

國立高師大附中107學年度第二學期高三社會組數學科第一次段考試題

1、 多重選擇題：（共24分）

(每題的所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以0分計算。)

1. 下列選項何者正確？

(1) $\left\langle \frac{\pi^n + 3^n}{4^n} \right\rangle$ 為收斂數列。 (2) $\langle (\cos \pi)^n \rangle$ 為收斂數列。 (3) $\langle -\pi \rangle$ 為收斂數列。

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-\pi)$ 為發散級數。 (5) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10^9}{9^{10}}\right)^n$ 為發散級數。

2. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 0$, $a_n = \frac{1+a_{n-1}}{3-a_{n-1}}, n \geq 2$, 下列選項何者正確？

(1) $\langle a_n \rangle$ 為發散數列。 (2) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列。 (3) $a_n < 1$ 。 (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ 。

(5) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 為發散級數。

3. 下列選項何者正確？

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} ([2x] - [x])$ 存在，其中 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數。

(2) 若 $f(c)$ 沒有定義，則 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 不存在。

(3) 若 $f(c)$ 有意義且 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 存在，則 $f(x)$ 在 $x=c$ 處連續。

(4) 若 $f(x)$ 在 $x=c$ 連續，則 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 存在。

(5) 若 $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ 且 $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0$, 則 $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = 0$ 。

4. 關於函數 $f(x) = \sqrt{7-6x-x^2}$, 下列選項何者正確？

(1) 若 $f(x)$ 的定義域為 $\{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$, 則 $a+b = -6$ 。

(2) 若 $f(x)$ 的值域為 $\{f(x) \in R \mid c \leq f(x) \leq d\}$, 則 $c+d = 4$ 。

(3) 當 $x = -3$ 時， $f(x)$ 有最小值。 (4) $f(x)$ 的圖形為一個圓。

(5) $f(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成的封閉區域的周長為 $8\pi + 8$ 。

二、填充題：（每格6分，全對才給分，共60分）

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+9} - \sqrt{n+6}} = \underline{\hspace{2cm}}。$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 \times 2^{3n} + 2 \times 7^n + 23}{2^{3n+1} + 5 \times 7^n - 9} = \underline{\hspace{2cm}}。$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x^2 + 2x - 3| - |x + 3|}{x} = \underline{\hspace{2cm}}。$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x-7)^{15} + 1}{x-2} = \underline{\hspace{2cm}}。$

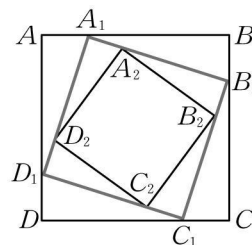
5. 若 $S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 為一無窮等比級數，且 $a_1 = 0.\bar{3}$ ， $a_2 = 0.2\bar{6}$ ，則 $S = \underline{\hspace{2cm}}。$

6. 函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{3x+2}{x^2-4} - \frac{2}{x-2}, & x > 2 \\ k, & x \leq 2 \end{cases}$ 在 $x=2$ 處連續，則實數 k 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}。$

7. 設 $f(x) = \begin{cases} 3x-12, & x > 4 \\ x-|x|, & -4 \leq x \leq 4 \\ x^2+3, & x < -4 \end{cases}$ ， $g(x+1) = x^2$ ，則 $f(g(-3)) = \underline{\hspace{2cm}}。$

8. $f(x)$ 為一多項式函數，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = -12$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 20$ ，若 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 所得的商式為 $g(x)$ ，則 $g(1) + g(2) = \underline{\hspace{2cm}}。$

9. 如附圖，一正方形的邊長為5，以1:3的順序內分各邊，再連各分點得第二個正方形，再以同順序、同比例內分第二個正方形各邊，連接各分點得第三個正方形，如此繼續下去，則所有正方形的面積總和為 $\underline{\hspace{2cm}}。$



10. 設無窮等比級數 $1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{n-1}} + \dots$ 的和為 S ，前 n 項部份的和為 S_n ，若 $|S - S_n| < \frac{1}{10000}$ ，則最小正整數 $n = \underline{\hspace{2cm}}。$

三、計算證明題：（每題8分，共16分，需過程，否則不予計分）

1. 試證：對所有正整數 n ，恆有 $3^n \geq 3n$ 。

2. 利用夾擠定理求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{9n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{9n^2+n}} \right)$ 之值。

國立高師大附中107學年度第二學期高三社會組數學科第一次段考答案卷

高三____班 姓名:_____座號:_____

1、 多重選擇題：（共24分）

(每題所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以0分計算。)

1	2	3	4

二、填充題：(每格6分，共60分)

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

三、計算證明題：（每題8分，共16分，需過程，否則不予計分）

1. 試證:對所有正整數 n ，恆有 $3^n \geq 3n$ 。

2. 利用夾擠定理求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{9n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9n^2+n}} \right)$ 之值。

國立高師大附中107學年度第二學期高三社會組數學科第一次段考答案卷

高三____班 姓名:_____座號:_____

2、 多重選擇題：（共24分）

(每題所有選項均答對者，得6分；答錯1個選項者，得4分；答錯2個選項者，得2分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以0分計算。)

1	2	3	4
---	---	---	---

134	345	145	12
-----	-----	-----	----

二、填充題：(每格6分，共60分)

1	2	3	4	5
$\frac{4}{3}$	$\frac{9}{2}$	-3	45	$\frac{5}{3}$
6	7	8	9	10
$\frac{1}{4}$	36	32	$\frac{200}{3}$	6

三、計算證明題：（每題8分，共16分，需過程，否則不予計分）

1. 試證:對所有正整數 n ，恆有 $3^n \geq 3n$ 。

2. 利用夾擠定理求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{9n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+2}} + \frac{1}{\sqrt{9n^2+3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9n^2+n}} \right)$ 之值。

答: $\frac{1}{3}$ 。