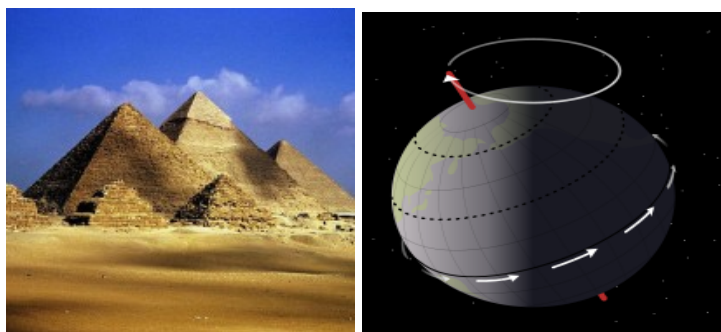


ЕГИПЕТСКАЯ ВЕРЬОВКА



“У істини проста мова”

Григорій Сковорода

валюта

Египетская цивилизация была “зерновой”. Все на берегах Нила благоприятствовало ей - заливные земли с ежегодно возобновляемым плодородием, оптимальные климатические условия для длительного хранения зерна, высокая урожайность зерновых культур позволяла запасаться впрок, перестраховываясь в случае нерозлива Нила. На зерне основывалась кормовая база для содержания одомашненного скота. Зерно в первых цивилизациях являлось не только идеальным продуктом, но по существу валютой, подобно самогону в селе после войны. Тогда в колхозе вместо денег насчитывали трудодни, конвертируемые затем в зерно. Так как денег в обиходе почти не было, то их в голодные годы замещало зерно, а в урожайные - самогон. Моя тетка постоянно гнала самогон т.е. была валютчицей. За это могли посадить, поэтому дядько, обеспечивая прикрытие, постоянно пил с местным сексотом КГБ. Производимую валюту закапывала на огороде. Сверху бросалась старая шина с трактора, чтобы доставая не разбить. В ходу имелись и 50-литровые сулии, но счет вела по 10 литровым. Напомним, такой способ измерения количества самогона основывается на внесистемной единице 1 литра, равной 1 кубическому дециметру, единицей объема в СИ является [кубический метр](#) (м³).

зерновая мера

В этом тетка очень напоминала древних египтян. Те тоже “взвешивали” зерно по объему наполненной тары с той лишь разницей, что вместо 10 литровой сулии у них в ходу был ящик сплетенный из тростника и обшитый изнутри кожей.

В важной для археологов гробнице фараона Джосера, правившего в начале Третьей династии, обнаружили нарисованный на стене набор из четырнадцати деревянных и кожаных кадок с делениями для измерения объема необходимого налога.

На заре своей цивилизации египтяне понятие не имели о площади квадрата и объеме куба. Они же не дураки - как можно определять то, чего нет... Зато могли измерять длину стороны ящика, наполненного зерном.

В Египте имели хождение две единицы измерения длины, основанные на антропометрии - египетский локоть и царский локоть. До объединения Египет состоял из двух государств Верхнего и Нижнего Египта. Локоть измерялся от стола до кончика вытянутого среднего пальца. По видимому в двух Египтах люди отличались ростом, потому что египетский локоть равен 44.4 см, а царский - 52.5 см.

Уже тогда под измерением понимали совокупность операций для определения отношения одной (измеряемой) величины к другой однородной величине, принятой всеми участниками за единицу. Эталоном единицы измерения длины являлась золотая трость фараона, с которой его изображали на многих барельефах. В дальнейшем трансформировалась в скипетр или посох, став повсеместно символом светской и, соответственно, церковной власти. Общепринято вести их происхождение от палки пастуха...Вопросов нет - было время что египтяне “взвешивали” зерно по объему тары, в которую засыпалось. Но как они это делали, имея в своем распоряжении только единицу измерения длины?

Никакой загадки нет - скажете вы - египтяне пользовались “зерновой мерой”, подобно моей тетке с сулией в 10 литров. Только вместо ее у них в ходу был ящик-куб с длиной стороны в 1 локоть. Его содержимое являлось единицей измерения зерна т.е. зерновой мерой.

Очевидно, только вначале очень древние египтяне пересыпали зерно через ящик-куб, считая зерновые меры. Затем стало не хватать пальцев на руках и ногах... Люди были проще, ближе к природе и здравому смыслу и поэтому урожай зерна определяли по меткам на стенках своей квадратной зерновой ямы т.е. по расстоянию между метками. Удивительно, но валовый сбор зерна по Египту тоже определяли в локтях длины - по отметке на столбе в храме на берегу Нила, оставляемой водой при максимальном разливе. Урожай в Египте всецело определялся уровнем разлива Нила, а голод - его неразливом вообще, что иногда случалось. Из Библии известно, что изгнание (Исход) евреев из Египта было вызвано тем, что Нил неразливался 7 лет подряд... Чем Нил был для Египта, тем же Тигр и Евфрат были для обширного региона Западной Азии, где мы также видим, что ежегодный разлив был источником плодородия. Отличие было в том что Тигр и Евфрат разливались **всегда** из-за весеннего таяния снегов на Иранском нагорье.

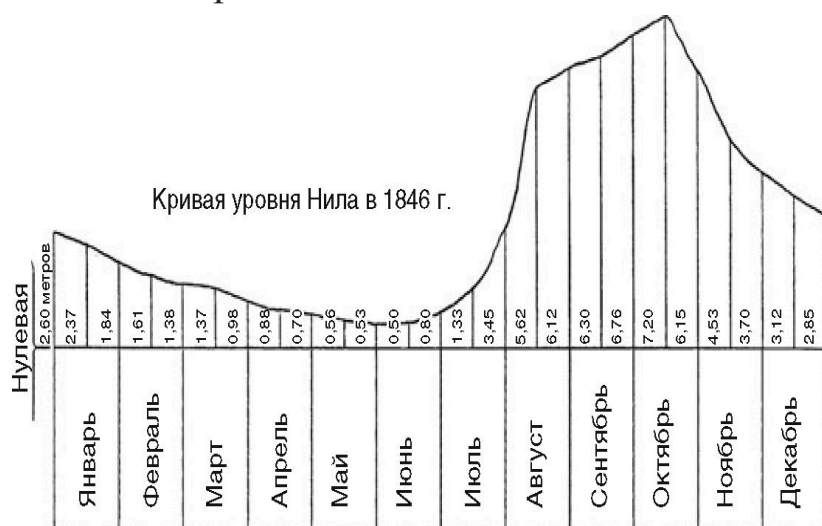


Рис. 1. Ежегодный подъем и спад Нила

Всегда в голод продовольствие длительного хранения становилось валютой. Зерно в условиях Сахары могло храниться тысячи лет, поэтому являлось идеальной валютой. Проблема была в том что, идя на рынок, не положишь ящик с зерном себе в карман как золотую монету.

Возможно очень древние египтяне первоначально и таскали зерно на рынок в качестве денег, но это продолжалось недолго. К тому же деньги любят счет, даже если они товарные - требовалось давать зерном сдачу (отнимать), складывать на черный день (суммировать), а иногда делить и умножать т.е. вести валютные операции.

Предположительно, очень древние египтяне изобрели оригинальную валюту в зерновом эквиваленте, которую не требовалось считать. Повидимому из-за этого цифры к нам пришли не с Египта, а сами египтяне до последнего держались за рудимент пальцевого счета. Например цифра 9 даже во времена римлян записывалась как |||||, а не значком как у арабов. Такой же рудиментарной была основанная на иероглифах-пиктограммах египетская письменность. Ни в одной из пирамид до 5 династии не встречаются надписи, хотя в наше время каждый хочет там ее оставить.

метрология зерновой длины

Такое и в голову не сразу придет - египтяне вели счет зерновым мерам измеряя длину.

Гипотеза. На заре египетской цивилизации количество зерна измеряли в локтях кубических (зерновой мере) по длине стороны кубического ящика, доверху заполненного зерном.

Что может быть проще? - измеряешь длину стороны ящика и знаешь сколько в тебя зерна. Для этого нужно было всего лишь унифицировать транспортировочную тару. Ящики под зерно должны быть **квадратными** высотой в 1 локоть и каждый должен вмещать целое число зерновых мер. Понятно что любое отклонение от прямоугольности уменьшало количество зерна в ящике, а увеличивало - превышение размера стороны.

Это открывало возможности для злоупотреблений при операциях с зерновой валютой - поэтому за углами и размерами следили специальные люди от фараона. Их называли веревочниками или “натягивателями веревок”, по египетски - *гарпедонапты*. По видимому это была первая метрологическая служба в истории *Homo sapiens*. Нетрудно представить скудный арсенал средств измерения и контроля, которым они могли располагать и с помощью которых затем были размечены пирамиды -

1. набор веревок для измерения длины;
2. шаблон прямого угла;
3. угольник;
4. набор колышек для разметки.
5. водяной уровень для горизонтирования песчаной площадки;
6. отвес для контроля вертикальности сторон тары,
7. кусочки мела.

Понятно почему египтянам понравилась веревка - мы ведь тоже предпочитаем рулетку, а не складывающийся метр. Выбор был удачный - веревка, помимо измерения длины, обладала другими возможностями.



Рис.2 веревочная печать гробницы Тутанхамона

Очевидно разметка веревки с помощью узлов не могла обеспечить необходимую точность, предъявляемую к средству измерения количества зерна по длине стороны ящика. Предположительно вместо отсчетных узлов на веревку красителем стали наносить узкие кольцевые риски. Очевидно, для профессиональных метрологов (гарпедонапты) веревки изготавливались в централизованном порядке. Для того чтобы они меньше растягивались и обладали высокой адгезией к красителям их по видимому чем-то пропитывали. Разметку вели цветными кольцевыми рисками по эталонах длины в 1 локоть, аттестованных по длине скипетра фараона. Предположительно в такой способ достигалась идентичность средств измерений длины (количества зерна) на всей территории Египта.

веревочные счеты

Гипотеза. Вербка с узлами у египтян служила не только рулеткой для определения длины, но и первым аналоговым вычислительным устройством, позволяющим выполнять сложение, вычитание, умножение и деление отрезков длины (чисел).

Мы этого никогда не узнаем, но вполне возможно, египтяне свои первые арифметические действия совершали не с числами, а с отрезками определенной длины. В их представлении настоящими числами, заслуживающими на обозначение, являлись соотношения длины определенных отрезков к единице измерения длины в 1 локоть. Затем, когда они осуществили прорыв и пришли к понятию “части”, эти соотношения были перенесены с 1 локтя на 1 часть.

прямоугольность

Для минимизации погрешности операций с зерновой валютой (товарными деньгами) требовалась определенная точность в изготовлении ящиков. Какой ящик сделаешь - столько туда и насыпешь. Все ящики, обслуживающие зерновую валюту, были квадратными, одинаковой высоты

и с прямыми углами. Помимо этого каждый должен вмещать целое число зерновых мер в 1 локоть кубический. При изготовлении и последующих метрологических поверках требовалось измерять длину сторон и прямоугольность. Прямоугольность измеряли по разному - в горизонтальном сечении по разнице в длине диагоналей квадрата, как это практикуется до сих пор, а в вертикальной плоскости - по отклонению отвеса. В последнем случае с помощью водяного уровня готовилась горизонтальная площадка под ящик.

Очевидно египтяне знали, что длина диагонали квадратного ящика с длиной стороны в 1 локоть равна $1.414 (\sqrt{2})$ локтя. Более того, они должны были установить - такое соотношение выполняется для всех без исключения квадратных ящиков. Возможно, с этого начинался прорыв в абстрактном мышлении, приведший египтян к понятию “части”. Помимо этого они могли запросто открыть первую геометрическую прогрессию с знаменателем 2, изготовив ряд ящиков, в которых длина стороны каждого следующего равнялась диагонали предыдущего. В таком ящике вмещалось в два раза больше зерна чем в предыдущем т.е. число зерновых мер закономерно удваивалось в каждом ящике, построенным по схеме диагональ-сторона - диагональ...

Зная об этом, египтяне могли унифицировать тару не по длине стороны, а по длине диагонали, взяв за единицу измерения зерна ящик с длиной стороны 1 локоть и диагональю 1.414 локтя ($\sqrt{2}$). В каждом следующем ящике диагональ равнялась - 2 локтя ($\sqrt{4}$), 2.828 локтя ($\sqrt{8}$), 4 локтям ($\sqrt{16}$ и т.д. Конечно так удобней чем по длине стороны, но все равно надо было давать сдачу т.е. требовалось производить обычные валютные операции.

Очевидно, в очень древних египтян возник тренд на нетоварную валюту, позволяющую не таскать ящики с зерном и обходиться без счета при проведении операций. Не может такого быть чтобы деньги не считали - скажете вы, нигде в хрониках этого нет. Ниже будет показано, что тренд мог быть реализован - для этого существовала объективная возможность.

Грешно думать что египтяне ею не воспользовались. А то что в хрониках нет?! - так кто их составлял четыре тысячи лет до н.э! Письменности еще не было. Чтобы придти к деньгам, обеспеченными зерном, пришлось потаскать немало ящиков с зерном.

Справка. Золотые деньги в Древнем Египте появились лишь за 2 тысячелетия до н.э., а египетская цивилизация возникла за 5 тысяч лет до н.э.

теорема Пифагора

В один прекрасный момент случилось то, что рано или поздно должно было произойти - три квадратных ящика для зерна **одинаковой высоты** со сторонами **$a=3$, $b=4$ и $c=5$** локтя случайно расположили как показано на рис.1. И до этого знали, что при таком соотношении сторон зерно из двух меньших доверху и без остатка заполнит больший ящик. Но *кто-то* заметил - соседние стороны двух меньших ящиков образуют прямой угол.

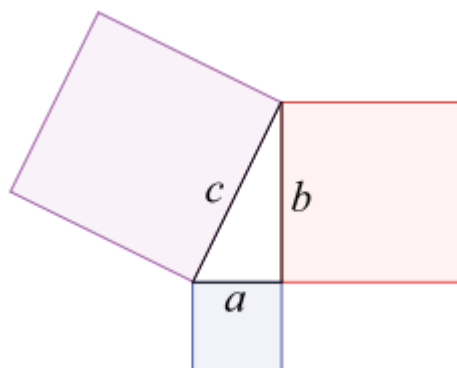


Рис.5. Ящики с зерном или теорема Пифагора

Это наблюдение кануло в Лету, как и много раз до этого, если бы не тренд на определение суммарного количества зерна в двух ящиках. Под его давлением опыт по схеме рис. 5 многократно был повторен на ящиках с другими соотношениями сторон. Результат был тот же - при прямом угле между сторонами больший ящик вмещает зерно двух меньших. Предположительно так был открыт способ сложения/вычитания

количества зерна в двух ящиках. А вы что подумали? - *о теореме Пифагора...*

сложение $a^2 + b^2 = c^2$

вычитание $c^2 - a^2 = b^2$

вычитание $c^2 - b^2 = a^2$

Напомним, количество зерна египтяне определяли не площадью (a^2 , b^2 , c^2), а длиной стороны (a , b , c) либо диагонали ($a\sqrt{2}$, $b\sqrt{2}$, $c\sqrt{2}$) т.е тем, что они могли реально измерить. Сложить или вычесть зерно тогда значило одно - определить длину стороны (диагонали) ящика в котором оно могло поместиться после проведения операции. Схема с построением прямого угла, основанная на теореме Пифагора, позволяла решить эту задачу. Ее обслуживание вменялось натяжителям веревок, гарпедонаптам. О них Геродот упоминает как о людях профессионально занимавшихся построением прямого угла. Мориц Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$ было известно уже египтянам ещё около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора, **гарпедонапты**, или «натягиватели верёвок», строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.

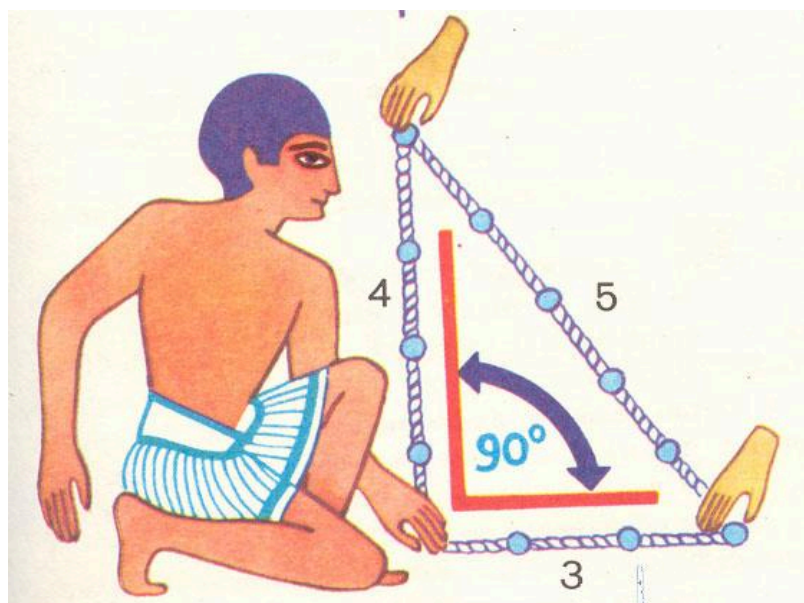


Рис.6. Египетский треугольник

Каждый египтянин, придя на базар, имел возможность с помощью гарпедонавтов произвести необходимые операции с товарной валютой. К его услугам предоставлялась натянутая ими схема с построением прямого угла. Нетрудно представить как все происходило. С помощью водяного уровня готовили ровную площадку. Затем специальную веревку в 12 узлов (делений) натягивали на три колышка таким образом чтобы получился “египетский треугольник” со сторонами 3, 4 и 5 узлов.

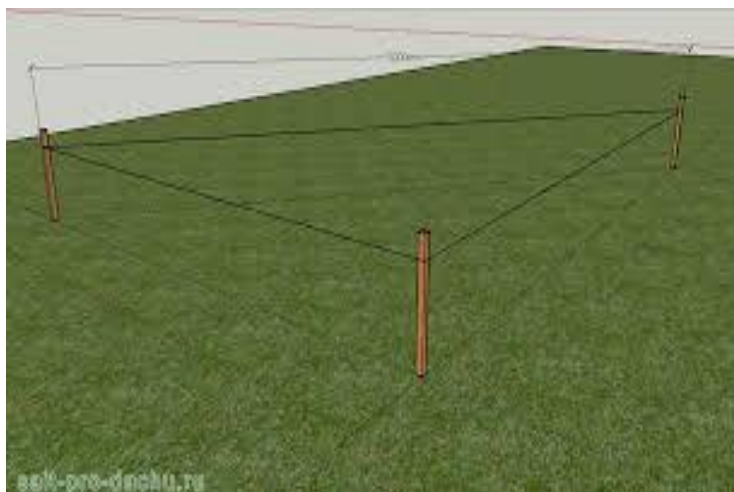


Рис. 7. Схема построения прямого угла на египетском базаре.

Три колышка задавали прямой угол. Затем ее снимали, а по направлениям, задающими прямой угол, натягивались веревки с разметкой под операции купли-продажи в нетоварной зерновой валюте.

веревочные деньги

С появлением схемы построения прямого угла уходят в прошлое ящики с зерном вместе с диагоналями. Их сменяют отрезки веревки равные по длине сторонам ящиков (**a**, **b**, **c**). Новая метрология повидимому очень импонировала древним египтянам (раннединастический период) - считать не требовалось, разве что на пальцах. Чтобы “подбить бабки” после

совершения торговой операции, достаточно было подойти с отрезками веревок (**a**,**b**) к гарпедонаптам, обслуживающим схему построения прямого угла. Те, чтобы сложить, натягивали соответствующие отрезки веревок вдоль катетных веревок построения и помечали концы мелом. Затем между двумя отметками натягивали измерительную веревку для определения искомого отрезка **c**, являющегося суммой. Никто конечно этого не делал, но если бы захотел проверить, то в ящик со стороной **c** под завязку вместились зерно с ящиков **a** и **b**.

Для получения “сдачи” т.е. вычитания, по одной катетной веревке построения откладывали отрезок **a** (вычитаемое) и помечали его длину. Затем от отметки натягивали отрезок **c** (уменьшаемое) до пересечения с другой катетной веревкой, определяя по ее делениям искомую разность - отрезок **b**.

Например, в двух одинаковых ящиках с длиной стороны **a=b=1** локоть вмещается **c=1.414** ($\sqrt{2}$) локтей зерна. Если к ящику $1.414 \sqrt{2}$ локтя зерна добавляли ящик в 1 локоть, то в сумме получалось **c=1.732** ($\sqrt{3}$) локтя зерна. Аналогично, в двух ящиках со сторонами 1 и 2 локтя суммарно содержалось **c=2.236**($\sqrt{5}$) локтя зерна, а в двух одинаковых ящиках **a=b=1.414** ($\sqrt{2}$) вмещается 2 локтя зерна....

Денежных расчетов как и самих денег в Египте до появления золота (2 тысячелетия до н.э) не было - утверждает Википедия. Добавим от себя - и евреев не было, потому что они не селятся в стране где нет денег либо деньги веревочные. Между прочим синхронное появление в Египте евреев и денег в виде серебра-золота невольно приводит к мысли - не украинцы, а евреи были первыми гастербайтерами...

Никаких свидетельств нет, но предположение есть - до появления золота и серебра экономика Древнего Египта обслуживалась веревочными деньгами, которые и за деньги не считались. Отрезок веревки длиной в 1 локоть являлся денежной единицей и мог быть конвертирован на всей территории Египта в 1 зерновую меру и наоборот. Также как и любая другая валюта веревочные деньги имели защиту от подделки в доступный

на то время способ. Таковым могло быть окрашивание естественным красителем по технологии недоступной всем кроме гарпедонаптов и фараона. Кстати фараон имел статус гарпедонапта №1 (см. Рис.6) и носил одежду в цвете не позволительным для его подданных.



Рис. 8 Статуя Тутанхамона, найденная в гробнице 1332—1323 годах до н.

э.
В одной руке держит шаблон прямого угла, в другой - меру измерения длины.

Плиний говорит - *“В Египте применяют весьма примечательный способ окраски тканей. После отжима материала, имеющего первоначальный белый цвет, его пропитывают не краской, а протравами, которые должны поглотить краску. После протравливания ткань, все еще не изменившую своего первоначального вида, погружают в котел с кипящей краской и тут же вынимают совершенно окрашенной. Интересно, хотя краска в котле одного цвета, когда ее вынимают отливает различными цветами, в зависимости от протрав которыми она была обработана. Краски эти никогда не линяют.”*

Из Википедии - *“Обеспеченные (разменные, представительские) деньги — деньги, в роли которых выступают знаки или сертификаты, которые могут быть обменены по предъявлению на фиксированное количество определённого товара. Фактически обеспеченные деньги являются представителями товарных денег. Считается, что первые обеспеченные деньги появились в Древнем Шумере, где для оплаты использовались фигурки овец и коз из обожжённой глины. Эти фигурки могли быть обменены по предъявлению на живых овец и коз.*

последовательность Фибоначчи

Веревочные деньги обеспечивались зерном, а значит конвертировались по предъявлению. Известно что в американской денежной системе циркулируют банкноты номиналом 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 долларов. Соотношение между номиналами американской валюты сложилось исторически и не основано на удобной для запоминания арифметической или геометрической прогрессии. А зачем, если на банкноте все указано. Египтяне тоже должны были придти к удобным для обращения номиналам веревочной валюты. Но в отличии от американцев, у них номинал определялся не обозначением, а длиной отрезка веревки. Поэтому соотношения между отрезками-номиналами должны быть выстроены по определённому алгоритму для того чтобы каждый, не напрягаясь, мог

перейти с одного номинала на другой, сравнивая веревочные деньги по длине.

Геометрическая прогрессия не совсем подходила - удвоение длины отрезка приводило к учетверению количества зерна. Требовался другой алгоритм - тоже легкий для запоминания, но не столь стремительный как парабола. Более медленное нарастание могло дать сложение отрезков на схеме построения прямого угла.

1 номинал. Отрезок веревки в 1 локоть являлся номиналом веревочной валюты подобно 1 доллару. Мог быть получен при сложении (на построении прямого угла) отрезков с длинами - 0 локтя и 1 локтя. Их сумма равна 1 локтю. Конвертировался в 1 зерновую меру.

Другой отрезок в 1 локоть получался аналогично при сложении отрезков в 1 локоть и 0 локтя. Конвертировался в 1 зерновую меру.

2 номинал. Следующий номинал мог быть получен как результат сложении двух предыдущих отрезков в 1 локоть. Отложив по катетным сторонам построения прямого угла отрезки 1 локоть и 1 локоть, получим отрезок $1.414 (\sqrt{2})$ локтя. Конвертировался в 2 зерновые меры.

3 номинал. Мог быть получен по тому же алгоритму - к полученному номиналу добавляли предыдущий. Отрезки $1.414 (\sqrt{2})$ локтя и 1 локоть дадут номинал $1.732 (\sqrt{3})$ локтя. Конвертировался в 3 зерновые меры.

4 номинал. Точно также - $1.732 (\sqrt{3})$ и $1.414 (\sqrt{2})$ дадут $2.236 (\sqrt{5})$. Конвертировался в 5 зерновых мер.

5 номинал. Аналогично - $2.236 (\sqrt{5})$ и $1.732 (\sqrt{3})$ дадут $2.828 (\sqrt{8})$. Конвертировался в 8 зерновых мер.

6 номинал. $2.828 (\sqrt{8})$ и $2.236 (\sqrt{5})$ дадут $3.605 (\sqrt{13})$. Конвертировался в 13 зерновых мер.

7 номинал. $3.605 (\sqrt{13})$ и $2.828 (\sqrt{8})$ дадут $4.582 (\sqrt{21})$. Конвертировался в 21 зерновых мер.

Неизвестно сколькими номиналами пользовались египтяне, но алгоритм их выстраивания очевиден - каждый следующий номинал получали при сложении двух предыдущих на схеме построения прямого угла -

$$0, 1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{13}, \sqrt{21}, \sqrt{34} \dots$$

Предположительно в такой способ древние египтяне получили линейку отрезков-номиналов веревочных денег. А вы о чем подумали! - **о последовательности Фибоначчи!**?... Действительно, алгоритм такой же и свое “золотое сечение” имеется -

$$\sqrt{2}/1 \rightarrow \sqrt{3}/\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{5}/\sqrt{3} \rightarrow \sqrt{8}/\sqrt{5} \rightarrow \sqrt{13}/\sqrt{8} \rightarrow \sqrt{21}/\sqrt{13} \rightarrow \sqrt{34}/\sqrt{21} \dots \rightarrow 1.272\dots = \sqrt{\varphi},$$

где φ - число Фибоначчи.

Из этого ряда видно, что чем длиннее отрезки, тем более точным становится соотношение между соседними номиналами веревочных денег $-\sqrt{\varphi}=1.272\dots$. Назовем его “веревочным числом” или “веревочным сечением”. Предположительно с него начиналась история “золотого сечения”.

Египтяне числам предпочитали соотношения т.е. простую дробь. Степень ее приближения к числу определялась тем где соотношение применялось. Например, веревочное число $\sqrt{\varphi}=1.2720$ можна представить дробью $5/4=1.25$ и более точно - $14/11=1.2727$. Египтяне свой выбор остановили на $5/4$ и это можно доказать - пирамида Менкаура на плато Гизы размечена по нему. Ничего в этом удивительного нет - пользоваться соотношением $5/4$ при определении номинала валюты намного удобнее чем $14/11$. Это тот случай когда избыточная точность мешает.

О золотом сечении

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему:

$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$

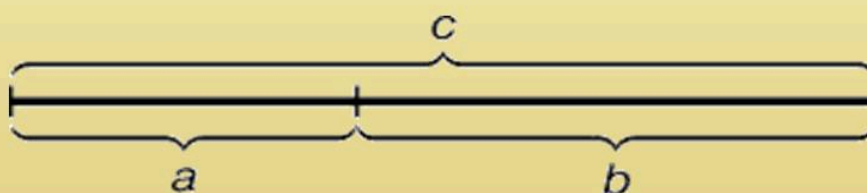


Рис.9 Золотое сечение

Каждый мог легко прикинуть номинал, не прибегая к построению прямого угла, а лишь сравнивая деньги по длине, исходя из $c/b = b/a = 5/4$. Т.е. если веревочную деньгу разбить на 5 частей, то меньший номинал будет равен 4 частям.

Соотношение “5/4”, по которому определяли номиналы веревочных денег имело статус священного.

Именно по нему была произведена разметка пирамиды Менкаура с углом наклона $51^\circ 20' = \arctg 5/4 = \arctg 1.25$, хотя знали более точное приближение к веревочному числу $\sqrt{\phi} = 1.272$ - соотношение 14/11. Разметка по нему давала такой же наклон как у пирамиды Хеопса - $51^\circ 50'$.

Египтяне свободно конвертировали свои веревочные деньги в зерно и наоборот - за этим шли на ближайший склад-амбар фараона. Очевидно, намного удобнее получать зерно по длине отрезков, а потреблять по числу зерновых мер. При конвертации дробные отрезки-номиналы

превращались в целые числа зерновых мер. Это легко можно было установить, пересыпав зерно из ящика посредством зерновой меры. Например в ящике с длиной стороны 2.236 локтя ($\sqrt{5}$) вмещается 5 зерновых мер. Таким образом было установлено соответствие между последовательностью веревочных номиналов и рядом целых чисел зерновых мер - 0, 1, 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{21}$, $\sqrt{34}$и 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.... и найдено настоящее “золотое сечение” - $2/1 \rightarrow 3/2 \rightarrow 5/3 \rightarrow 8/5 \rightarrow 13/8 \rightarrow 21/13 \rightarrow 34/21 \rightarrow 1,618 = \varphi$.

Нетрудно реконструировать в какой способ это было проведено. Обозначим **A**, **B**, **C** количество зерна в ящиках с длинами сторон равными соседним отрезкам-номиналам веревочной валюты, соответственно - **a**, **b**, **c**. Зерно из ящика **C** разделили сначала на 10 одинаковых кучек (частей), а затем каждую еще раз поделили на 10. Для этого была подобрана или изготовлена чаша, вмещающая сотую часть зерна ящика **C**. С ее помощью зерно из ящиков **A** и **B** рассыпали на кучки. Тоже получилось 100 кучек зерна, только последняя кучка из ящика **A** была больше за остальные, а последняя кучка из ящика **B** - на столько же меньше. Ну и что, скажете вы - теорема Пифагора!

Нюанс был в том, что кучки из обоих ящиков расположили на одной линии и с одинаковым интервалом между собой. Очевидно, при таком расположении последняя большая кучка из ящика **A** будет 38-й по счету. Т.е. зерно в ящиках **A** и **B** (стороны **a** и **b**) соотносится между собой - 62% до 38% , а зерно ящика **C** и ящика **A** - 100% до 62%. Поделив, получим число - $62/38 \rightarrow 100/62 \rightarrow 1.618.. = \varphi$. Как всегда нашелся *Кто-то*, увидевший за кучками зерна отрезки, поделенные в соотношении - 62/38 и 100/62. Возможно так пришли к “золотому сечению” между отрезками длины (см. рис.7).

Соотношения 100/62 задает золотое сечение число φ . Естественно пользовались более простой пропорцией - 100/62, 50/31, 25/15, 5/3.

Священным соотношением 5/3 определяли конвертацию в зерно по двум соседним номиналам верьовочных денег.

Удивительные деньги придумали египтяне - не надо считать и даже измерять. Единственное неудобство - требовалась схема построения прямого угла. С установлением номиналов веревочной валюты измерительные веревки, натянутые по сторонам прямого угла, уже были не нужны. Требовалось не измерять, а прикидывать размеры на глаз. Повидимому для удобства их заменил на веревки с узлами. Расположение каждого узла определяло целое число зерновых мер - $0, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, 3, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14} \dots$ Узлы, задающие положение отрезков-номиналов веревочной валюты, окрашивали, выделяя среди остальных.

ПЛАН МЕМОРИАЛА ДЖОСЕРА принцип взаимопроникающих подобий

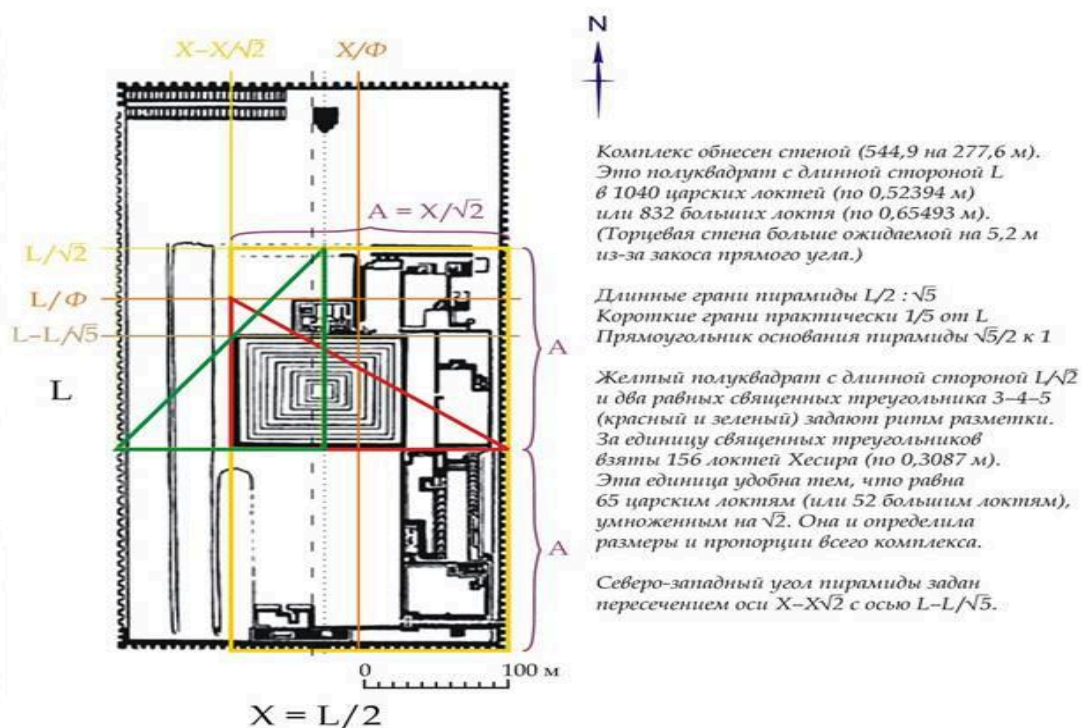


Рис. 10. Использование “золотого сечения” - Φ , веревочных номиналов - $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ в разметке мемориала Джосера

Несомненно египтяне в очередной раз испытали трепет, обнаружив еще одно священное построение на прямом угле. Кем-то было подмечено, что

если на построении прямого угла по одной стороне отложить 1 локоть или 1 часть (**a**), а на другой - отрезок в 1.272 ($\sqrt{\varphi}$) раза больший (**b**), то гипотенузная сторона **c** будет составлять 1.618 (φ) отрезка **a**.

Из построения следуют два священных соотношения - $\sqrt{\varphi}/1$ и $\varphi/1$.

GREAT PYRAMID

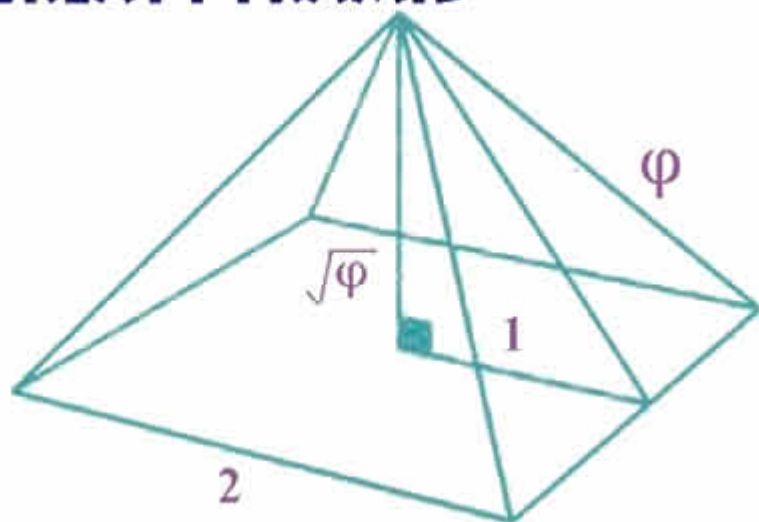


Рис 11. Священное построение на прямом угле

При трансляции в теорему Пифагора:

$$1 + (\sqrt{\varphi})^2 = \varphi^2$$

Несколько тысяч лет спустя стало известно, что φ - иррациональное алгебраическое число является положительным решением квадратного уравнения $X^2 - X - 1 = 0$

$$\varphi^2 - \varphi = 1 \text{ или } 1 + (\sqrt{\varphi})^2 = \varphi^2$$

Предположительно, решение квадратного уравнения было получено на построении прямого угла путем сложения. Взяв за 1 локоть (часть) отрезок на одной стороне а на другой отложив отрезок равный “веревочному числу $\sqrt{\varphi}=1.272..$ получали длину гипотенузной стороны $\varphi=1.618...$

Соотношение “14/11” ($\sqrt{\varphi}/1=1.272$), устанавливающее связь между “веревочным числом и “золотым сечением” на построении прямого угла, имело статус священного.

Наклон пирамиды Хеопса ($51^{\circ}50'$) выставлен по соотношению “14/11” - $\arctg 14/11 = \arctg 1.272 = 51^{\circ}50'$.

часть

Неразливы Нила всегда были неожиданными. К этому готовились заблаговременно - строили амбары с зернохранилищами, аккумулируя в них большие запасы зерна. Из-за жаркого и засушливого климата Египта хранилища с зерном обустраивали в земле (<http://drevniy-egipet.ru/v-egipte-nashli-drevnejshie-zernoxranilishha/>), выкладывая стенки и дно обработанными пластинами песчаника. Затем их стали сооружать над землей с тем чтобы сверху засыпать зерно, а снизу отбирать, приоткрывая заслонку.

Изначально первые хранилища для больших партий зерна тоже строили квадратными. Из-за больших габаритов неизбежно должна была возникнуть проблема подсчета количества зерна - египтяне могли “утонуть” в больших числах на построениях прямого угла. И опять нашелся *Кто-то*, заметивший - соотношения при построении на прямом угле остаются прежними, если вместо 1 локтя брать 1 часть. Меняется только количество зерна. Например, 1 часть составляет 10 локтей. В такой яме глубиной в 1 локоть будет 100 зерновых мер. Длина стороны ямы, вмещающей зерно из двух таких ям, будет равна $\sqrt{2}$ части и будет вмещать 200 зерновых мер и т.д.

Придя к понятию “части”, египтяне взяли еще один рубеж на пути к абстрактному мышлению, который оказался тупиковым. Потому что привел к математике, в центре которой была не цифра, а соотношение т.е. правильные дроби.

Для квадратных засеков под зерно требовалась квадратная крыша. Длина амбара могла быть какой угодно, но ширина всегда ограничивалась длиной деревянного перекрытия. Решение было найдено - стали сооружать

ямы или засеки типу “двойной квадрат”, в которых длина в 2 раза больше за ширину.

И снова *Кто-то* заметил, что если длины сторон зерновой ямы измеряются соседними числами ряда Фибоначчи, то подсчет зерна в ней сводится к сложению привычных “квадратов”. Пара свойств чисел последовательности Фибоначчи дает такую возможность -

1. Сумма квадратов чисел ряда Фибоначчи выражается через произведение двух соседних членов того же ряда:

$$S_n \cdot S_{n+1} = S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2$$

2. Квадрат каждого члена ряда Фибоначчи, уменьшенный на произведение предшествующего и последующего членов, дает попеременно то $+1$, то -1 . Например:

$$\begin{aligned} 2^2 - 1 \cdot 3 &= +1, \\ 3^2 - 2 \cdot 5 &= -1, \\ 5^2 - 3 \cdot 8 &= +1, \\ &\dots \end{aligned}$$

вообще

$$S_n^2 - S_{n-1} S_{n+1} = (-1)^{n+1}.$$

$$\begin{aligned} 7. S_1 + S_3 + \dots + S_{2n-1} &= S_{2n}, \\ 8. S_2 + S_4 + \dots + S_{2n} &= S_{2n+1} - 1, \\ 9. S_n^2 + S_{n+1}^2 &= S_{2n+1}. \end{aligned}$$

Вероятно в такой способ удалось уйти от обязательных квадратов. Распространение получили прямоугольные засеки с габаритами, выбранными из ряда чисел Фибоначчи - шириной S_n и длиной S_{n+1} , либо шириной S_{n-1} и длиной S_{n+1} . В такой способ удавалось свести прямоугольник к привычному квадрату и считать зерно в локтях по длине стороны “приведенного квадрата”. При подсчете зерна по второму свойству нужно вносить поправку - додавать или отнимать одну зерновую меру.

Например, в яме габаритом 5х8 локтей вместится: 5 локтей (25 зерновых мер) + 3 локтя (9 зерновых мер) + 2 локтя (4 зерновые меры) + 1 локоть (1 зерновая мера) + 1 локоть (1 зерновая мера) + 0. Итого: 40 зерновых мер. Так как зерно измерялось веревочной мерой, то алгоритм сложения на построении прямого угла мог быть следующим - $\sqrt{25} + \sqrt{9} \rightarrow \sqrt{34} + \sqrt{4} \rightarrow \sqrt{38} + 1 \rightarrow \sqrt{39} + 1 \rightarrow$ Благодаря этому свойству прямоугольник 5х8 локтей сводится к квадрату с длиной стороны равной $\sqrt{40}$.



Рис 12. Модель зернохранилища с многочисленными писцами и рабочими, Среднее царство, правление Аменемхата I. Гробница Мекетре, Фивы. Музей Метрополитен.

Во времена Срединного царства египтяне перешли к сооружению больших зернохранилищ в виде элеваторных башен круглой или квадратной формы, позволяющие сохранять зерно без порчи от плесени, грызунов и насекомых (см. Рис.)



Puc.13. Granary. Terracotta model. Middle Kingdom (19th-18th BCE), Egypt.



Puc. 14. Granary. Terracotta model. Middle Kingdom (2065-1785 BCE), Egypt

Представляется, что проблема с определением количества зерна в цилиндрической башне была решена египтянами в привычный для них способ - через соотношение.

число π

Значение числа π запросто определяли через соотношение между длиной окружности и диаметром $L=\pi D$. Для этого достаточно было опоясать измерительной веревкой цилиндрическую корзину или башню диаметром D , а затем на полученной длине L отметить отрезок в $3 D$. Оставшуюся часть - $0.14 D$ измеряли с помощью отрезка веревки длиной D , разбитого на 100 делений.

Число π задавались священным соотношением - $22/7=3.14$

Согласитесь, сооружение круглой элеваторной башни или цилиндрической корзины намного технологичней чем квадратной. Из-за этого у египтян возник дисонанс или дискомфорт - зерно переносили и хранили в цилиндрических корзинах (башнях), а его количество определяли по стороне квадрата. Требовалось найти соотношение, позволяющее легко переходить от одной формы хранилища одной к другой - такой же высоты и размера (диаметра).

Поступили как всегда просто - зерно из квадратного ящика с длиной стороны D пересыпали в корзину цилиндрической формы с длиной диаметра D . Естественно, не все зерно поместилось в корзину, потому что мы знаем - D^2 больше $\pi D^2/4$. Чтобы узнать сколько вошло, зерно из квадратного ящика делили на 4 равные части. Затем, еще раз поделив одну часть на 100 одинаковых кучек зерна, подобрали глиняную чашу, вмещающую 1 кучку. Возможно так было найдено еще одно священное соотношение - в цилиндрической корзине вмещалось 314 кучек зерна + еще совсем маленькая кучка.

Количество зерна, в ящиках-башнях квадратной и цилиндрической формы одинаковых по высоте и с длиной стороны равной диаметру, соотносится как $400/314$ или $4/\pi$. Если вместо π подставить $22/7$, то получим еще одно священное соотношение $4/\pi=4 \times 7/22=14/11$.

Соотношение " $14/11$ "= $4/\pi$, позволившие египтянам "переходить" от куба к цилиндру (квадрата к кругу) являлось священным.

В рейтинге священных соотношений занимало верхнюю строчку - по “14/11” = $4/\pi$ размечена пирамида Хеопса ($\arctg 14/11=51^\circ 50'$ - угол пирамиды). Удивительным является то, что она могла быть размечена по другому священному соотношению - $\sqrt{\varphi}/1=1.272=14/11$. Трудно определить какое соотношение было выбрано фараоном - возможно оба.

“двойной квадрат”

Двойным квадратом назывался прямоугольник, состоящий из двух одинаковых квадратов. С его помощью на широте Гизы по восходу Солнца в День летнего солнцестояния, на стадии разметки (проектирования), пирамиды ориентировали по сторонам света. Построение “двойной квадрат” являлось священной геометрической фигурой. Оба соотношения катетов - “1/2” и “2/1” тоже считались таковыми.

$$1/2 = \operatorname{tg} \Delta = 0.5$$

$$\arctg 0.5 = 26^\circ 34'$$

Под таким азимутальным углом относительно направления Восток-Запад случайным (божественным) образом на широте Гизы восходит Солнце в День летнего солнцестояния. Предположительно в этот День производилась разметка пирамид и храмов Египта. Фараон лично вместе с жрицею натягивали веревку длиной $\sqrt{5}$ частей между двумя столбами по направлению на точку восхода Солнца. Это была гипотенуза. Третьим столбом, веревку длиной в 3 части, делили на катеты в соотношении 1/2. В такой способ получали прямоугольный треугольник с направлением гипотенузы на зарю, а катетов - один на восток, другой на север.

Запись о строительстве храма в Иуну (Гелиополе) - *«Поднялся царь, украшенный своим ожерельем и венцом с перьями; весь мир последовал за ним, и величество Аменемхета [первого царя XII династии]. Херихеб прочел священный текст во время натягивания измерительной веревки и закладки камня на участке земли, выбранном для этого храма».*

Далее царь направлялся к месту строительства храма в мифическом сопровождении богини Сешат, которая звалась «госпожой закладки краеугольного камня».

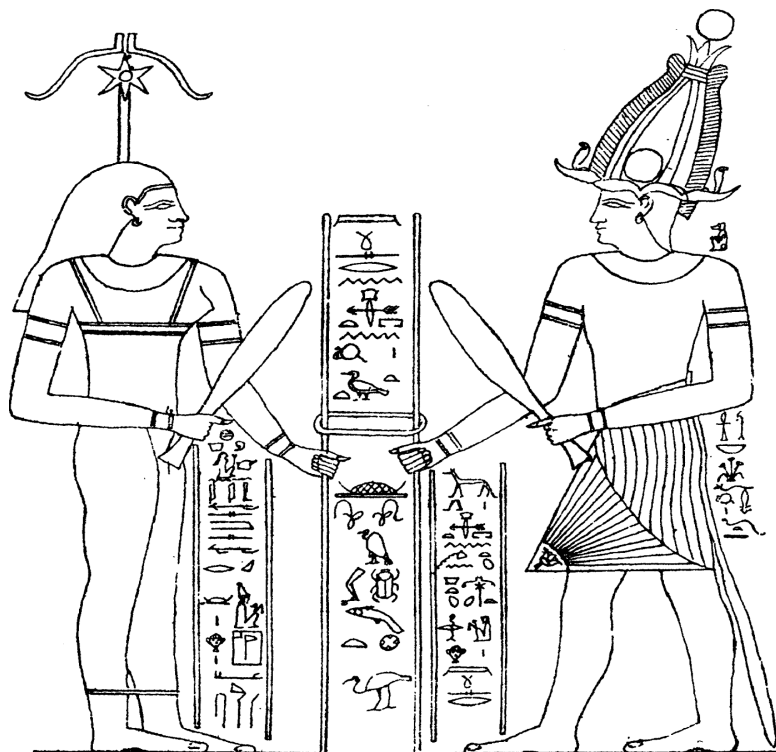


Рис.15. Церемония закладки пирамиды фараоном и жрицей

Гипотеза. Ориентация египетских пирамид по сторонам света задавалась при разметке по направлению на восход Солнца в День летнего солнцестояния с помощью построения “двойной квадрат”.

Наклон угла в $26^{\circ}34'$ явно недостаточный для постройки пирамид, поэтому пользовались обратным соотношением “2/1” -

$$2/1 = \operatorname{tg} \Delta = 2$$

$$\operatorname{arctg} 2 = 63^{\circ}26'$$

В позднединастический период возникла настоящая мода на строительство святилищ и пирамид царицы с этим углом наклона.

Священными стали построение прямого угла “египетский треугольник” и его соотношение -”4/3”. По нему размечена пирамида Хафра на плато Гизы $\arctg 4/3 = \arctg 1.333 = 53^\circ 10'$ - таков ее наклон. Ломаная пирамида Снофру в Дахшуре тоже первоначально строилась по такой же разметке - соотношению “4/3” т.е. с углом наклона 53 10.

гипотетические выводы

В Древнем Египте количество зерна измеряли по длине стороны квадратного в основании ящика.

Единицей измерения зерна являлась зерновая мера т.е. ящик-куб с размером в 1 локоть.

На всей территории царства тара под зерно была унифицирована по геометрии (ящик-квадрат) и по размерам - одинаковой высоты.

Веревка для египтян являлась не только средством измерения длины, но и аналоговым вычислительным устройством для проведения основных арифметических операций.

Измеряя веревкой длину стороны ящика с зерном, определяли количество содержимого.

Постепенно отрезки веревки из средства измерения превратилась в конвертируемую в зерно нетоварную денежную единицу,

Операции с верьвовочными деньгами - суммирование и уменьшение, основывались на теореме Пифагора и производились на построении прямого угла.

Вервовочные деньги представляли собой отрезки веревки определённой длины - номиналы и были защищены специальным окрашиванием.

Номиналы вервовочных денег были выстроены по длине отрезков “вервовочной” последовательности чисел Фибоначчи. Соответствующее им количество зерновых мер - по настоящей последовательности Фибоначчи.

Первым золотым сечением являлось “вервовочное” сечение равное $\sqrt{\varphi}$, где φ - число Фибоначчи.

Соотношение $\sqrt{\varphi}/1=5/4$ “зашило” в угол наклона пирамиды Менкаура ($51^{\circ}20'$) и имело статус священного.

На построении прямого угла египтянами установлено связь между вервовочным и настоящим золотым сечениями $(\sqrt{\varphi})^2+1=\varphi^2$ - теорема Пифагора.

По священному соотношению “1/2” построения “двойной квадрат”, на восхода Солнца в День летнего солнцестояния на широте Гизы при разметке (проектированию), фараон выставял основание будущей пирамиды точно по сторонам света.

По другому священному соотношению “двойного квадрата”- “2/1” или углу $\arctg 2/1=63^{\circ}26'$ размечена группа египетских пирамид.

Свойства чисел Фибоначчи использовались для определения количества зерна в хранилищах прямоугольной формы $S_n \cdot S_{n+1} = S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2$

Пересыпая зерно из цилиндра диаметром D в квадратный ящик с длиной стороны D и такой же высоты, было установлено священное

соотношение - $4/\pi=14/11$. По нему была размечена пирамида Хеопса ($\arctg 14/11=51^\circ 50'$)

Само число π могло быть получено либо через зерно, пересыпанное из квадратного в цилиндрический ящик, либо путем измерения веревкой длины окружности цилиндра $\pi=3.14=22/7$

Измеряя зерно по длине, египтяне пришли к понятию “части”, ставшему центральным в их математике. Вместо чисел ее предметом стали соотношения. Имевшие прикладное значение стали священными. По ним производилась разметка (проектирование) пирамид, храмов и зданий.

Как оказалось это был тупик - как в математике так и в пирамидах.