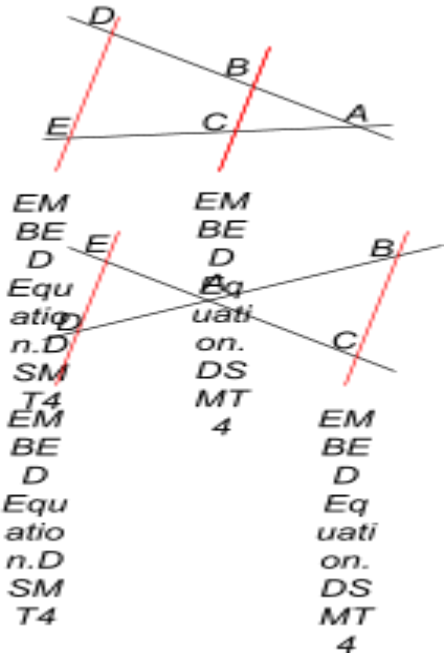
4. مبرهنة طاليس:

الكفاءات المستهدفة

مبرهنة طاليس وعكسها ، و توظيفها في حل مسائل هندسية .



مبرهنة 1 : مبرهنة طاليس

إذا كان لدينا مستقيمان متقاطعان في نقطة A يقطعهما مستقيمان متوازيان (Δ) و (Δ') في النقط E ، D ، C ، B حسب أحد الشكلين فإن أطوال أضلاع المثلث ABC تكون متناسبة مع أطوال أضلاع المثلث ADE .

أي : $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}=\frac{BC}{DE}$

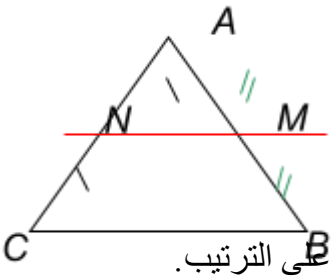
مبرهنة 2 : عكس مبرهنة طاليس

إذا كانت كل من النقط D ، B ، A ، والنقط E ، C ، A على استقامة واحدة وبنفس الترتيب حسب أحد الشكلين ، وإذا كان $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ فإن المستقيمين (BC) و (DE) يكونا **متوازيين**

حالة خاصة : مستقيم المنتصفين في مثلث

ABC مثلث كيفي.

- إذا كانت النقطتان M و N منتصفا القطعتين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب فإن (MN) // (BC) و $BC = 2\ MN$
- إذا كانت النقطة M منتصف القطعة $[AB]$ وكان (MN) // (BC) حيث N نقطة من $[AC]$ فإن N هي منتصف القطعة $[AC]$



تطبيق 1 : 69 صفحة 243

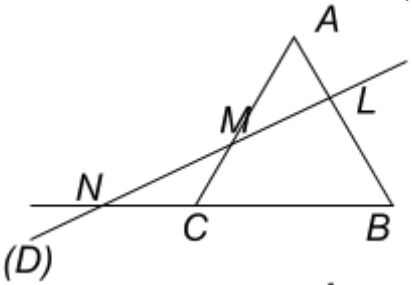
ABC مثلث كيفي ، (D) مستقيم يقطع (BC) ، (AC) ، (AB) في النقط N ، M ، L على الترتيب.

نريد البرهان أن : $\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1$

1) أرسم الموازي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ، وسم E تقاطعه مع (AB).

2) بين أن : $\frac{MC}{MA}=\frac{LE}{LA}$ و $\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$

3) استنتج العلاقة $\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1$

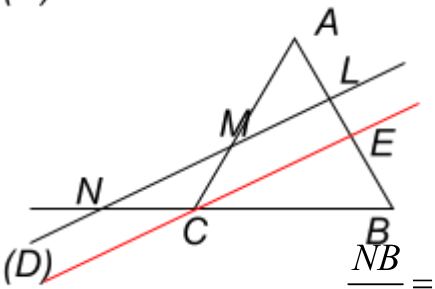


حل التطبيق 1 :

1) رسم الموازي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة C ، يقطع (AB) في E.

2) تبيان أن $\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$

في المثلث BLN لدينا : (NL) // (CE) إذن حسب مبرهنة طاليس



لدينا : $\frac{BE}{BL}=\frac{BC}{BN}$ معناه $\frac{BN}{BL}=\frac{BC}{BE}$ ومنه : $\frac{NB}{LB}=\frac{BC}{BE}=\frac{NB-BC}{LB-BE}=\frac{NC}{LE}$

إذن : $\frac{NB}{LB}=\frac{NC}{LE}$ معناه $\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$

تبيان أن $\frac{MC}{MA}=\frac{LE}{LA}$

في المثلث ACE لدينا : $(CE)\ //\ (ML)$ إذن حسب مبرهنة طاليس

$\frac{AM}{AC}=\frac{AL}{AE}$ معناه $\frac{AM}{AL}=\frac{AC}{AE}=\frac{AC-AM}{AE-AL}=\frac{MC}{LE}$ ومنه :

$\frac{MA}{LA}=\frac{MC}{LE}$ معناه $\boxed{\frac{LE}{LA}=\frac{MC}{MA}}$

3) استنتاج العلاقة $\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1$

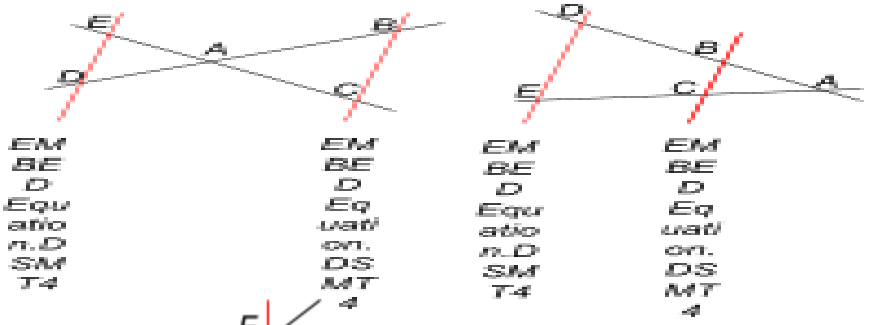
$\frac{NB}{NC}=\frac{LB}{LE}$ معناه $LE=\frac{LB\times NC}{NB}$ و $\frac{LE}{LA}=\frac{MC}{MA}$ معناه $LE=\frac{MC\times LA}{MA}$

ومنه : $\frac{LB\times NC}{NB}=\frac{MC\times LA}{MA}$ معناه $LB\times NC\times MA=MC\times LA\times NB$ معناه $\boxed{\frac{LA}{LB}\times\frac{NB}{NC}\times\frac{MC}{MA}=1}$

نتائج :

إذا كان $(\Delta)//(\Delta')$ فإن $\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CE}$

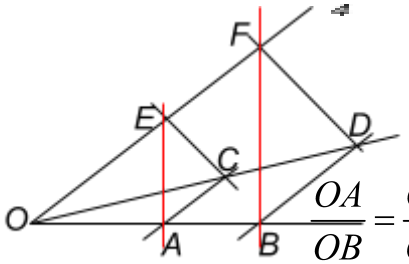
إذا كان $\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{CE}$ فإن $(\Delta)//(\Delta')$



تطبيق 2 : *63* صفحة *63*

إذا علمت أن في الشكل المرفق $(AC)\ //\ (BD)$ و $(DF)\ //\ (CE)$ فبين أن $(AE)\ //\ (BF)$.

حل التطبيق 2 :



في المثلث ODB لدينا : $(AC)\ //\ (BD)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا : $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OD}$

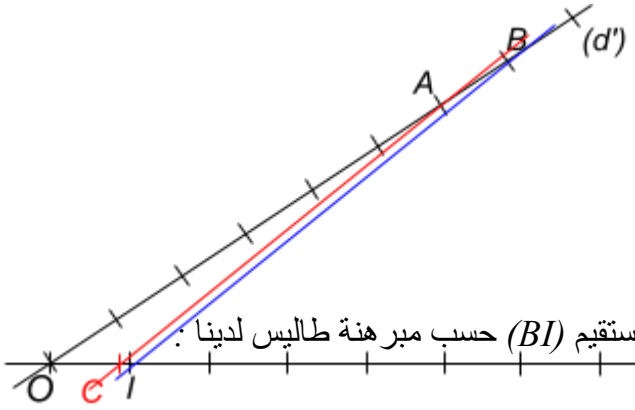
في المثلث ODF لدينا : $(CE)\ //\ (DF)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس لدينا : $\frac{OC}{OD}=\frac{OE}{OF}$

إذن : $\frac{OA}{OB}=\frac{OE}{OF}$ وحسب عكس مبرهنة طاليس المطبقة في المثلث OBF لدينا : $(AE)\ //\ (BF)$.

تطبيق 3 : *71* صفحة *243*

أنشئ العدد $\frac{6}{7}$

حل التطبيق 3 :



ليكن (O,I) معلما للمستقيم (d) ،

المستقيم (d') يقطع (d) في النقطة O .

نعين النقطتين A و B على المستقيم (d') حيث $OA=6$ و $OB=7$ ، نرسم من A المستقيم الموازي للمستقيم (BI) حسب مبرهنة طاليس لدينا :

$\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OI}=\frac{6}{7}$ إذن : $OC=\frac{6}{7}$

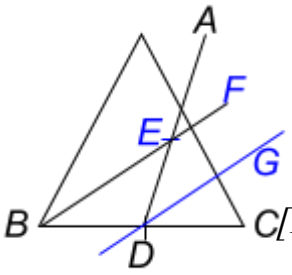
تطبيق 4 : *66* صفحة *243* :

ABC مثلث ، النقطة D منتصف $[BC]$ والنقطة E منتصف $[AD]$ و F نقطة من $[AC]$ حيث $AF=\frac{1}{3}AC$

1) بين أن النقط F ، E ، B في استقامية.

2) بين أن $BF = 4\,EF$.

حل التطبيق 4 :



1) تبيان أن النقط F ، E ، B في استقامية.

نرسم من D الموازي للمستقيم (EF) يقطع (AC) في G

في المثلث ADG لدينا $(EF)//(DG)$ و E منتصف $[AD]$

إذن F هي منتصف $[AG]$ و $DG = 2EF$ ومنه: $AF = FG = GC$

وبالتالي G منتصف $[FC]$ ، وفي المثلث BCF لدينا كذلك D منتصف $[BC]$

إذن : $(DG)\ //\ (BF)$ و $BF = 2DG$

ومنه : $(EF)\ //\ (BF)$ بما أن للمستقيمين نقطة مشتركة فإن النقط F ، E ، B في استقامية.

2) تبيان أن $BF = 4\,EF$.

لدينا : $BF = 2DG$ و $DG = 2EF$ إذن : $BF = 4\,EF$.