المـــــــــؤسسة: ثانوية هواري بومدين يـــــــــــــــوم: 04/03/2012 م.
) اليشير (- ولاية بـــرج بوعريريج - . الموافق لـ:21 ربيع الثاني 1434 هـ .

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي تقني رياضي " هندسة مدنية ". المدة: ساعتان.

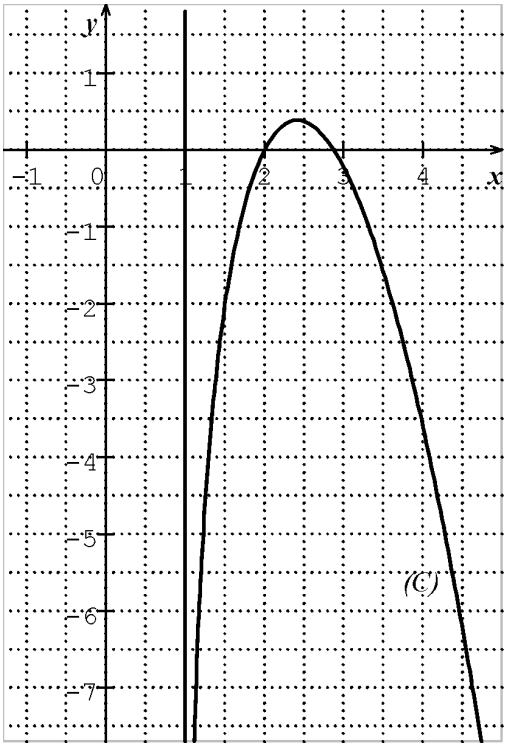
اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

التمرين الأول:) 10 ن (

الجزء الأول :

g الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=-x^2+2x+4\ln(x-1)$

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .(الشكل المقابل)



1. بقراءة بيانية حدد عدد حلول المعادلة $g(x)=0$.
2. احسب $g(2)$.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,87;2,88[$ ($2,87<\alpha<2,88$) .
4. استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=x-3+4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-3)\right]$ واستنتج أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $+\infty$.

د) ادرس الوضع النسبي لـلمنحنى (Γ) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

$f'(x)=-\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$]1;+∞[من المجال x عدد أنه من اجل كل أ) بين .2 (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3. ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (Γ) . (نأخذ $f(\alpha)=3.9$) .

أقلب الورقة

التمرين الثاني:) 04 ن (

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) : $3x+4y=-8$

1. أ) تحقق أن الثنائية $(0;-2)$ حل للمعادلة (E) .

ب)حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة (E) .

2. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;i;j)$ ليكن (D) المستقيم الذي $3x+4y+8=0$ معادلة له . و النقطة A ذات الفاصلة 0 نقطة منه .

بين أنه إذا كانت $M(x;y)$ نقطة من (D) فإن $AM\equiv 0[5]$.

(x و y عددان صحيحان)

التمرين الثالث:) 06 ن (

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

$A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$ نقط من الفضاء .

1. - احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. - استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2. (Δ) المستقيم من الفضاء المعرف بتمثيل وسيطي : $\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\end{cases}$ حيث : $(t\in\mathbb{R})$

أ) بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوى (ABC) .

ب) اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

3. E نقطة تقاطع (Δ) والمستوى (ABC)

أ) أثبت أن E مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

ب) عين الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ) للنقط M من الفضاء حيث :

$$\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{23}$$

التصحيح باختصار و سلم التنقيط (اختبار الثلاثي الثاني - راضيات - 3 هـ. مد)

التصحيح باختصار	العلامة	التصحيح باختصار	العلامة
التمرين الأول:) 10 ن (		يعني $4\ln(x-1)+5>0$	
الجزء الأول :			0.25
		$x>e^{\frac{-5}{4}}+1$	
1. $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين	0.25		
	0.25	إذا كان $x\in\left]1;e^{\frac{-5}{4}}+1\right[$ فإن (Γ) تحت (Δ)	
2. $g(2)=0$	0.5		
3. g مستمرة ومتناقصة تماما على $]2,87;2,88[$ و $g(2,87)<0<g(2,88)$	0.5		
ومنه وحسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,87;2,88[$	0.25	إذا كان $x=e^{\frac{-5}{4}}+1$ فإن (Γ) يقطع (Δ)	0.25 × 3
4. إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$:	0.75	إذا كان $x\in\left]e^{\frac{-5}{4}}+1;+\infty\right[$ فإن (Γ) فوق (Δ)	0.75
الجزء الثاني :	×0.25 2 ×0.25 2 0.25	2. أ) تبيان أنه :	0.25

x	1	2	α	$+\infty$
$g(x)$	‖	- 0 + 0		-

1. أ) ($\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) $\lim_{x\xrightarrow{>}1} f(x)=-\infty$

ومنه: $x=1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى (Γ) يوازي حامل محور التراتيب .

ج) من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$ فإن:

$$f(x)-(x-3)=4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-3)]=\lim_{x\to+\infty}(4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1})$$

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-3)]=0$. إذن : المستقيم (Δ)

المعرف بمعادلة : $y=x-3$ مستقيم مقارب مائل

لـمنحنى الدالة f عند $+\infty$.

د) دراسة الوضع النسبي :

لدينا : $f(x)-(x-3)=4\frac{\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$

ومنه $f(x)-(x-3)=4\frac{\ln(x-1)+5}{x-1}$

$4\ln(x-1)+5=0$ يعني $x=e^{\frac{-5}{4}}+1$

$4\ln(x-1)+5<0$ يعني $x<e^{\frac{-5}{4}}+1$

التمرين الثاني:) 04 ن (

1) أ) التحقق من أن الثنائية $(0;-2)$ للمعادلة (E)

ب) **لدينا :** $\begin{cases}3x+4y=-8\\3(0)+4(-2)=-8\end{cases}$

$3(x)+4(y+2)=0$

ومنه : $3(x)=4(2-y)$

من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$

$$f'(x)=-\frac{g(x)}{(x-1)^2}$$ فإن : .

ب)اتجاه تغير الدالة f على المجال $]1;+\infty[$:

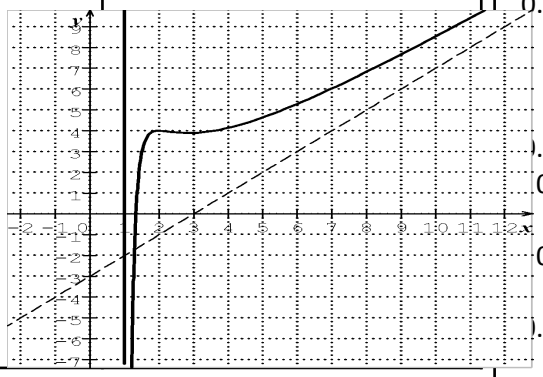
- إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$.

ومنه : الدالة f متناقصة تماما على المجال $[2;\alpha]$

و متزايدة تماما على كل من المجالين $]1;2]$ و $[\alpha;+\infty[$.

جدول تغيرات f :

x	2	α	$+\infty$
$f'(x)$	+ 0	- 0	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ 4	↘ $f(\alpha)$	↗ $+\infty$



4 يقسم $3x$ و $p\gcd(4;3)=1$ ومنه وحسب مبرهنة غوص 4 يقسم x أي $x=4k;k\in\mathbb{Z}$ — 0.25 × 2

وبالتعويض عن قيمة x في المعادلة (E) نجد : $y=-3k-2;k\in\mathbb{Z}$ — 0.25

إذن حلول المعادلة (E) هي الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حيث $x=4k;k\in\mathbb{Z}$ و $y=-3k-2;k\in\mathbb{Z}$. — 0.25 × 3

2) $\overrightarrow{AM}(x;y+2)$ أي $\overrightarrow{AM}(4k;-3k)$ ($k\in\mathbb{Z}$) — 0.25

$AM=\sqrt{(4k)^2+(-3k)^2}$

$AM=\sqrt{25k^2}=5|k|;k\in\mathbb{Z}$ أي $AM\equiv 0[5]$. — 0.25 × 2

التمرين الثالث:) 06 ن (

1) أ) - لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-2\\4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

إذن : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-3$.

- لدينا : $AB=3\sqrt{5}$ و $AC=\sqrt{3}$

إذن : $AB\times AC=3\sqrt{15}$.

بما أن : $\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right|\neq AB\times AC$ فإن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

ب) أ) لدينا : $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ)

و $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=0$ إذن : الشعاع n شعاع ناظمي للمستوى (ABC)

وبالتالي (Δ) يعامد (ABC) .

ب) المستوى (ABC) هو مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$ — 0.5

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-1\\z-3\end{pmatrix}$ — 0.25

مع :

أي : $2x-3y+z-4=0$ — 0.25

و هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

3) أ) النقطة E هي نقطة تقاطع (Δ) والمستوى (ABC) — 0.75

نحل الجملة : $(1)\ldots\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\\2x-3y+z-4=0\end{cases}$

حيث : x ، y و z مجاهيل حقيقية .

(1) تكافئ : $\begin{cases}t=1\\x=-5\\y=-3\\z=5\end{cases}$ إذن : إحداثيات النقطة E هي : $(-5;-3;5)$

H مرجع الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

$H(x_H;y_H;z_H)$ حيث : $\begin{cases}x_H=-5\\y_H=-3\\z_H=5\end{cases}$

إذن : $E=H$ ومنه : E مرجع الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$.

	ب) نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{23}$ أي : $\left\|-\overrightarrow{ME}\right\|=\sqrt{23}$ أي : $ME=\sqrt{23}$ إذن: (Γ) هي سطح الكرة التي مركزها النقطة $E(-5;-3;5)$ و نصف قطرها $r=\sqrt{23}$		