dương a, b, c, d thỏa mãn $a + b + c + d = 2$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4 + d^4}{a^3 + b^3 + c^3 + d^3} \geq \frac{1}{2}$$

Lời giải

a) $B = \frac{3}{4x^2 + 4x + 3}$. ĐKXD: $x \in \mathbb{R}$.

$$B = \frac{3}{(2x+1)^2 + 2}$$

Vì $(2x+1)^2 + 2 \geq 2 \quad \forall x$ nên $B = \frac{3}{(2x+1)^2 + 2} \leq \frac{3}{2} \quad \forall x$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2x+1=0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $B = \frac{3}{4x^2 + 4x + 3}$ là $\frac{3}{2}$ khi $x = \frac{-1}{2}$.

b) Từ giả thiết: $2 = a + b + c + d$

suy ra $2^2 = (1.a + 1.b + 1.c + 1.d)^2 \leq (1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)$

$$\Leftrightarrow 1 \leq a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \quad (1)$$

Lại có: $(1.a^2 + 1.b^2 + 1.c^2 + 1.d^2)^2 \leq (1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)(a^4 + b^4 + c^4 + d^4)$

Hay $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \leq 4(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 1.(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) \leq 4(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) \quad (3)$

Mặt khác: $(a^3 + b^3 + c^3 + d^3)^2 = (a.a^2 + b.b^2 + c.c^2 + d.d^2)^2$
 $\leq (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) \quad (4)$

Từ (3) và (4) suy ra $(a^3 + b^3 + c^3 + d^3)^2 \leq 4(a^4 + b^4 + c^4 + d^4)^2$

$$\Rightarrow \frac{a^4 + b^4 + c^4 + d^4}{a^3 + b^3 + c^3 + d^3} \geq \frac{1}{2}$$

Dấu “=” xảy ra: $a = b = c = d = \frac{1}{2}$.

Bài 12. (Trích đề học sinh giỏi toán 8 năm 2022)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{4x-1}{x^2+3}$.

Lời giải

Ta có

$$P-1 = \frac{4x-1}{x^2+3} - 1 = \frac{-(x-2)^2}{x^2+3} \leq 0$$

$$\Rightarrow P-1 \leq 0 \quad \forall x$$

$$\Rightarrow P \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 2$

$$P + \frac{4}{3} = \frac{4x-1}{x^2+3} + \frac{4}{3} = \frac{4x^2+12x+9}{x^2+3} = \frac{(2x+3)^2}{x^2+3} \geq 0 \quad \forall x$$

$$\Rightarrow P + \frac{4}{3} \geq 0 \Rightarrow P \geq -\frac{4}{3} \quad \text{khi} \quad x = \frac{-3}{2}$$