

Session de Rattrapage
Durée 1h 30mn

OBSERVATION

- Calculatrice autorisée
- Prendre 4 chiffres après la virgule

Exercice 1(3 points)

Un étudiant possède 14 livres de quatre matières différentes : 4 livres de statistique, 5 d'économie, 3 d'informatique, 2 d'anglais. Il veut ranger ces livres sur une étagère.

- 1) De combien de façon peut-il le faire s'il ne tient pas compte des matières ?
- 2) De combien de façon peut-il le faire s'il range d'abord les livres d'anglais, puis ceux d'économie, puis ceux de statistique, et enfin ceux d'informatique ?
- 3) De combien de façon peut-il le faire s'il range les livres par matière ?

Exercice 2(4 points)

La banque BlueBank possède 500 ordinateurs de technologie « soft-fail » reliés en réseau. Cette technologie se caractérise par la présence de deux processeurs P_1 et P_2 qui permettent à la machine de fonctionner tant que l'un d'entre eux est en état de fonctionnement et pour autant que l'unité disque soit également en état de fonctionnement. Les probabilités de défaillance sont de 2% pour un ordinateur, de 0,5 % pour le processeur de type P_1 et 1% pour le processeur de type P_2 .

- 1) Combien d'ordinateurs peut-on espérer voir fonctionner à tout moment ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'un ordinateur tiré au hasard fonctionne grâce à un et un seul des deux processeurs ?

Exercice 3 (7 points)

La durée de vie d'un téléviseur est une variable aléatoire X continue dont la fonction de densité est donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda}{x^2} & \text{si } x \geq 150 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Trouver la valeur du paramètre λ ;
- 2) Quelle est la durée de vie moyenne d'un téléviseur ?
- 3) Quelle est la probabilité que la durée de vie du téléviseur soit supérieure à 300 heures ?
- 4) Un téléviseur fonctionne depuis 200 heures. Quelle est la probabilité qu'il fonctionne 200 heures supplémentaires ?
- 5) Un magasin vend 20 téléviseurs de même type. Quelle est la probabilité qu'après 200 heures il faille en remplacer au moins 2 ?

Exercice 4 (6 points)

On considère deux variables aléatoires indépendantes X et Y , définies sur le même espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{B}, P)$, et suivant la loi normale centrée réduite. On considère la variable aléatoire W définie par :

$$W(\omega) = \begin{cases} X(\omega) & \text{si } Y(\omega) \leq a \\ Y(\omega) & \text{si } Y(\omega) > a \end{cases} \quad \text{où } a \text{ est une constante réelle fixée}$$

- 1) Déterminer la fonction de répartition de W et en déduire que W admet une densité que l'on déterminera ;
- 2) Calculer l'espérance de W ;
- 3) Pour quelles valeurs de a cette espérance est-elle maximale ?