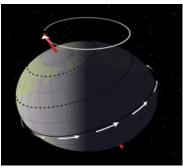
ЕГИПЕТСКАЯ ВЕРЬОВКА





"У істини проста мова"
Григорій Сковорода

валюта

Египетская цивилизация была "зерновой". Все на берегах Нила благоприятствовало ей заливные земли с ежегодно возобновляемым плодородием, оптимальные климатические условия для длительного хранения зерна, высокая урожайность зерновых культур позволяла запасаться впрок, перестраховываясь в случае нерозлива Нила. На зерне основывалась кормовая база для содержания одомашненого скота. Зерно в первых цивилизациях являлось не только идеальным продуктом, но по существу валютой, подобно самогону в селе после войны. Тогда в колхозе вместо денег насчитывали трудодни, конвертируемые затем в зерно. Так как денег в обиходе почти не было, то их в голодные годы замещало зерно, а в урожайные - самогон. Моя тетка постоянно гнала самогон т.е. была валютчицей. За это могли посадить, поэтому дядько, обеспечивая прикрытие, постоянно пил с местным сексотом КГБ. Производимую валюту закапывала на огороде. Сверху бросалась старая шина с трактора, чтобы доставая не разбить. В ходу имелись и 50-литровые сулии, но счет вела по 10 литровым. Напомним, такой способ измерения количества самогона основывается на внесистемной единице 1 литра, равной 1 кубическому дециметру, единицей объема в СИ является кубический метр (м³).

зерновая мера

В этом тетка очень напоминала древних египтян. Те тоже "взвешивали" зерно по объему наполненной тары с той лишь разницей, что вместо 10 литровой сулии у них в ходу был ящик сплетенный из тростника и обшитый изнутри кожей.

В важной для археологов гробнице фараона Джосера, правившего в начале Третьей династии, обнаружили нарисованный на стене набор из четырнадцати деревянных и кожаных кадок с делениями для измерения объема необходимого налога.

На заре своей цивилизации египтяне понятие не имели о площади квадрата и объеме куба. Они же не дураки - как можно определять то, чего нет... Зато могли измерять длину стороны ящика, наполненного зерном.

В Египте имели хождение две единицы измерения длины, основанные на антропометрии - египетский локоть и царский локоть. До объединения Египет состоял из двух государств Верхнего и Нижнего Египта. Локоть измерялся от стола до кончика вытянутого среднего пальца. По видимому в двух Египтах люди отличалися ростом, потому что египетский локть равен 44.4 см, а царский - 52.5 см.

Уже тогда под измерением понимали совокупность операций для определения отношения одной (измеряемой) величины к другой однородной величине, принятой всеми участниками за единицу. Эталоном единицы измерения длины являлась золотая трость фараона, с которой его изображали на многих барельефах. В дальнейшем трансформировалась в скипетр или посох, став повсеместно символом светской и, соответственно, церковной власти. Общепринято вести их происхождение от палки пастуха...

Вопросов нет - было время что египтяне "взвешивали" зерно по объему тары, в которую засыпалось. Но как они это делали, имея в своем распоряжении только единицу измерения длины? Никакой загадки нет - скажете вы - египтяне пользовались "зерновой мерой", подобно моей тетке с сулией в 10 литров. Только вместо ее у них в ходу был ящик-куб с длиной стороны в 1 локоть. Его содержимое являлось единицей измерения зерна т.е. зерновой мерой.

Очевидно, только вначале очень древние египтяне пересыпали зерно через ящик-куб, считая зерновые меры. Затем стало не хватать пальцев на руках и ногах... Люди были проще, ближе к природе и здравому смыслу и поэтому урожай зерна определяли по метках на стенках своей квадратной зерновой ямы т.е. по расстоянию между метками. Удивительно, но валовый сбор зерна по Египту тоже определяли в локтях длины - по отметке на столбе в храме на берегу Нила, оставляемой водой при максимальном разливе. Урожай в Египте всецело определялся уровнем разлива Нила, а голод - его неразливом вообще, что иногда случалося. Из Библии известно, что изгнание (Исход) евреев из Египта было вызвано тем, что Нил неразливался 7 лет подряд... Чем Нил был для Египта, тем же Тигр и Евфрат были для обширного региона Западной Азии, где мы также видим, что ежегодный разлив был источником плодородия. Отличие было в том что Тигр и Ефрат разливалися всегда из-за весеннего таяния снегов на Иранском нагорье.

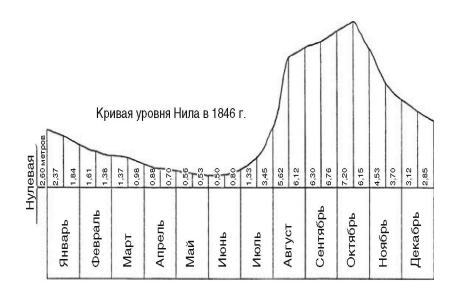


Рис. 1. Ежегодный подъем и спад Нила

Всегда в голод продовольствие длительного хранения становилось валютой. Зерно в условиях Сахары могло храниться тысячи лет, поэтому являлось идеальной валютой. Проблема была в том что, идя на рынок, не положишь ящик с зерном себе в карман как золотую монету. Возможно очень древние египтяне первоначально и таскали зерно на рынок в качестве денег, но это продолжалось недолго. К тому же деньги любят счет, даже если они товарные - требовалось давать зерном сдачу (отнимать), складывать на черный день (суммировать), а иногда делить и умножать т.е. вести валютные операции.

Предположительно, очень древние египтяне изобрели оригинальную валюту в зерновом эквиваленте, которую не требовалось считать. Повидимому из-за этого цифры к нам пришли не с Египта, а сами египтяне до последнего держались за рудимент пальцевого счета. Например цифра 9 даже во времена римлян записывалась как ||||||||, а не значком как у арабов. Такой же рудиментарной была основанная на иероглифах-пиктограммах египетская письменность. Ни в одной из пирамид до 5 династии не встречаются надписи, хотя в наше время каждый хочет там ее оставить.

метрология зерновой длины

Такое и в голову не сразу придет - египтяне вели счет зерновым мерам измеряя длину.

Гипотеза. На заре египетской цивилизации количество зерна измеряли в локтях кубических (зерновой мере) по длине стороны квадратного ящика, доверху заполненного зерном.

Что может быть проще? - измеряеш длину стороны ящика и знаешь сколько в тебя зерна. Для этого нужно было всего лишь унифицировать транспортировочную тару. Ящики под зерно должны быть квадратными, одинаковой высоты в 1 локоть и каждый должен вмещать целое число зерновых мер. Понятно что любое отклонение от прямоугольности уменьшало количество зерна в ящике, а увеличивало - превышение размера стороны. Это

открывало возможности для злоупотреблений при операциях с зерновой валютой - поэтому за углами и размерами следили специальные люди от фараона. Их называли веревочниками или "натягивателями веревок", по египетски - *гарпедонапты*. По видимому это была первая метрологическая служба в истории Homosapiens. Нетрудно представить скудный арсенал средств измерения и контроля, которым они могли располагать и с помощью которых затем были размечены пирамиды -

- 1. набор веревок для измерения длины;
- 2. шаблон прямого угла;
- 3. угольник;
- 4. набор колышек для разметки.
- 5. водяной уровень для горизонтирования песчаной площадки;
- 6. отвес для контроля вертикальности сторон тары, установленной на песчаной площадке.
 - 7. кусочки мела.

Понятно почему египтянам полюбилась веревка - мы ведь тоже предпочитаем рулетку, а не складывающийся метр. Выбор был удачный - веревка, помимо измерения длины, обладала другими возможностями. Вероятно изначально веревка размечалася узлами, а затем - кольцевымим делениями. Заметим, что не только египтяне запали на веревку с узлами. В империи инков для записи числовой информации использовалась узелковая система кипу, основанная на рудименте пальцевого счета - позиционной десятичной системе счисления.



Рис.2 веревочная печать гробницы Тутанхамона

веревочный штангенциркуль

Очевидно разметка веревки с помощью узлов не могла обеспечить необходимую точность, предъявляемую к средству измерения количества зерна по длине стороны ящика. Предположительно вместо отсчетных узлов на веревку красителем стали наносить

узкие кольцевые риски. Вероятней всего интервал в 1 локоть делили на 10 делений - сначала пополам, складывая веревку вдвое, а затем каждый полуинтервал еще на 5 делений, складывая впятеро. При такой разметке цена деления шкалы составляла десятую доли локтя, а длина деления шкалы (интервал) - 4.44 см. Такой интервал запросто можно было поделить еще раз на 10, что позволяло выйти на цену деления в сотую долю локтя при длине деления шкалы в 4.44 мм. Делить такой интервал дальше не представляется возможным ни тогда ни сейчас, разве что на два.

Есть подозрение, что древние египтяне все таки оперировали тысячными долями локтя. По крайней мере тренд на это реально существовал - длина минимального деления шкалы в 4.44 мм не могла обеспечить удовлетворительную погрешность в измерении длины т.е. количества зерна. Получить третий знак после запятой они могли только с помощью нониуса. Его изобретение приписывается Али ибн Сина (Авиценна), хотя наверное задолго до него египтяне знали как размечать нониусную шкалу. Напомним, нониусный способ отсчета основан на свойстве зрения точнее замечать совпадение делений, чем определять их относительное расположение между собой Шкала-нониус обычно имеет 10 делений, что и основная шкала, а по длине равна только 9 её делениям.

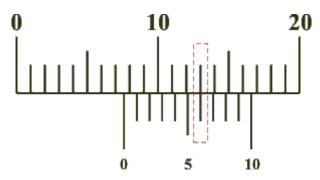


Рис.3. Принцип отсчета по нониусной шкале

Египтяне запросто могли нанести на вспомогательной веревке (доске) 10 делений на длине 0.9 локтя, а для большего удобства - 10 делений на длине 0.19 локтя. В последнем случае размер нониусной шклалы составит 0.19х44.4=8.436 см. Нетрудно представить как могли пользоваться веревочным штангенциркулем. Измеренную длину помечали мелом по шкале основной веревки. Затем рядом с ней натягивали вспомогательную нониусную веревку (дощечку), совмещая начальный штрих (0) шкалы нониуса с помеченным местом на основной шкале (см. Рис. 2). Совпадение штрихов на шкалах обеих веревок позволяло по нониусной шкале определить значение третьего знака после запятой в измеряемой длине (см. Рис. 2).

Очевидно, для профессиональных метрологов (гарпедонапты) веревки изготавливались в централизованном порядке. Для того чтобы они меньше растягивались и обладали высокой адгезией к красителям их по видимому чем-то пропитывали. Разметку вели цветными кольцевыми рисками по эталонах длины в 1 локоть, аттестованных по длине скипетра фараона. Предположительно в такой способ достигалась идентичность средств измерений длины (количества зерна) на всей территории Египта.

веревочные счеты

Гипотеза. Веревка с узлами у египтян служила не только рулеткой для определения длины, но и первым аналоговым вычислительным устройством, позволяющим выполнять сложение, вычитание, умножение и деление отрезков длины (чисел).

Мы этого никогда не узнаем, но вполне возможно, египтяне свои первые арифметические действия совершали не с числами, а с отрезками определенной длины. В их представлении настоящими числами, заслуживающими на обозначение, являлись соотношения длины определенных отрезков к единице измерения длины в 1 локоть. Затем, когда они осуществили прорыв и пришли к понятию "части", эти соотношения были перенесены с 1 локтя на 1 часть.

Сложения. Вероятно целые отрезки (числа) абстрактно продвинутые египтяне складывали в уме, а остальные - с помощью веревки. По ее шкале одно за другим откладывали два слагаемых числа как два отрезка длины. При этом значение первого числа (отрезка) заканчивалось на делении, являющимся началом отрезка другого числа. Общая длина двух отрезков определяла сумму двух слагаемых чисел.

Вычитание. Очевидно велось в обратном порядке сложению. Сначала от начала шкалы веревки отсчитывали деление, соответствующее по счету уменьшаемому числу т.е. отнимаемому отрезку. Затем от него в обратном направлении отсчитывали вычитаемое. Разница между двумя отрезками по длине определяла искомую разность.

Умножение. Предполагаемая шкала разметки веревки позволяла умножать любой отрезок (целый, дробный) в разы т.е. на целое число. Выглядело это так - по шкале веревки откладывали умножаемый отрезок, затем веревку складывалали по нему определенное множителем количество раз. Деление, на которое приходился последний изгиб, помечали мелом. Длина от начала веревки до отметки определяла искомый отрезок (число).

Деление. По шкале веревки задавали делимое - целое или дробное число. Для того чтобы уменьшить его в п раз и определить частное, веревку на этой длине складывали на п одинаковых отрезка. Длина отрезка в делениях шкалы давала искомое частное. К примеру - требуется 25 поделить на 5. Отсчитывали 25 деление, а затем от него до начала веревку складывали 5 раз равными отрезками. Длина каждого из них т.е. частное равнялась 5-ти делениям.

Счет по длине веревки позволял производить арифметические операции не только с целыми но и с дробными отрезками (числами). По существу египтяне, не подозревая об этом, первыми начали пользоваться позиционной системой чисел т.е. десятичными дробями. Конечно более удобной была бы разбивка шкалы веревки на 12 делений, но превозмогла традиция пальцевого счета....

Со временем египтяне перестали рассматривать числа как отрезки длины и веревка была вытеснена более удобными счетами. Современные счеты являются модернизацией египетского варианта абак. Представляют собой раму с нанизанными на спицы костяшками.

Справка. Аба́к (др.-греч. ἄβαξ, ἀβάκιον, лат. abacus — доска) — счётная доска, применявшаяся для арифметических вычисленийприблизительно с V века до н. э. в Древней Греции, Древнем Риме. Доска абака была разделена линиями на полосы. Счет осуществлялся с помощью размещенных в углублениях полос камушков. В 5 в. до н. э. в Египте вместо линий и углублений под камушки (шумеры, вавилоняне) использовали веревки (нити), натянутые на колышки с нанизанными камушками.



Рис.4 Счеты

прямоугольность

Для минимизации погрешности операций с зерновой валютой (товарными деньгами) требовалась определенная точность в изготовлении ящиков. Какой ящик сделаешь - столько туда и насыпешь. Все ящики, обслуживающие зерновую валюту, были квадратными, одинаковой высоты и с прямыми углами. Помимо этого каждый должен вмещать целое число зерновых мер в 1 локоть кубический. При изготовлении и последующих метрологических поверках требовалось измерять длину сторон и прямоугольность. Прямоугольность измеряли по разному - в горизонтальном сечении по разнице в длине диагоналей квадрата, как это практикуется до сих пор, а в вертикальной плоскости - по отклонению отвеса. В последнем случае с помощью водяного уровня готовилась горизонтальная площадка под ящик.

Очевидно египтяне знали, что длина диагонали квадратного ящика с длиной стороны в 1 локоть равна 1.414 ($\sqrt{2}$) локтя. Более того, они должны были установить - такое соотношение выполняется для всех без исключения квадратных ящиков. Возможно, с этого начинался прорыв в абстрактном мышлении, приведший египтян к понятию "части". Помимо этого они могли запросто открыть первую геометрическую прогрессию с знаменателем 2, изготовив ряд ящиков, в которых длина стороны каждого следующего равнялась диагонали предыдущего. В таком ящике вмещалося в два раза больше зерна

чем в предыдущем т.е. число зерновых мер закономерно удваивалось в каждом ящике, построенным по схеме диагональ-сторона - диагональ...

Зная об этом, египтяне могли унифицировать тару не по длине стороны, а по длине диагонали, взяв за единицу измерения зерна ящик с длиной стороны 1 локоть и диагональю 1.414 локтя ($\sqrt{2}$). В каждом следующем ящике диагональ равнялась - 2 локтя ($\sqrt{4}$), 2.828 локтя ($\sqrt{8}$), 4 локтям ($\sqrt{16}$ и т.д. Конечно так удобней чем по длине стороны, но все равно надо было давать сдачу т.е. требовалось производить обычные валютные операции.

Очевидно, в очень древних египтян возник тренд на нетоварную валюту, позволяющую не таскать ящики с зерном и обходиться без счета при проведении операций. Не может такого быть чтобы деньги не считали - скажете вы, нигде в хрониках этого нет. Ниже будет показано, что тренд мог быть реализован - для этого существовала объективная возможность. Грешно думать что египтяне ею не воспользовались. А то что в хрониках нет?! - так кто их составлял четыре тысячи лет до н.э! Письменности еще не было. Чтобы придти к деньгам, обеспеченными зерном, пришлось потаскать немало ящиков с зерном.

Справка. Золотые деньги в Древнем Египте появились лишь за 2 тысячелетия до н.э., а египетская цивилизация возникла за 5 тысяч лет до н.э.

теорема Пифагора

В один прекрасный момент случилось то, что рано или поздно должно было произойти - три квадратных ящика для зерна **одинаковой высоты** со сторонами **a=3, b=4 и c=5** локтя случайно расположили как показано на рис.1. И до этого знали, что при таком соотношении сторон зерно из двух меньших доверху и без остатка заполнит больший ящик. Но *кто-то* заметил - соседние стороны двух меньших ящиков образуют прямой угол.

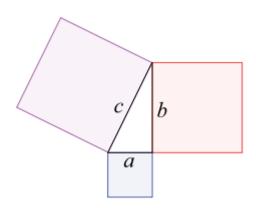


Рис.5. Ящики с зерном или теорема Пифагора

Это наблюдение кануло б в Лету, как и много раз до этого, если бы не тренд на определение суммарного количества зерна в двух ящиках. Под его давлением опыт по схеме рис. 5 многократно был повторен на ящиках с другими соотношениями сторон.

Результат был тот же - при прямом угле между сторонами больший ящик вмещает зерно двух меньших. Предположительно так был открыт способ сложения/вычитания количества зерна в двух ящиках. А вы что подумали? - о теореме Пифагора...

сложение $a^2 + b^2 = c^2$ вычитание $c^2 - a^2 = b^2$ вычитание $c^2 - b^2 = a^2$

Священными стали построение прямого угла "египетский треугольник" и его соотношение -"4/3". По нему размечена пирамида Хафра на плато Гизы arctg4/3=arctg1.333=53°10′- таков ее наклон. Ломаная пирамида Снофру в Дахшуре тоже первоначально строилась по такой же разметке - соотношению "4/3" т.е. с углом наклона 53 10.

Напомним, количество зерна египтяне определяли не площадью (a^2 , b^2 , c^2), а длиной стороны (a, b, c) либо диагонали ($a\sqrt{2}$, $b\sqrt{2}$, $c\sqrt{2}$) т.е тем, что они могли реально измерить. Сложить или вычесть зерно тогда значило одно - определить длину стороны (диагонали) ящика в котором оно могло поместиться после проведения операции. Схема с построением прямого угла, основанная на теореме Пифагора, позволяла решить эту задачу. Ее обслуживание вменялось натяжителям веревок, гарпедонаптам. О них Геродот упоминает как о людях профессионально занимавшихся построением прямого угла. Мориц Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство 3 2 + 4 2 = 5 2 было известно уже египтянам ещё около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора, **гарпедонапты,** или «натягиватели верёвок», строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

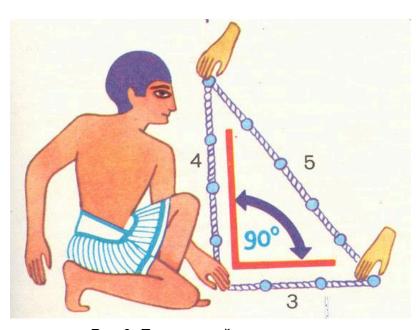


Рис.6. Египетский треугольник

Каждый египтянин, придя на базар, имел возможность с помощью гарпедонавтов произвести необходимые операции с товарной валютой. К его услугам предоставлялась натянутая ими схема с построением прямого угла. Нетрудно представить как все происходило. С помощью водяного уровня готовили ровную площадку. Затем специальную веревку в 12 узлов (делений) натягивали на три колышка таким образом чтобы получился "египетский треугольник" со сторонами 3, 4 и 5 узлов.

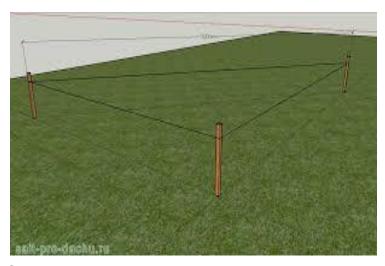


Рис. 7. Схема построения прямого угла на египетском базаре.

Три колышка задавали прямой угол. Затем ее снимали, а по направлениям, задающими прямой угол, натягивались веревки с разметкой под операции купли-продажи в нетоварной зерновой валюте.

веревочные деньги

С появлением схемы построения прямого угла уходят в прошлое ящики с зерном вместе с диагоналями. Их сменяют отрезки веревки равные по длине сторонам ящиков (a, b, c). Новая метрология повидимому очень импонировала древним египтянам (раннединастический период) - считать не требовалось, разве что на пальцах. Чтобы "подбить бабки" после совершения торговой операции, достаточно было подойти с отрезками веревок (a,b) к гарпедонаптам, обслуживающим схему построения прямого угла. Те, чтобы сложить, натягивали соответствующие отрезки веревок вдоль катетных веревок построения и помечали концы мелом. Затем между двумя отметками натягивали измерительную веревку для определения искомого отрезка c, являющегося суммой. Никто конечно этого не делал, но если бы захотел проверить, то в ящик со стороной c под завязку вместилось зерно с ящиков a и b.

Для получения "сдачи" т.е. вычитания, по одной катетной веревке построения откладывали отрезок **a** (вычитаемое) и помечали его длину. Затем от отметки натягивали отрезок **c** (уменьшаемое) до пересечения с другой катетной веревкой, определяя по ее делениям искомую разность - отрезок **b**.

Например, в двух одинаковых ящиках с длиной стороны **a=b**=1 локоть вмещается **c**=1.414 ($\sqrt{2}$) локтей зерна. Если к ящику 1.414 $\sqrt{2}$ локтя зерна добавляли ящик в 1 локоть, то в сумме получалось **c**=1.732 ($\sqrt{3}$) локтя зерна. Аналогично, в двух ящиках со сторонами 1 и 2 локтя суммарно содержалось **c**=2.236($\sqrt{5}$) локтя зерна, а в двух одинаковых ящиках **a=b**=1.414 ($\sqrt{2}$) вмещается 2 локтя зерна....

Денежных расчетов как и самих денег в Египте до появления золота (2 тисячелетия до н.э) не было - утверждает Википедия. Добавим от себя - и евреев не было, потому что они не селяться в стране где нет денег либо деньги веревочные. Между прочим синхронное появление в Египте евреев и денег в виде серебра-золота невольно приводит к мысли - не украинцы, а евреи были первыми гастербайтерами...

Никаких свидетельств нет, но предположение есть - до появления золота и серебра экономика Древнего Египта обслуживалась веревочными деньгами, которые и за деньги не считалися. Отрезок веревки длиной в 1 локоть являлся денежной единицей и мог быть конвертирован на всей территории Египта в 1 зерновую меру и наоборот. Также как и любая другая валюта веревочные деньги имели защиту от подделки в доступный на то время способ. Таковым могло быть окрашивание естественным красителем по технологии недоступной всем кроме гарпедонаптов и фараона. Кстати фараон имел статус гарпедонапта №1 (см. Рис.6) и носил одежду в цвете не позволительным для его подданых.



Рис. 8 Статуя Тутанхамона, найденная в гробнице <u>1332—1323 годах до н. э.</u> В одной руке держит шаблон прямого угла, в другой - меру измерения длины.

Плиний говорит - "В Египте применяют весьма примечательный способ окраски тканей. После отжима материала, имеющего первоначальный белый цвет, его пропитывают но не краской, а протравами, которые должны поглотить краску. После протравливания ткань, все еще не изменившую своего первоначального вида, погружают в котел с кипящей краской и тут же вынимают совершенно окрашенной. Интересно, хотя краска в котле одного цвета, когда ее вынимают отливает различными цветами, в зависимости от протрав которыми она была обработана. Краски эти никогда не линяют."

Из Википедии - "Обеспеченные (разменные, представительские) деньги — деньги, в роли которых выступают знаки или сертификаты, которые могут быть обменены по предъявлению на фиксированное количество определённого товара. Фактически обеспеченные деньги являются представителями товарных денег. Считается, что

первые обеспеченные деньги появились в Древнем Шумере, где для оплаты использовались фигурки овец и коз из обожжённой глины. Эти фигурки могли быть обменены по предъявлению на живых овец и коз.

последовательность Фибоначчи

Веревочные деньги обеспечивались зерном, а значит конвертировались по предьявлению. Известно что в американской денежной системе циркулируют банкноты номиналом 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 долларов. Соотношение между номиналами американской валюты сложилось исторически и не основано на удобной для запоминания арифметической или геометрической прогрессии. А зачем, если на банкноте все указано. Египтяне тоже должны были придти к удобным для обращения номиналам веревочной валюты. Но в отличии от американцев, у них номинал определялся не обозначением, а длиной отрезка веревки. Поэтому соотношения между отрезками-номиналами должны быть выстроеными по определенному алгоритму для того чтобы каждый, не напрягаясь, мог перейти с одного номинала на другой, сравнивая веревочные деньги по длине.

Геометрическая прогрессия не совсем подходила - удвоение длины отрезка приводило к учетверению количества зерна. Требовался другой алгоритм - тоже легкий для запоминания, но не столь стремительный как парабола. Более медленное нарастание могло дать сложение отрезков на схеме построения прямого угла.

- 1 номинал. Отрезок веревки в 1 локоть являлся номиналом веревочной валюты подобно 1 доллару. Мог быть получен при сложении (на построении прямого угла) отрезков с длинами 0 локтя и 1 локтя. Их сумма равна 1 локтю. Конвертировался в 1 зерновую меру. Другой отрезок в 1 локоть получался аналогично при сложении отрезков в 1 локоть и 0 локтя. Конвертировался в 1 зерновую меру.
- **2** номинал. Следующий номинал мог быть получен как результат сложении двух предыдущих отрезков в 1 локоть. Отложив по катетным сторонам построения прямого угла отрезки 1 локоть и 1 локоть, получим отрезок 1.414 ($\sqrt{2}$) локтя. Конвертировался в 2 зерновые меры.
- **3 номинал.** Мог быть получен по тому же алгоритму к полученному номиналу додавали предыдущий. Отрезки 1.414 ($\sqrt{2}$) локтя и 1 локоть дадут номинал 1.732 ($\sqrt{3}$) локтя. Конвертировался в 3 зерновые меры.
- **4 номинал.** Точно также 1.732 ($\sqrt{3}$) и 1.414 ($\sqrt{2}$) дадут 2.236 ($\sqrt{5}$). Конвертировался в 5 зерновых мер.
- **5** номинал. Аналогично 2.236 ($\sqrt{5}$) и 1.732 ($\sqrt{3}$) дадут 2.828 ($\sqrt{8}$). Конвертировался в 8 зерновых мер.
- **6 номинал.** 2.828 ($\sqrt{8}$) и 2.236 ($\sqrt{5}$) дадут 3.605 ($\sqrt{13}$). Конвертировался в 13 зерновых мер.
- **7 номинал.** 3.605 ($\sqrt{13}$) и 2.828 ($\sqrt{8}$) дадут 4.582 ($\sqrt{21}$). Конвертировался в 21 зерновых мер.

Неизвестно сколькими номиналами пользовались египтяне, но алгоритм их выстраивания очевиден - каждый следующий номинал получали при сложении двух предыдущих на схеме построения прямого угла -

$$0, 1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{13}, \sqrt{21}, \sqrt{34}...$$

Предположительно в такой способ древние египтяне получили линейку отрезков-номиналов веревочных денег. А вы о чем подумали! - **о последовательности Фибоначчи!?**.... Действительно, алгоритм такой же и свое "золотое сечение" имеется - $\sqrt{2}/1 \rightarrow \sqrt{3}/\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{5}/\sqrt{3} \rightarrow \sqrt{8}/\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{13}/\sqrt{8} \rightarrow \sqrt{21}/\sqrt{13} \rightarrow \sqrt{34}/\sqrt{21}... \rightarrow 1.272... = \sqrt{\phi}$, где ϕ - число Фибоначчи.

Из этого ряда видно, что чем длиннее отрезки, тем более точным становится соотношение между соседними номиналами веревочных денег $-\sqrt{\phi}$ =1.272... Назовем его "веревочным числом" или "веревочным сечением". Предположительно с него начиналась история "золотого сечения".

Египтяне числам предпочитали соотношения т.е. простую дробь. Степень ее приближения к числу определялась тем где соотношение применялось. Например, верьовочное число $\sqrt{\phi}$ =1.2720 можна представить дробью 5/4=1.25 и более точно - 14/11=1.2727. Египтяне свой выбор остановили на 5/4 и это можно доказать - пирамида Менкаура на плато Гизы размечена по нему. Ничего в этом удивительного нет - пользоваться соотношением 5/4 при определении номинала валюты намного удобнее чем 14/11. Это тот случай когда избыточная точность мешает.



Рис.9 Золотое сечение

Каждый мог легко прикинуть номинал, не прибегая к построению прямого угла, а лишь сравнивая деньги по длине, исходя из **c/b=b/a=5/4**. Т.е. если веревочную деньгу разбить на 5 частей, то меньший номинал будет равен 4 частям.

Соотношение "5/4", по которому определяли номиналы веревочных денег имело статус священного.

Именно по нему была произведена разметка пирамиды Менкаура с углом наклона $51^{\circ}20'$ =arctg5/4=arctg1.25, хотя знали более точное приближение к веревочному числу $\sqrt{\phi}$ =1.272 - соотношение 14/11. Разметка по нему давала такой же наклон как у пирамиды Хеопса - $51^{\circ}50'$.

Египтяне свободно конвертировали свои веревочные деньги в зерно и наоборот - за этим шли на ближайший склад-амбар фараона. Очевидно, намного удобней получать зерно по длине отрезков, а потреблять по числу зерновых мер. При конвертации дробные отрезки-номиналы превращались в целые числа зерновых мер. Это легко можно было установить, пересыпав зерно из ящика посредством зерновой меры. Например в ящике с длиной стороны 2.236 локтя ($\sqrt{5}$) вмещается 5 зерновых мер. Таким образом было установлено соответствие между последовательностью веревочных номиналов и рядом целых чисел зерновых мер - 0, 1, 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{34}$и 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.... и найдено настоящее "золотое сечение" - 2/1 \rightarrow 3/2 \rightarrow 5/3 \rightarrow 8/5 \rightarrow 13/8 \rightarrow 21/13 \rightarrow 34/21... \rightarrow 1,618 = φ .

Нетрудно реконструировать в какой способ это было проведено. Обозначим **A**, **B**, **C** количество зерна в ящиках с длинами сторон равными соседним отрезкам-номиналам веревочной валюты, соответственно - **a b**, **c**. Зерно из ящика **C** разделили сначала на 10 одинаковых кучек (частей), а затем каждую еще раз поделили на 10. Для этого была подобрана или изготовлена чаша, вмещающая сотую часть зерна ящика **C**. С ее помощью зерно из ящиков **A** и **B** рассыпали на кучки. Тоже получилось 100 кучек зерна, только последняя кучка из ящика **A** была больше за остальные, а последняя кучка из ящика **B** - на столько же меньше. Ну и что, скажете вы - теорема Пифагора!

Нюанс был в том, что кучки из обеих ящиков расположили на одной линии и с одинаковым интервалом между собой. Очевидно, при таком расположении последняя большая кучка из ящика $\bf A$ будет 38-й по счету. Т.е. зерно в ящиках $\bf A$ и $\bf B$ (стороны $\bf a$ и $\bf b$) соотносится между собой - 62% до 38% , а зерно ящика $\bf C$ и ящика $\bf A$ - 100% до 62%. Поделив, получим число - 62/38 \rightarrow 100/62 \rightarrow 1.618.. = $\bf \Psi$. Как всегда нашелся *Кто-то*, увидевший за кучками зерна отрезки, поделенные в соотношении - 62/38 и 100/62. Возможно так пришли к "золотому сечению" между отрезками длины (см. рис.7).

Соотношения 100/62 задает золотое сечение число \mathcal{L} . Естественно пользовались более простой пропорцией - 100/62, 50/31, 25/15, **5/3**.

Священным соотношением 5/3 определяли конвертацию в зерно по двум соседним номиналам верьовочных денег.

Удивительные деньги придумали египтяне - не надо считать и даже измерять. Единственное неудобство - требовалась схема построения прямого угла. С установлением номиналов веревочной валюты измерительные веревки, натянутые по сторонам прямого угла, уже были не нужны. Требовалось не измерять, а прикидывать размеры на глаз. Повидимому для удобства их заменил на веревки с узлами, Расположение каждого узла определяло целое число зерновых мер - 0, 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, 3, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$... Узлы, задающие положение отрезков-номиналов веревочной валюты, окрашивали, выделяя среди остальных.

ПЛАН МЕМОРИАЛА ДЖОСЕРА

принцип взаимопроникающих подобий

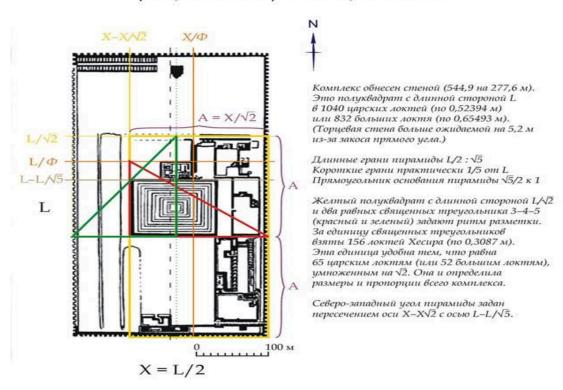


Рис. 10. Использование "золотого сечения" - Φ , веревочных номиналов - $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ в разметке мемориала Джосера

Несомненно египтяне в очередной раз испытали трепет, обнаружив еще одно священное построение на прямом угле. *Кем-то* было подмечено, что если на построении прямого угла по одной стороне отложить 1 локоть или 1 часть (\mathbf{a}), а на другой - отрезок в 1.272 ($\sqrt{\phi}$) раза больший (\mathbf{b}), то гипотенузная сторона \mathbf{c} будет составлять 1.618 (ϕ) отрезка \mathbf{a} . Из построения следуют два священных соотношения - $\sqrt{\varphi}$ /1 и $\sqrt{\varphi}$ /1.

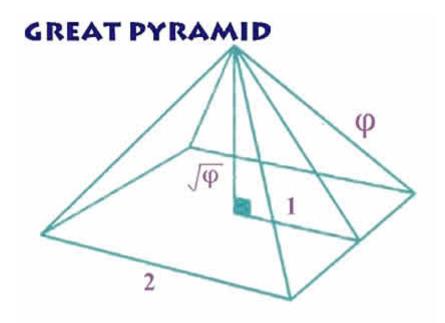


Рис 11. Священное построение на прямом угле

При трансляции в теорему Пифагора:

$$1 + (\sqrt{\varphi})2 = \varphi^2$$

Несколько тысяч лет спустя стало известно, что ϕ - иррациональное алгебраическое число является положительным решением квадратного уравнения $X_2 - X - 1 = 0$

$$\varphi$$
2- φ = 1 или 1 + $(\sqrt{\varphi})$ 2 = φ 2

Предположительно, решение квадратного уравнения было получено на построении прямого угла путем сложения. Взяв за 1 локоть (часть) отрезок на одной стороне а на другой отложив отрезок равный "веревочному числу $\sqrt{\phi}$ =1.272.. получали длину гипотенузной стороны ϕ =1.618...

Соотношение "14/11" ($\sqrt{\phi}$ /1=1.272), устанавливающее связь между "веревочным числом и "золотым сечением" на построении прямого угла, имело статус священного.

Наклон пирамиды Хеопса (51°50') выставлен по соотношению "14/11" - arctg14/11=arctg1.272= 51°50'.

часть

Неразливы Нила всегда были неожиданными. К этому готовились заблаговременно - строили амбары с зернохранилищами, акумулируя в них большие запасы зерна. Из-за жаркого и засушливого климата Египта хранилища с зерном обустраивали в земле (http://drevniy-egipet.ru/v-egipte-nashli-drevnejshie-zernoxranilishha/), выкладывая стенки и дно обработанными пластинами песчаника. Затем их стали сооружать над землей с тем чтобы сверху засыпать зерно, а снизу отбирать, приоткрывая заслонку.

Изначально первые хранилища для больших партий зерна тоже строили квадратными. Из-за больших габаритов неизбежно должна была возникнуть проблема подсчета количества зерна - египтяне могли "утонуть" в больших числах на построениях прямого угла. И опять нашелся *Кто-то*, заметивший - соотношения при построении на

прямом угле остаются прежними, если вместо 1 локтя брать 1 часть. Меняется только количество зерна. Например, 1 часть составляет 10 локтей. В такой яме глубиной в 1 локоть будет 100 зерновых мер. Длина стороны ямы, вмещающей зерно из двух таких ям, будет равна $\sqrt{2}$ части и будет вмещать 200 зерновых мер и т.д.

Придя к понятию "*части*", египетяне взяли еще один рубеж на пути к абстрактному мышлению, который оказался тупиковым. Потому что привел к математике, в центре которой была не цифра, а соотношение т.е правильные дроби.

Для квадратных засеков под зерно требовалась квадратная крыша. Длина амбара могла быть какой угодно, но ширина всегда ограничивалась длиной деревянного перекрытия. Решение было найдено - стали сооружать ямы или засеки типу "двойной квадрат", в которых длина в 2 раза больше за ширину.

И снова *Кто-то* заметил, что если длины сторон зерновой ямы измеряются соседними числами ряда Фибоначчи, то подсчет зерна в ней сводится к сложению привычных "квадратов". Пара свойств чисел последовательности Фибоначчи дает такую возможность -

1. Сумма квадратов чисел ряда Фибоначчи выражается через произведение двух соседних членов того же ряда:

$$S_n \cdot S_{n+1} = S_1^2 + S_2^2 + ... + S_n^2$$

2. Квадрат каждого члена ряда Фибоначчи, уменьшенный на произведение предшествующего и последующего членов, дает попеременно то +1, то —1. Например:

$$2^{2}-1\cdot 3=+1,$$
 $3^{2}-2\cdot 5=-1,$
 $5^{2}-3\cdot 8=+1,$
 $5^{$

Вероятно в такой способ удалось уйти от обязательных квадратов. Распространение получили прямоугольные засеки с габаритами, выбранными из ряда чисел Фибоначчи - шириной \mathbf{S}_n и длиной \mathbf{S}_{n+1} , либо шириной \mathbf{S}_{n-1} и длиной \mathbf{S}_{n+1} . В такой способ удавалось свести прямоугольник к привычному квадрату и считать зерно в локтях по длине стороны "приведенного квадрата". При подсчете зерна по второму свойству нужно вносить поправку - додавать или отнимать одну зерновую меру.

Например, в яме габаритом 5х8 локтей вместится: 5 локтей (25 зерновых мер) + 3 локтя (9 зерновых мер) + 2 локтя (4 зерновые меры) + 1 локоть (1 зерновая мера) +1 локоть (1

зерновая мера) +0. Итого: 40 зерновых мер. Так как зерно измерялось веревочной мерой, то алгоритм сложения на построении прямого угла мог быть следующим - $\sqrt{25}$ + $\sqrt{9} \rightarrow \sqrt{34}$ + $\sqrt{4} \rightarrow \sqrt{38}$ +1 $\rightarrow \sqrt{39}$ + 1 \rightarrow Благодаря этому свойству прямоугольник 5х8 локтей сводится к квадрату с длиной стороны равной $\sqrt{40}$.



Рис 12. Модель зернохранилища с многочисленными писцами и рабочими, Среднее царство, правление Аменемхата I. Гробница Мекетре, Фивы. Музей Метрополитен.

Во времена Срединного царства египтяне перешли к сооружению больших зернохранилищ в виде элеваторных башен круглой или квадратной формы, позволяющие сохранять зерно без порчи от плесени, грызунов и насекомых (см. Рис.)



Puc.13. Granary. Terracotta model. Middle Kingdom (19th-18th BCE), Egypt.



Puc. 14. Granary. Terracotta model. Middle Kingdom (2065-1785 BCE), Egypt

Представляется, что проблема с определением количества зерна в цилиндрической башне была решена египтянами в привычный для них способ - через соотношение.

число П

Значение числа π запросто определяли через соотношение между длиной окружности и диаметром $L=\pi D$. Для этого достаточно было опоясать измерительной веревкой цилиндрическую корзину или башню диаметром D, а затем на полученной длине L отметить отрезок в 3 D. Оставшуюся часть - 0.14 D измеряли с помощью отрезка веревки длиной D, разбитого на 100 делений.

Число т задавались священным соотношением - 22/7=3.14

Согласитесь, сооружение круглой элеваторной башни или цилиндрической корзины намного технологичней чем квадратной. Из-за этого у египтян возник дисонанс или дискомфорт - зерно переносили и хранили в цилиндрических корзинах (башнях), а его количество определяли по стороне квадрата. Требовалось найти соотношение, позволяющее легко переходить от одной формы хранилища одной к другой - такой же высоты и размера (диаметра).

Поступили как всегда просто - зерно из квадратного ящика с длиной стороны D пересыпали в корзину цилиндрической формы с длиной диаметра D. Естественно, не все зерно поместилося в корзину, потому что мы знаем - D^{-2} больше $\pi D^{-2}/4$. Чтобы узнать сколько вошло, зерно из квадратного ящика делили на 4 равные части. Затем, еще раз поделив одну часть на 100 одинаковых кучек зерна, подобрали глиняную чашу,

вмещающую 1 кучку. Возможно так было найдено еще одно священное соотношение - в цилиндрической корзине вмещалося 314 кучек зерна + еще совсем маленькая кучка.

Количество зерна, в ящиках-башнях квадратной и цилиндрической формы одинаковых по высоте и с длиной стороны равной диаметру, соотносится как 400/314 или $4/\pi$. Если вместо π подставить 22/7, то получим еще одно священное соотношение $4/\pi=4x7/22=14/11$.

Соотношение "14/11"=4/π, позволившие египтянам "переходить" от куба к цилиндру (квадрата к кругу) являлось священным.

В рейтинге священных соотношений занимало верхнюю строчку - по "14/11" = 4/ π размечена пирамида Хеопса (arctg14/11=51 50 - угол пирамиды). Удивительным является то, что она могла быть размечена по другому священному соотношению - $\sqrt{\phi}$ /1=1.272=14/11. Трудно определить какое соотношение было выбрано фараоном - возможно оба.

"двойной квадрат"

Двойным квадратом назывался прямоугольник, состоящий из двух одинаковых квадратов. С его помощью на широте Гизы по восходу Солнца в День летнего солнцестояния, на стадии разметки (проектирования), пирамиды ориентировали по сторонам света. Построение "двойной квадрат" являлось священной геометрической фигурой. Оба соотношения катетов - "1/2" и "2/1" тоже считались таковыми.

$$1/2 = tg\Delta = 0.5$$
 arctg $0.5 = 26^{\circ}34'$

Под таким азимутальным углом относительно направления Восток-Запад случайным (божественным) образом на широте Гизы восходит Солнце в День летнего солнцестояния. Предположительно в этот День производилась разметка пирамид и храмов Египта. Фараон лично вместе с жрицею натягивали веревку длиной √5 частей между двумя столбами по направлению на точку восхода Солнца. Это была гипотенуза. Третьим столбом, веревку длиной в 3 части, делили на катеты в соотношении 1/2. В такой способ получали прямоугольный треугольник с направлением гипотенузы на зарю, а катетов - один на восток, другой на север.

Запись о строительстве храма в Иуну (Гелиополе) - «Поднялся царь, украшенный своим ожерельем и венцом с перьями; весь мир последовал за ним, и величество Аменемхета [первого царя XII династии]. Херихеб прочел священный текст во время натягивания измерительной веревки и закладки камня на участке земли, выбранном для этого храма».

Далее царь направлялся к месту строительства храма в мифическом сопровождении богини Сешат, которая звалась «госпожой закладки краеугольного камня».



Рис.15. Церемония закладки пирамиды фараоном и жрицей

Гипотеза. Ориентация египетских пирамид по сторонам света задавалась при разметке по направлению на восход Солнца в День летнего солнцестояния с помощью построения "двойной квадрат".

Наклон угла в 26°34′ явно недостаточный для постройки пирамид, поэтому пользовались обратным соотношением "2/1" -

$$2/1 = tg\Delta = 2$$
 arctg 2 = 63°26'

В позднединастический период возникла настоящая мода на строительство святилищ и пирамид царицы с этим углом наклона.

гипотетические выводы

В Древнем Египте количество зерна измеряли по длине стороны квадратного в основании ящика.

Единицей измерения зерна являлась зерновая мера т.е. ящик-куб с размером в 1 локоть.

На всей территории царства тара под зерно была унифицирована по геометрии (ящик-квадрат) и по размерам - одинаковой высоты.

Веревка для египтян являлась не только средством измерения длины, но и аналоговым вычислительным устройством для проведения основных арифметических операций.

Измеряя веревкой длину стороны ящика с зерном, определяли количество содержимого.

Постепенно отрезки веревки из средства измерения превратилась в конвертируемую в зерно нетоварную денежную единицу,

Операции с верьовочнымы деньгами - суммирование и уменьшение, основывались на теореме Пифагора и производились на построении прямого угла.

Верьовочные деньги представляли собой отрезки веревки определённой длины - номиналы и были защищены специальным окрашиванием.

Номиналы верьовочных денег были выстроены по длине отрезков "веревочной" последовательности чисел Фибоначчи. Соответствующее им количество зерновых мер - по настоящей последовательности Фибоначчи.

Первым золотым сечением являлось "верьовочное" сечение равное $\sqrt{\phi}$, где ϕ - число Фибоначчи.

Соотношение $\sqrt{\phi}/1$ =5/4 "зашито" в угол наклона пирамиды Менкаура (51°20') и имело статус священного.

На построении прямого угла египтянами установлено связь между верьовочным и настоящим золотым сечениями ($\sqrt{\varphi}$)2+1= φ 2 - теорема Пифагора.

По священному соотношению"1/2" построения "двойной квадрат", на восхода Солнца в День летнего солнцестояния на широте Гизы при разметке (проектированию), фараон выставлял основание будущей пирамиды точно по сторонам света.

По другому священному соотношению "двойного квадрата"- "2/1" или углу arctg2/1=63°26' размечена группа египетских пирамид.

Свойства чисел Фибоначчи использовались для определения количества зерна в хранилищах прямоугольной формы $S_n \cdot S_{n+1} = S_1^2 + S_2^2 + ... + S_n^2$

Пересыпая зерно из цилиндра диаметром D в квадратный ящик с длиной стороны D и такой же высоты, было установлено священное соотношение - 4/π=14/11. По нему была размечена пирамида Хеопса (arctg14/11=51° 50')

Само число π могло быть получено либо через зерно, пересыпанное из квадратного в цилиндрический ящик, либо путем измерения веревкой длины окружности цилиндра π=3.14=22/7

Измеряя зерно по длине, египтяне пришли к понятию "части", ставшему центральным в их математике. Вместо чисел ее предметом стали соотношения. Имевшие прикладное значение стали священными. По ним производилась разметка (проектирование) пирамид, храмов и зданий.

Как оказалось это был тупик - как в математике так и в пирамидах.