

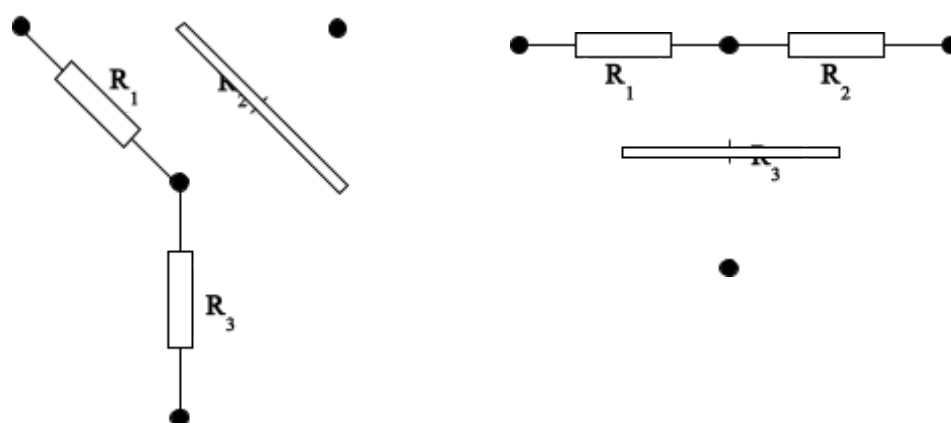
การแปลงวงจรความต้านทาน

สตาร์ - เคลด้า

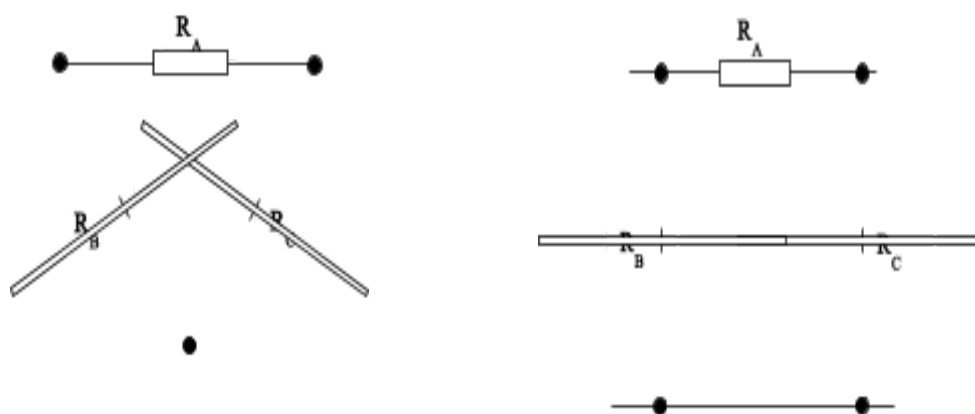
5

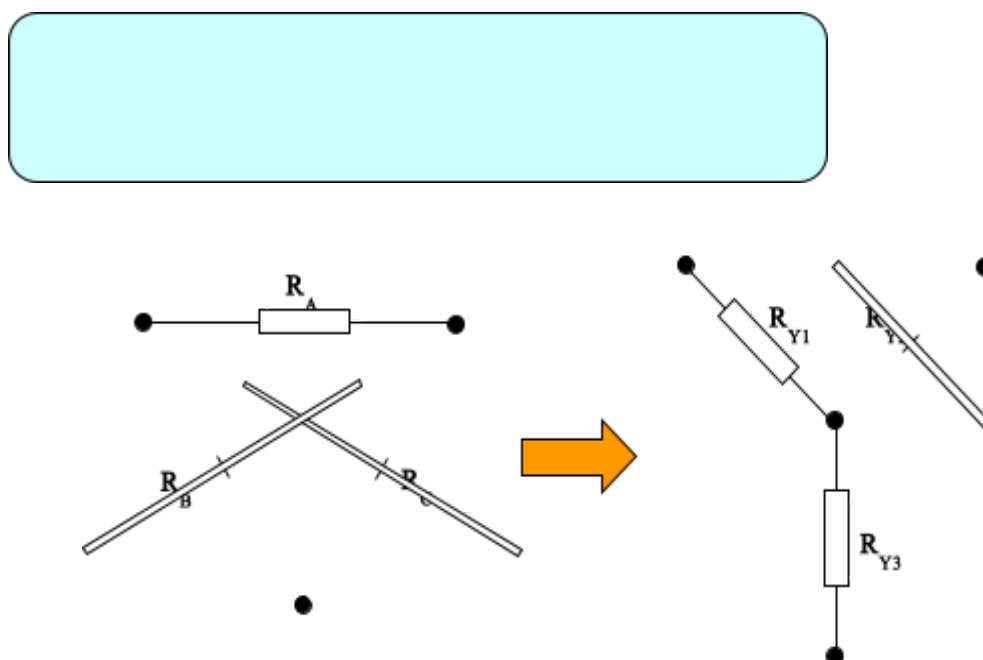
บทที่

การหาค่าความต้านทานรวมในวงจรในกรณีที่การต่อความต้านทานเป็นวงจรที่สลับซับซ้อน โยงใยเป็นโครงข่าย ทำให้การคำนวณหาค่าความต้านทานรวมไม่สามารถคำนวณโดยวิธีการต่อแบบอนุกรมหรือนานได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องแก้ปัญหาดังกล่าว ด้วยการแปลงค่าความต้านทานเป็นแบบสตาร์ (Y) หรือแบบเคลด้า (Δ) โดยมีลักษณะการต่อวงจรดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 โครงข่ายการต่อแบบสตาร์ (Y)

รูปที่ 5.2 โครงข่ายการต่อแบบเคลด้า (Δ)



รูปที่ 5.3 การเปลี่ยนความต้านทานจาก Δ - Y

จากรูปจะได้สมการในการแปลงความต้านทานจาก Δ - Y ดังนี้

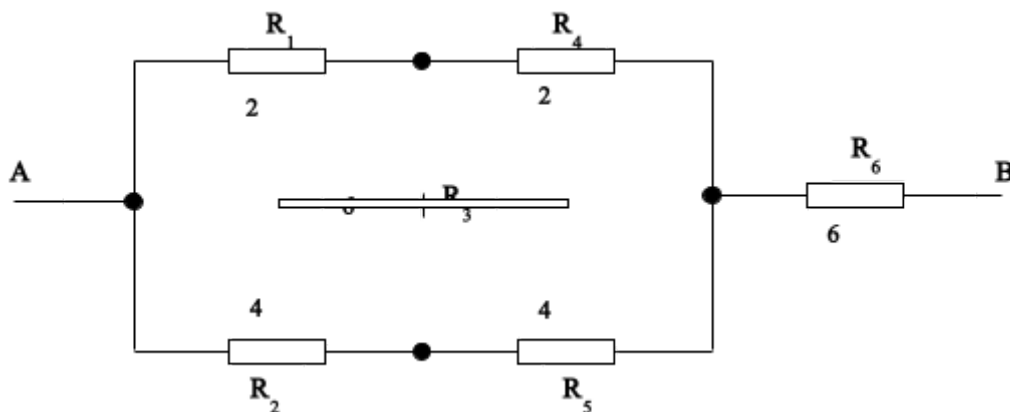
$$R_{Y1} = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_A \cdot R_B}{R}$$

$$R_{Y2} = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_B \cdot R_C}{R}$$

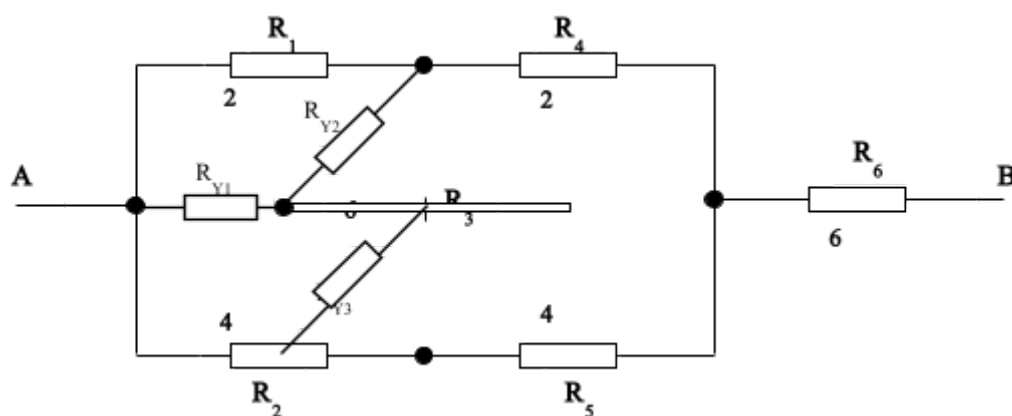
$$R_{Y3} = \frac{R_C \cdot R_A}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_C \cdot R_A}{R}$$

เมื่อ $\sum R_{\Delta} =$ ผลรวมของความต้านทานทั้งสามตัวที่ต่อแบบเดลต้า (Δ)
 มีค่าเท่ากับ $R_A + R_B + R_C$
 $R_{Y1}, R_{Y2}, R_{Y3} =$ ความต้านทานที่ต่อแบบสตาร์ (Y)

ตัวอย่างที่ 5.1 จากวงจรที่กำหนดให้ จงหาค่าความต้านทานรวม (R_T) โดยการเปลี่ยนความต้านทานจากเดลต้า - สตาร์



วิธีทำ จากรูปจะเห็นว่า R_1 , R_2 และ R_3 ต่อแบบเดลต้าอยู่ เราจึงต้องเปลี่ยนให้เป็นสตาร์ คือ R_{Y1} , R_{Y2} และ R_{Y3} ดังรูป



จากสูตร

$$R_1 = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_A \cdot R_B}{R}$$

แต่เราต้องประยุกต์การใช้สูตร เพราะเราใช้ตัวแปรไม่เหมือนกัน ดังนั้นเราต้องพิจารณาให้ดี จะได้ว่า

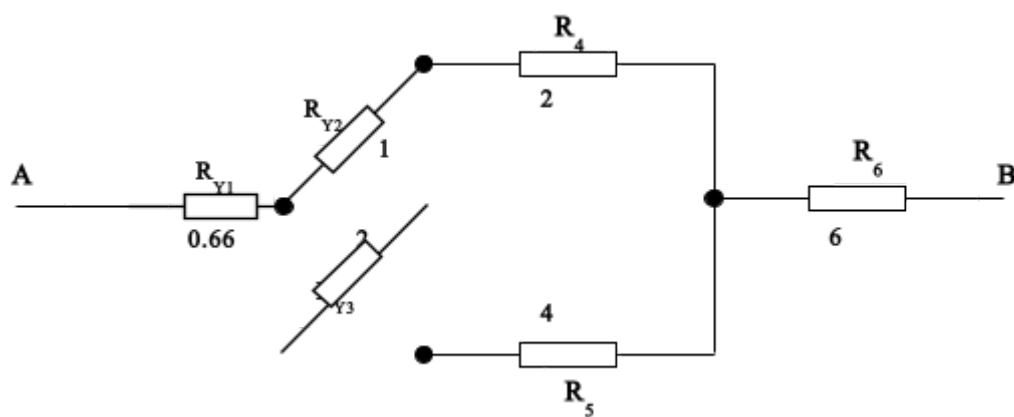
$$R_{Y1} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \times 4}{2 + 4 + 6} = 0.66$$

ในการทำงานเดียวกัน

$$R_{Y2} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{2 \times 6}{2 + 4 + 6} = 1$$

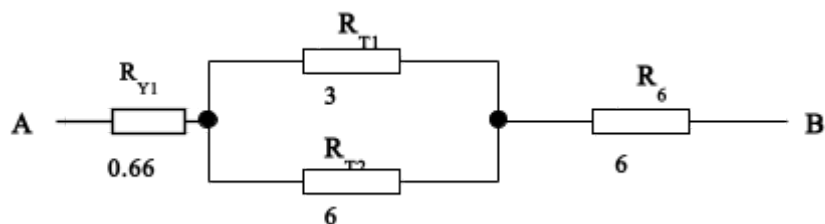
$$R_{Y3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{4 \times 6}{2 + 4 + 6} = 2$$

∴ จะได้รูปใหม่ดังนี้



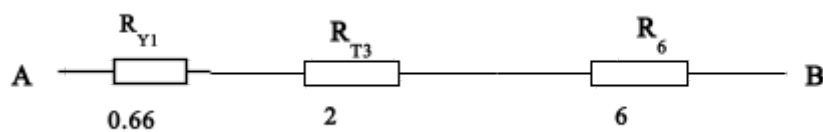
$$R_{T1} = R_{Y2} + R_4 = 1 + 2 = 3 \Omega$$

$$R_{T2} = R_{Y3} + R_5 = 2 + 4 = 6 \Omega$$



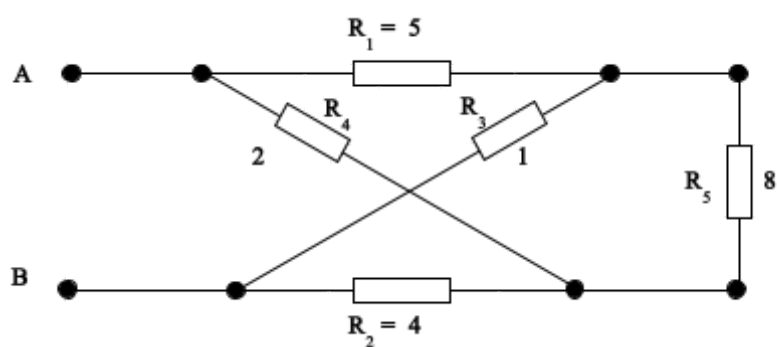
ยุบวงจรต่อ

$$R_{T3} = R_{T1} // R_{T2} = \frac{3 \times 6}{3 + 6} = 2$$

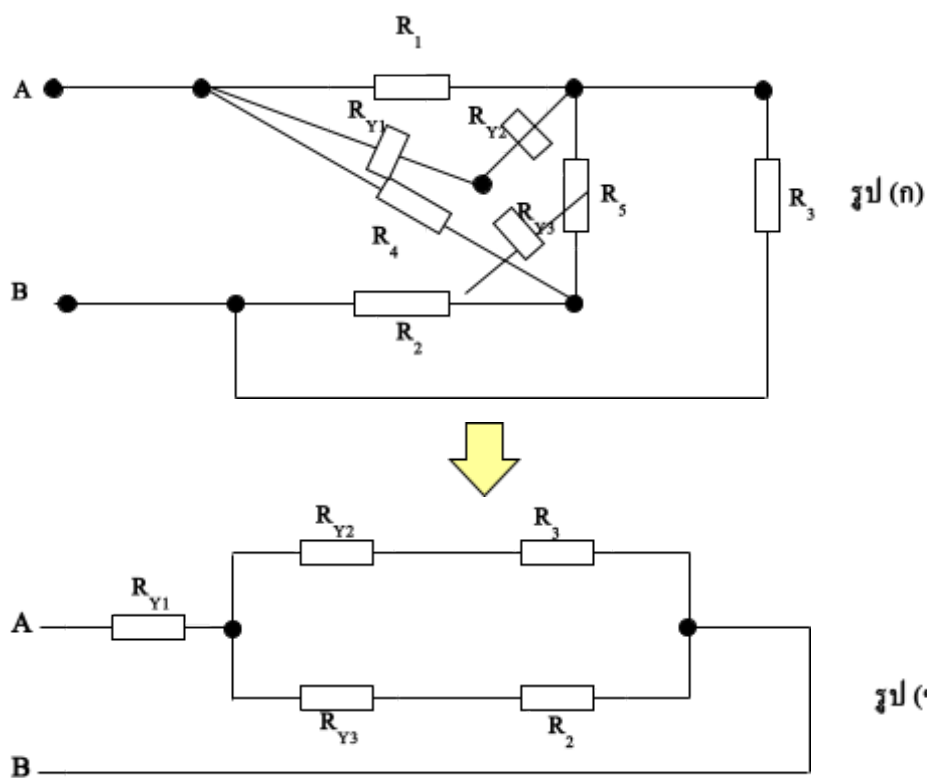


$$\begin{aligned}\therefore R_{AB} &= R_{Y1} + R_{T3} + R_6 \\ &= 0.66 + 2 + 6 \\ &= 8.66 \, \Omega\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5.2 จากวงจรที่กำหนดให้ จงหาความต้านทานรวม (R_T) ที่จุด A – B



วิธีทำ ทำการเปลี่ยนรูปวงจรใหม่ให้ดูง่ายขึ้น ดังนี้



วิชาวงจรไฟฟ้า 1 (2104-2102)

จากรูป (ก) ทำการเปลี่ยนค่าโดยเปลี่ยนจากเดลต้า - สตาร์ เพื่อหาค่า R_{Y1} , R_{Y2} และ R_{Y3} ได้ดังนี้

$$R_{Y1} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{5 \times 2}{5 + 2 + 8} = 0.66$$

$$R_{Y2} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{5 \times 8}{5 + 2 + 8} = 2.66$$

$$R_{Y3} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_1 + R_4 + R_5} = \frac{2 \times 8}{5 + 2 + 8} = 1.06$$

จากรูป (ข) สามารถหา R_{AB} ได้ดังนี้

$$R_{T1} = R_{Y2} + R_3 = 2.66 + 1 = 3.66$$

$$R_{T2} = R_{Y3} + R_2 = 1.06 + 4 = 5.06$$

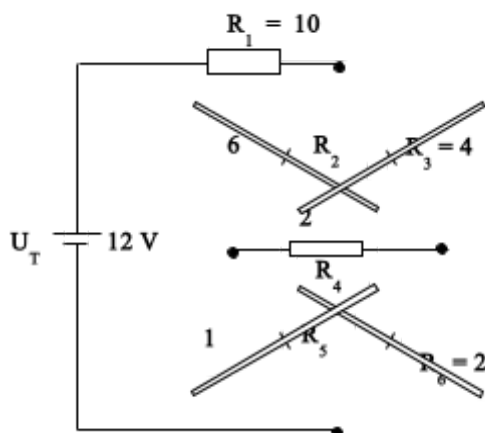
$$R_{T3} = R_{T1} // R_{T2} = \frac{3.66 \times 5.06}{3.66 + 5.06}$$

$$R_{T3} = 2.12$$

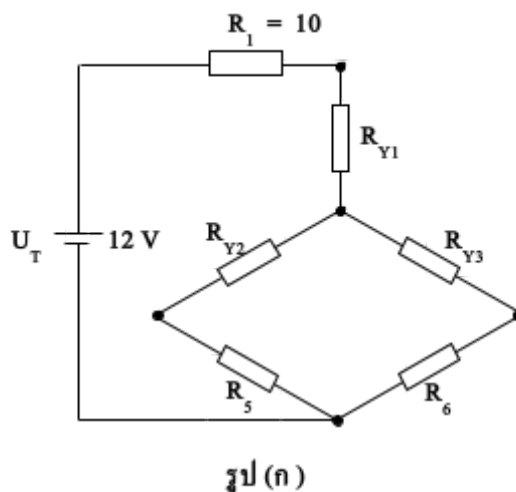
$$R_{AB} = R_{Y1} + R_{T3}$$

$$R_{AB} = 0.66 + 2.12 = 2.78$$

ตัวอย่างที่ 3. จากวงจรที่กำหนดให้ ให้เปลี่ยนรูปการต่อความต้านทานแบบเดลต้าให้เป็นสตาร์ จง
คำนวณหาความต้านทานรวมของวงจร และกระแสรวมของวงจร



วิธีทำ จากวงจรจะเห็นได้ว่า R_2 , R_3 และ R_4 ต่อแบบเดลต้า เราต้องทำการเปลี่ยนเป็นสตาร์ R_{Y1} , R_{Y2} และ R_{Y3} ดังรูป

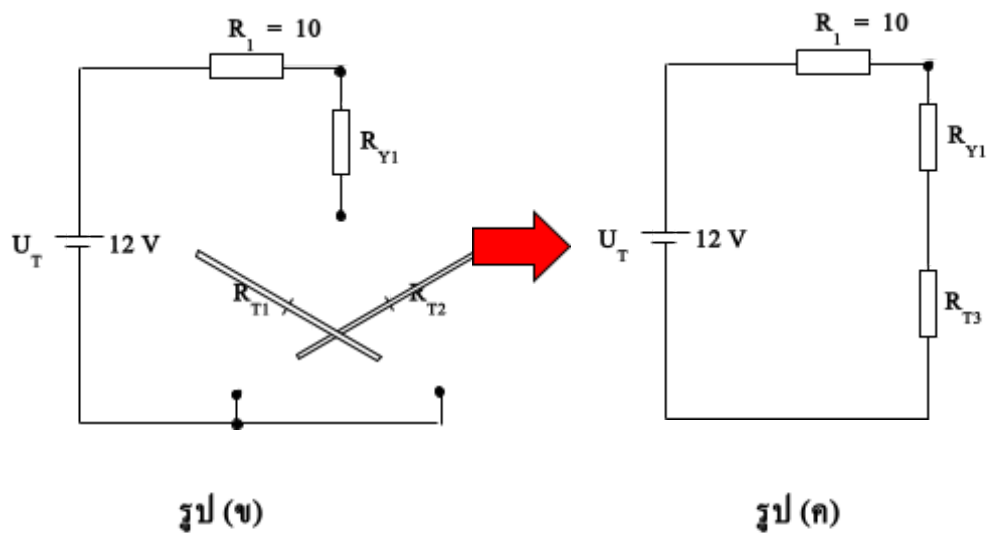


$$R_{Y1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6 \times 4}{6 + 4 + 2} = 2$$

$$R_{Y2} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{6 \times 2}{6 + 4 + 2} = 1$$

$$R_{Y3} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{4 \times 2}{6 + 4 + 2} = 0.67$$

จากรูป (ก) นำมาเขียนวงจรใหม่จะได้ดังรูป (ข)



$$R_{T1} = R_{Y2} + R_5 = 1 + 1 = 2$$

$$R_{T2} = R_{Y3} + R_6 = 0.67 + 2 = 2.67$$

และจากรูป (ค) จะได้ว่า

$$R_{T3} = R_{T1} // R_{T2} = \frac{2 \times 2.67}{2 + 2.67}$$

$$R_{T3} = 1.143$$

$$R_T = R_1 + R_{Y1} + R_{T3}$$

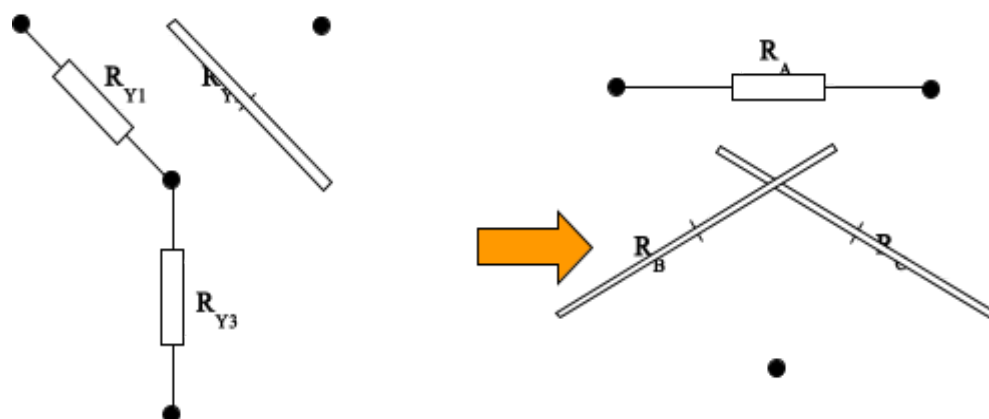
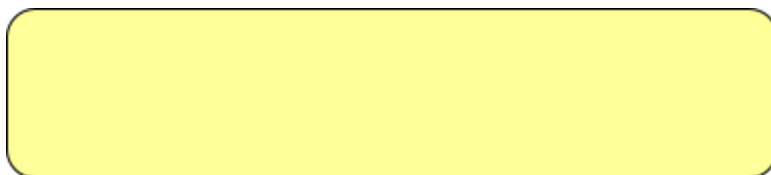
$$= 10 + 2 + 1.143$$

$$R_T = 13.143$$

หาค่ากระแสรวมของวงจร (I_T)

$$I_T = U_T / R_T = 12 / 13.143$$

$$= 0.913 \text{ A}$$



รูปที่ 5.4 การเปลี่ยนความต้านทานจาก Y -

$$R_A = \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y3}} = \frac{R_Y}{R_{Y3}}$$

$$R_B = \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y2}} = \frac{R_Y}{R_{Y2}}$$

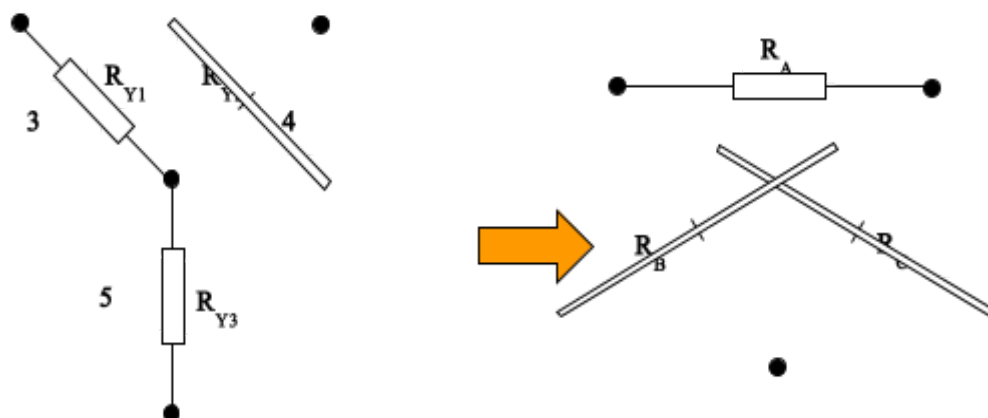
$$R_C = \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y1}} = \frac{R_Y}{R_{Y1}}$$

เมื่อ $\sum R_Y =$ ผลรวมของความต้านทานแต่ละคู่ที่ต่อแบบสตาร์(Y)

มีค่าเท่ากับ $R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}$

$R_A, R_B, R_C =$ ความต้านทานที่ต่อแบบเดลต้า (Δ)

ตัวอย่างที่ 4 จากวงจรตามรูป จงคำนวณหาค่าความต้านทาน R_A , R_B และ R_C



วิธีทำ

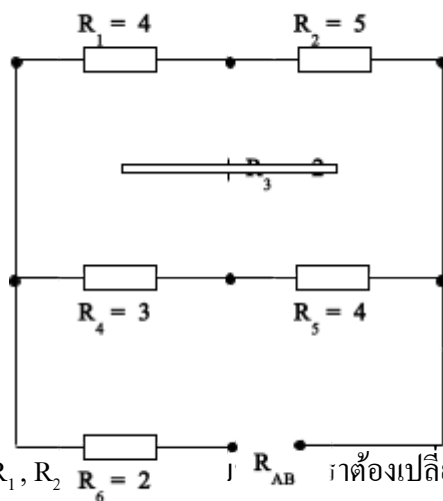
$$\begin{aligned}
 \sum R_Y &= R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1} \\
 &= (3 \, \Omega \times 4 \, \Omega) + (4 \, \Omega \times 5 \, \Omega) + (5 \, \Omega \times 3 \, \Omega) \\
 &= 12 \, \Omega^2 + 20 \, \Omega^2 + 15 \, \Omega^2 \\
 &= 47 \, \Omega^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore R_A &= \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y3}} = \frac{R_Y}{R_{Y3}} \\
 &= \frac{47^2}{5} = 9.4
 \end{aligned}$$

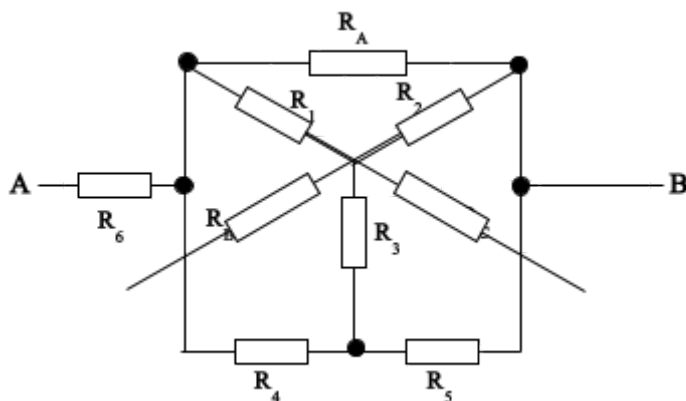
$$\begin{aligned}
 R_B &= \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y2}} = \frac{R_Y}{R_{Y2}} \\
 &= \frac{47^2}{4} = 11.75
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_C &= \frac{R_{Y1} \cdot R_{Y2} + R_{Y2} \cdot R_{Y3} + R_{Y3} \cdot R_{Y1}}{R_{Y1}} = \frac{R_Y}{R_{Y1}} \\
 &= \frac{47^2}{3} = 15.67
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 5 จากวงจรที่กำหนดให้จงคำนวณหาค่า R_{AB}



วิธีทำ จากรูป $R_1, R_2, R_6 = 2$ จะต้องเปลี่ยนให้เป็นเดลต้า จะได้ดังรูป (ก) ดังนี้



รูป (ก)

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_3}$$

$$= \frac{(4 \times 5) + (5 \times 2) + (2 \times 4)}{2} = 19$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_2}$$

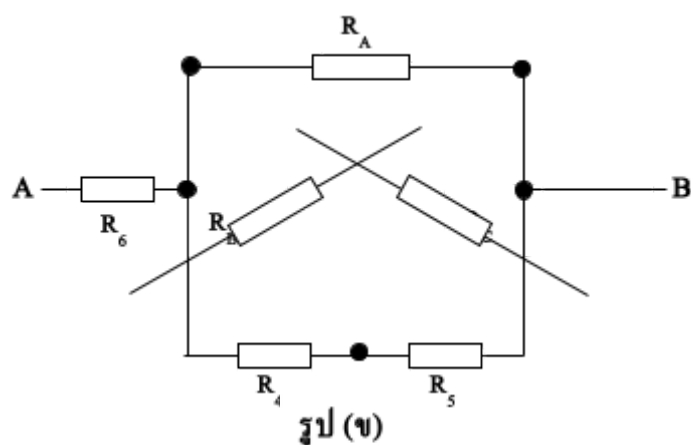
$$= \frac{(4 \times 5) + (5 \times 2) + (2 \times 4)}{5} = 7.6$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1}{R_1}$$

$$= \frac{(4 \times 5) + (5 \times 2) + (2 \times 4)}{4} = 9.5$$

จาก รูป (ก, ข, ค) จะได้ว่าค่าของ R_{AB} คือ 19.5 โอห์ม

รูป (ข)

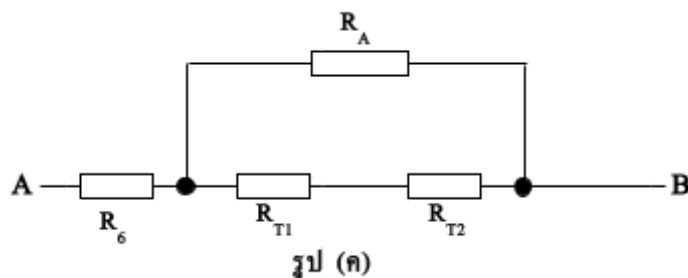


เมื่อพิจารณาจากรูป (ข) จะเห็นว่า $R_B // R_4$ และ $R_C // R_5$

$$R_{T1} = R_B // R_4 = \frac{7.6 \times 3}{7.6 + 3} = 2.15$$

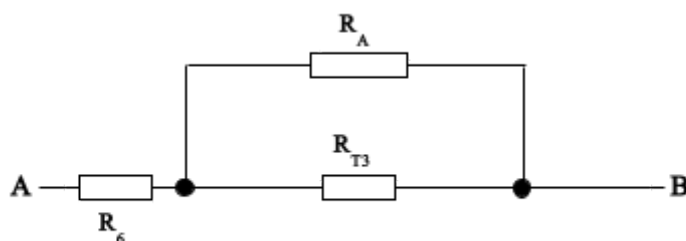
$$R_{T2} = R_C // R_5 = \frac{9.5 \times 4}{9.5 + 4} = 2.83$$

จาก รูป (ข) สามารถเขียนวงจรใหม่ได้ดัง รูป (ค)



จากรูป (ค) สามารถหาค่า R_{T3} โดยมีค่าเท่ากับ

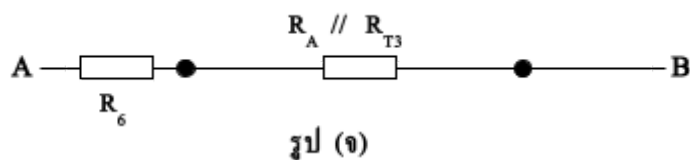
$$R_{T3} = R_{T1} + R_{T2} = 2.15 + 2.83 = 4.98 \, \Omega$$



จากรูป (ง) สามารถหาค่า R_{AB} ได้

$$R_{AB} = (R_A // R_{T3}) + R_6$$

$$R_A // R_{T3} = \frac{19 \times 4.98}{19 + 4.98} = 3.94$$

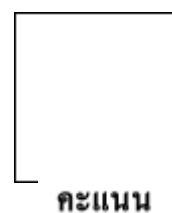


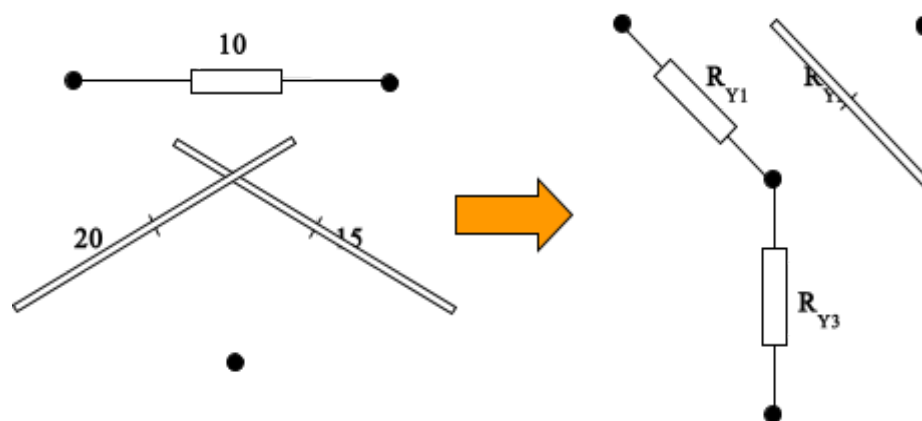
$$R_{AB} = (R_A // R_{T3}) + R_6$$

$$= 3.94 + 2$$

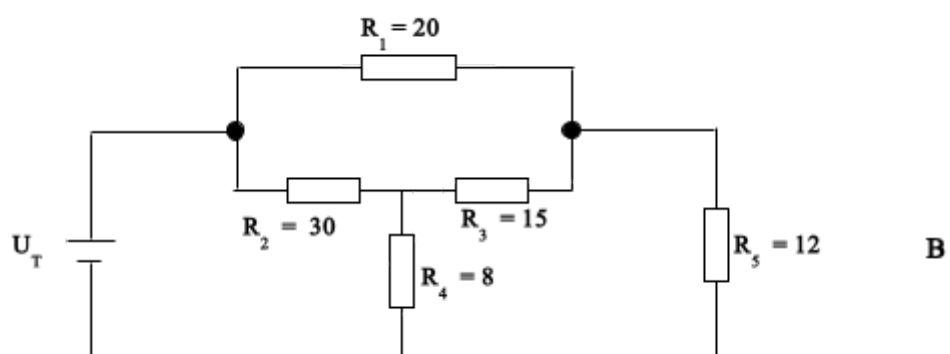
$$R_{AB} = 5.94 \, \Omega$$

แบบทดสอบและกิจกรรมฝึกทักษะ
บทที่ 5 การแปลงวงจรความต้านทาน สตาร์ - เดลต้า



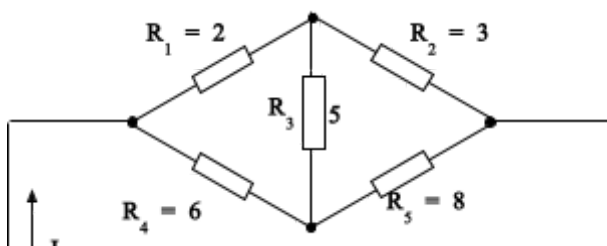


3. จากระูปงหาความต้านทานรวมของวงจร



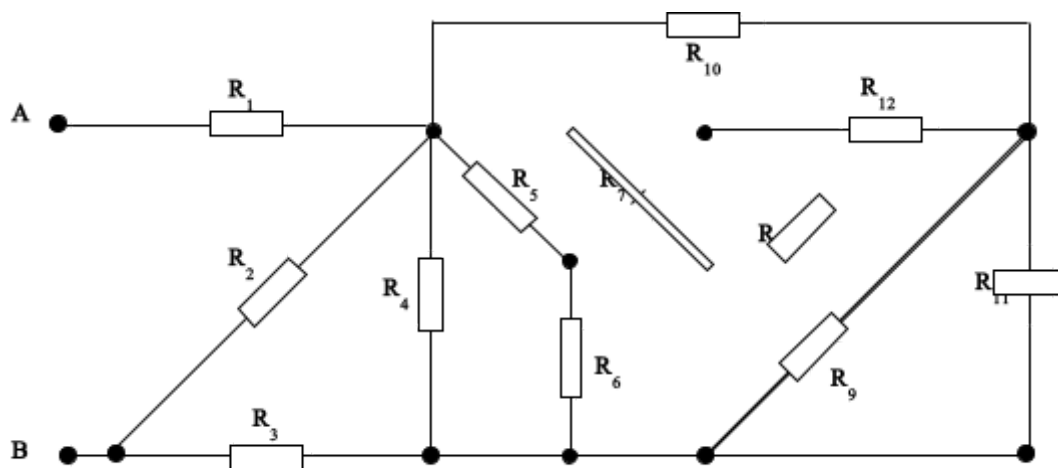
This image shows a full page of a document template designed for handwriting practice or general note-taking. It consists of approximately 28 evenly spaced horizontal dotted lines across the entire width of the page. There are no margins, headers, footers, or other markings present.

4. จากวงจรที่กำหนดให้จงคำนวณหากระแสรวมที่ไหลในวงจร



This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

5. จากวงจรตามรูป จงคำนวณหาค่าความต้านทานที่จุด A – B เมื่อกำหนดให้ R_1 ถึง R_6 มีค่าความต้านทานเท่ากับ $5\ \Omega$ และ R_7 ถึง R_{12} มีค่าความต้านทานเท่ากับ $10\ \Omega$



ตอนที่ 2 กิจกรรมฝึกทักษะ

วิชาวงจรไฟฟ้า 1 (2104-2102)

1. สรุปขั้นตอนวิธีการคำนวณ
2. เขียนวงจรการเปลี่ยนค่าความต้านทานจากเคลด้าเป็นสตาร์ และ จากสตาร์เป็นเคลด้า