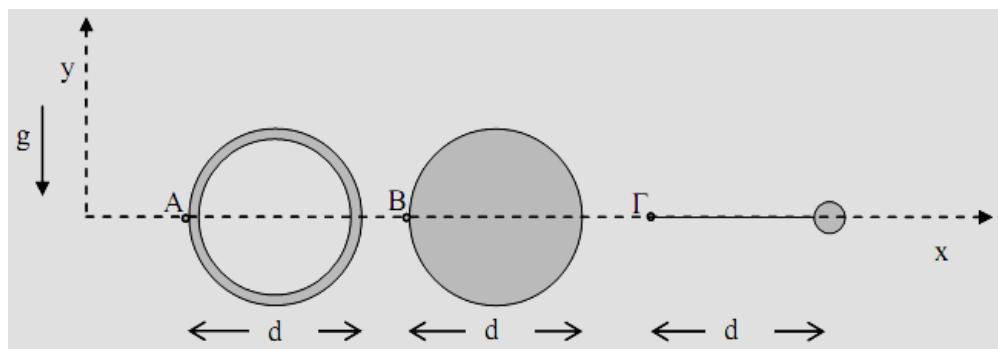


Προβλήματα στη Μηχανική Στερεού Σώματος

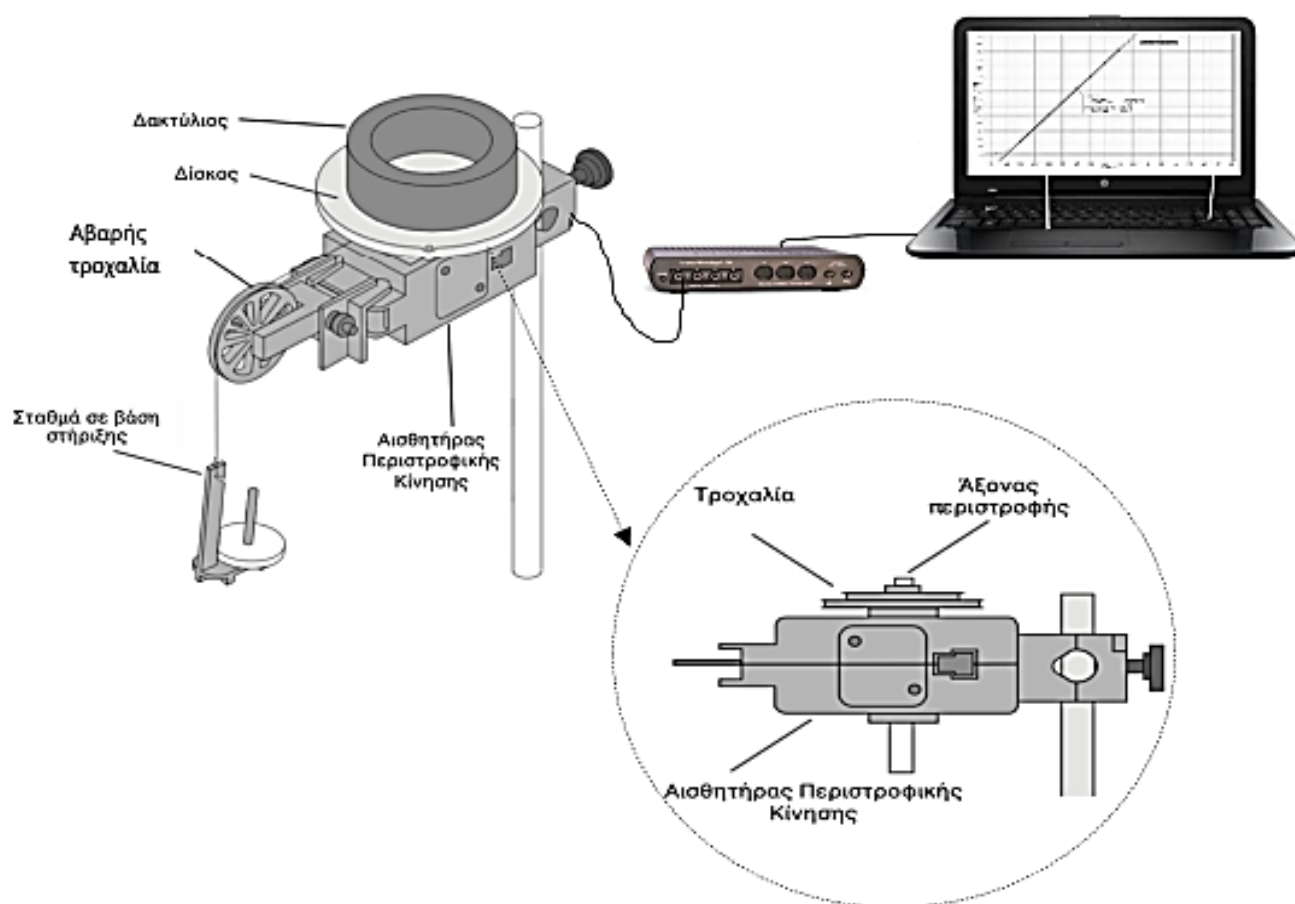
1. Μια ομογενής στεφάνη, ένας ομογενής δίσκος και μια σημειακή μάζα δεμένη στο άκρο αβαρούς νήματος, κρατούνται σε οριζόντια θέση, όπως δείχνει το σχήμα. Τα τρία σώματα αφήνονται ελεύθερα και μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τους άξονες Α, Β και Γ οι οποίοι είναι κάθετοι στο επίπεδο xy . (Η διεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας φαίνεται στο σχήμα). Η στεφάνη και ο δίσκος έχουν διάμετρο d , το νήμα έχει μήκος d και οι μάζες των τριών σωμάτων είναι ίσες.



- α. Ποια είναι η απόσταση του κέντρου μάζας του κάθε σώματος από το σημείο περιστροφής του.
- β. Να εξηγήσετε σε ποιο από τα τρία σώματα θα μεταβληθεί περισσότερο η δυναμική του ενέργεια όταν φτάνει στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του.
- γ. Με βάση την απάντηση που δώσατε στο προηγούμενο ερώτημα να εξηγήσετε ποιο από τα τρία σώματα θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια όταν περνά από το χαμηλότερό του σημείο.
- δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης αν η διάμετρος της είναι $d=20\text{ cm}$, η μάζα της είναι 200 g και η ροπή αδράνειας της ως προς το σημείο Α είναι $4 \times 10^{-3}\text{ kgm}^2$.

2009

2. Για τη μέτρηση της ροπής αδράνειας ενός δακτυλίου ετοιμάσαμε την πειραματική διάταξη του πιο κάτω σχήματος.



Με τη βοήθεια του αισθητήρα περιστροφικής κίνησης, της διασύνδεσης και του ηλεκτρονικού υπολογιστή μετρήσαμε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δακτυλίου - δίσκου - τροχαλίας. Αφαιρέσαμε τον δακτύλιο από τον αισθητήρα περιστροφικής κίνησης, επαναλάβαμε την προηγούμενη διαδικασία και μετρήσαμε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δίσκου - τροχαλίας. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές στον άξονα περιστροφής του αισθητήρα είναι αμελητέες.

Δίνονται:

Διάμετρος τροχαλίας στη θέση που τυλίχθηκε το νήμα: $d = 48,00\text{mm}$

Μάζα σταθμών και βάσης στήριξης: $m = 10,2\text{g}$

Γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δακτυλίου - δίσκου - τροχαλίας: $\alpha_{\gamma 1} = 3,60\text{rad/s}^2$

Γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δίσκου - τροχαλίας: $\alpha_{\gamma 2} = 15,80\text{rad/s}^2$.

Οι απαντήσεις σας να δοθούν με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

α. Χρησιμοποιώντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική κίνηση των σταθμών και την περιστροφική κίνηση του συστήματος των στερεών σωμάτων, να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$I = \left(\frac{g}{a_{\gamma} R} - 1 \right) m R^2$$

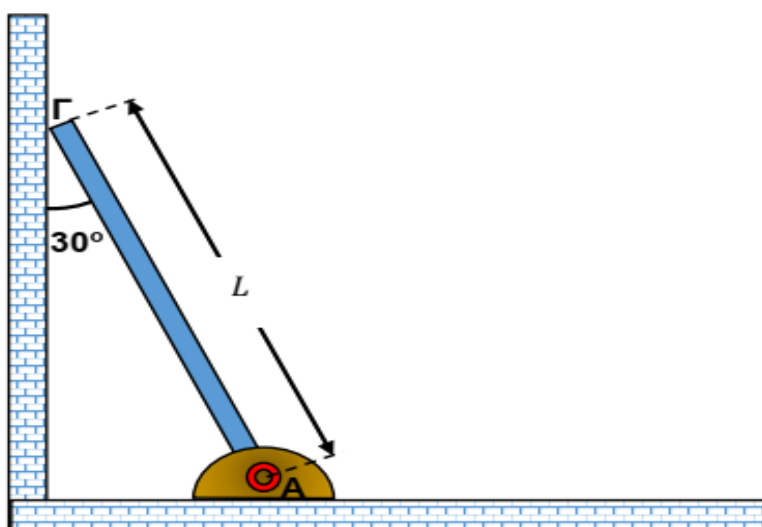
όπου a_{γ} η γωνιακή επιτάχυνση των σταθμών, m η μάζα των σταθμών και R η ακτίνα της τροχαλίας.

β. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δακτυλίου.

γ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος δακτύλιος - δίσκος - τροχαλία.

2018

3. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μια ομογενής ράβδος ΑΓ, μάζας $m = 2 \text{ kg}$ και μήκους L . Το άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένο στο πάτωμα με άρθρωση και το άκρο Γ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο.



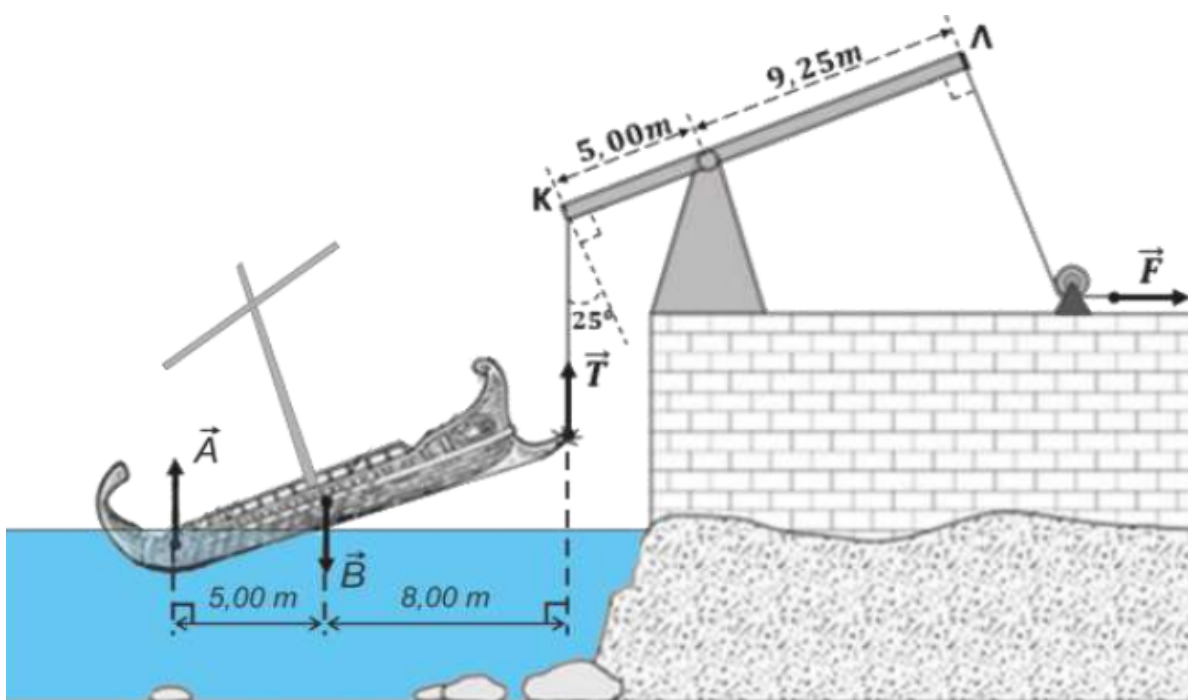
α. Να μεταφέρετε το πιο πάνω σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον κατακόρυφο τοίχο.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης στη ράβδο από την άρθρωση στο σημείο Α.

2019

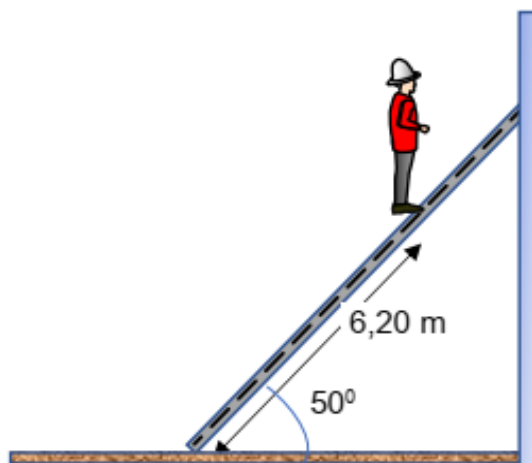
4. Λέγεται ότι ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε τεράστιους μοχλούς για να βυθίσει τα ρωμαϊκά πλοία που πολιορκούσαν το 214 π.Χ. τις Συρακούσες. Ένα πιθανό σύστημα φαίνεται στο σχήμα όπου ένα σχοινί είναι αγκιστρωμένο στο μπροστινό μέρος ενός πλοίου και ο μοχλός ΚΛ τραβιέται, με τη βοήθεια ενός δεύτερου σχοινιού και μιας τροχαλίας, από πολλούς άντρες. Όταν οι άντρες αφήνουν ελεύθερο το μοχλό, το πλοίο έπεφτε απότομα στη θάλασσα και βυθιζόταν. Το πλοίο ισορροπεί στη θέση που φαίνεται στο σχήμα όταν η δύναμη $\vec{F}$, που ασκούν οι άντρες στο μοχλό, έχει μέτρο $|\vec{F}| = 7,50 \times 10^4 \text{ N}$.



- α. Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης $\vec{T}$, του σχοινιού από το οποίο είναι αγκιστρωμένο το πλοίο. Η μάζα του μοχλού ΚΛ να θεωρηθεί αμελητέα.
- γ. Να υπολογίσετε τη μάζα του πλοίου.
- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{A}$, που ασκείται στο πλοίο από το νερό.

2020

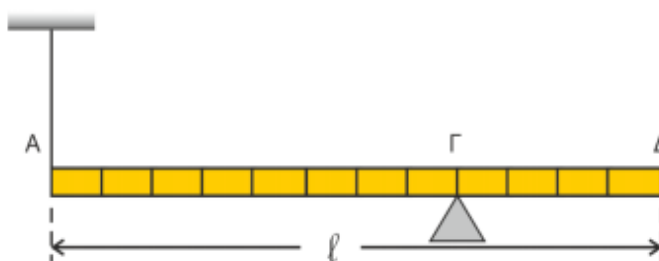
5. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μία σκάλα μήκους 8,00 m και βάρους 345 N, η οποία εφάπτεται με ένα τραχύ πάτωμα και έναν λείο κατακόρυφο τοίχο. Η σκάλα σχηματίζει με το οριζόντιο πάτωμα γωνία 50° . Ένας πυροσβέστης το βάρος του οποίου είναι 865 N, στέκεται πάνω στη σκάλα σε απόσταση 6,20 m από τη βάση της. Θεωρούμε ότι το βάρος της σκάλας εξασκείται στο κέντρο της.



- α. Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος
- β. Να αντιγράψετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα.
- γ. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν ο τοίχος και το πάτωμα στη σκάλα.
- δ. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο πάτωμα η δύναμη που ασκεί το πάτωμα στη σκάλα.
- ε. Να εξηγήσετε, χωρίς να κάνετε υπολογισμούς, ότι η σκάλα δεν θα μπορούσε να ισορροπήσει αν ήταν λείο και το πάτωμα.

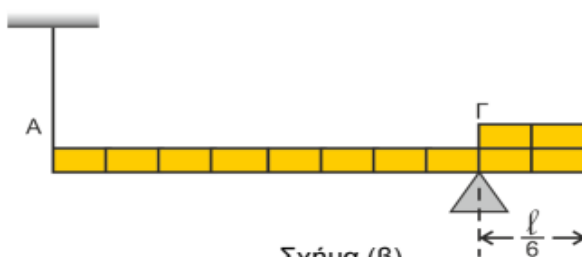
2021

6. Στο σχήμα (α) φαίνεται μια ομογενής, λεπτή και ισοπαχής ράβδος μήκους $\ell = 1,2 \text{ m}$, μάζας M και βάρους 30 N . Το άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο σε αβαρές κατακόρυφο νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η ράβδος βρίσκεται σε επαφή με στήριγμα στο σημείο Γ, το οποίο απέχει από το άκρο Α απόσταση $AG = \frac{2\ell}{3}$. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το σημείο Γ και είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{9} M \ell^2$.



Σχήμα (α)

- α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετραοίο απαντήσεων και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.
- γ. Να προσδιορίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται το στήριγμα από τη ράβδο.

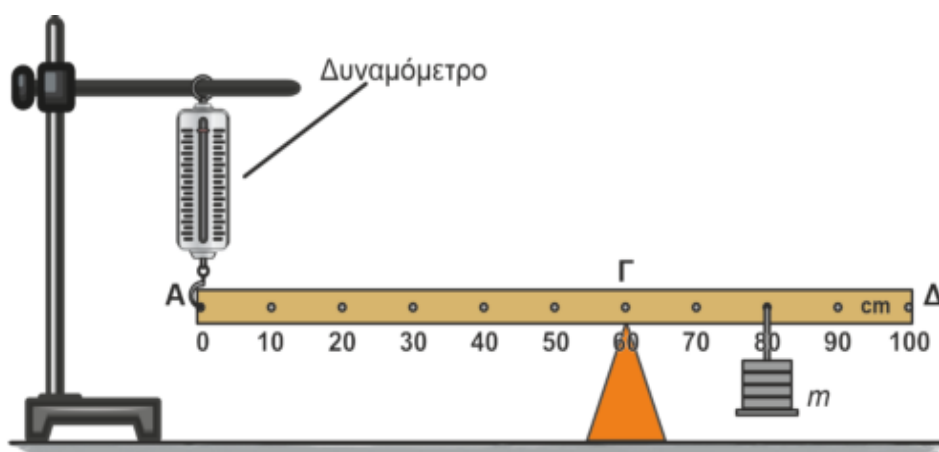


Σχήμα (β)

- δ. Κόβουμε από τη ράβδο τμήμα μήκους $\frac{\ell}{6}$ και το τοποθετούμε πάνω στη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Να αναφέρετε αν θα αλλάξει η δύναμη που δέχεται το στήριγμα από τη ράβδο, που υπολογίσατε στο ερώτημα (β).

2022

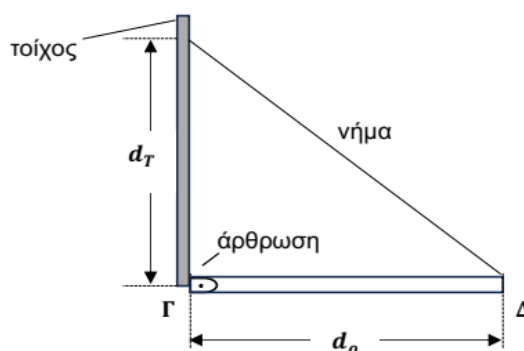
7. Στο εργαστήριο, ισορροπήσαμε τον πιο κάτω ομογενή χάρακα χρησιμοποιώντας δυναμόμετρο, στερεωμένο στο άκρο Α του χάρακα ($x_A = 0,0 \text{ cm}$) και τριγωνικό στήριγμα τοποθετημένο στη θέση Γ ($x_\Gamma = 60,0 \text{ cm}$), όπως φαίνεται στο σχήμα. Αναρτήσαμε, σταθμά συνολικής μάζας $50,0 \text{ g}$, στη θέση $x = 80,0 \text{ cm}$ του χάρακα, φροντίζοντας ο χάρακας να ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Ζυγίσαμε τον χάρακα και βρήκαμε ότι η μάζα του είναι $m_{\text{χαρ}} = 0,540 \text{ kg}$.



- Να γράψετε τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα χάρακα - σταθμών.
- Να γράψετε τι συμπεραίνετε για το άθροισμα των εξωτερικών ροπών που δρουν στο σύστημα χάρακα - σταθμών όταν αυτό ισορροπεί.
- Να υπολογίσετε την ένδειξη του δυναμόμετρου.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το στήριγμα στον χάρακα.
- Να αναφέρετε αν θα άλλαζε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το δυναμόμετρο στον χάρακα, στην περίπτωση που ο χάρακας ισορροπούσε σε πλάγια θέση σχηματίζοντας γωνία $\theta = 60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι το δυναμόμετρο παραμένει σε κατακόρυφη θέση.

2023

8. Μια λεπτή, οριζόντια ομογενής ράβδος ΓΔ, μήκους $d_p = 3,0 \text{ m}$ και μάζας $m_p = 2,0 \text{ kg}$, ισορροπεί με τη βοήθεια αβαρούς νήματος δεμένου στο άκρο της Δ. Το άκρο Γ της ράβδου είναι στερεωμένο μέσω άρθρωσης σε κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Το νήμα είναι δεμένο στον τοίχο σε σημείο που απέχει κατακόρυφα από την άρθρωση απόσταση $d_t = 4,0 \text{ m}$. Η ροπή αδράνειας της ράβδου, ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από την άρθρωση και είναι κάθετος προς τη διεύθυνση της ράβδου, δίνεται από τη σχέση: $I_\rho = \frac{1}{3} m_\rho d_\rho^2$.

A. α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

B. Τη στιγμή $t = 0$ κόβεται το νήμα.

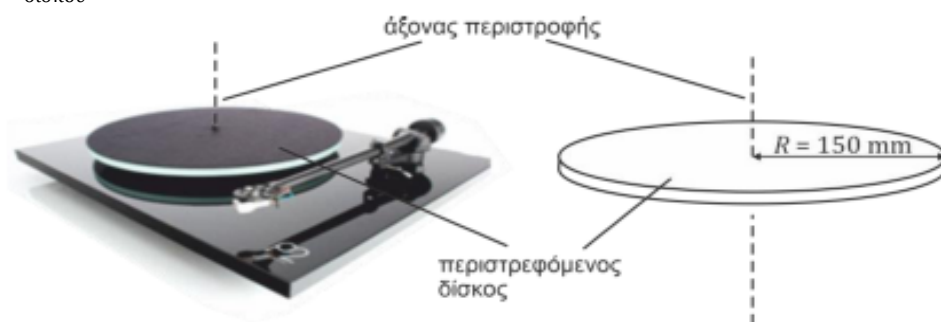
α. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, τη στιγμή που κόβεται το νήμα.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του άκρου Δ της ράβδου όταν γίνεται, για πρώτη φορά, κατακόρυφη.

2024

9. A. Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

B. Μια πειραματική δραστηριότητα πραγματοποιείται από μαθητές και μαθήτριες, χρησιμοποιώντας ένα πικάπ. Το πικάπ αποτελείται από έναν περιστρεφόμενο, ομογενή, συμπαγή δίσκο με μάζα $M = 0,82 \text{ kg}$ και ακτίνα $R = 150 \text{ mm}$, όπως φαίνεται στην Εικόνα 12.1. Η ροπή αδράνειας του δίσκου, ως προς τον άξονα περιστροφής του, δίνεται από τη σχέση: $I_{\text{δίσκου}} = \frac{1}{2} MR^2$.



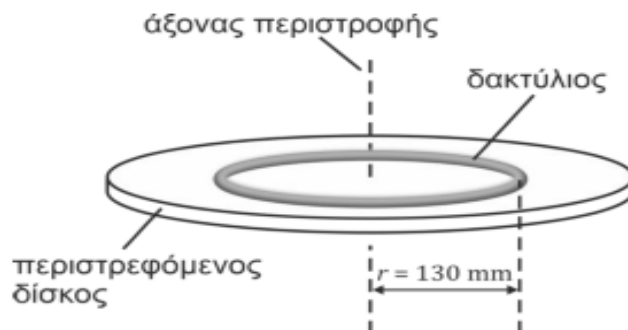
Εικόνα 12.1

α. Να δείξετε ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $9,2 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$.

β. Αρχικά ο δίσκος περιστρέφεται, με αμελητέες τριβές, με γωνιακή ταχύτητα 12 rad/s .

Στη συνέχεια, ένας λεπτός δακτύλιος, μάζας $m = 75 \text{ g}$ και ακτίνας $r = 130 \text{ mm}$, πέφτει

απαλά πάνω στον δίσκο από χαμηλό ύψος. Τα δύο σώματα συσσωματώνονται, ώστε ο δακτύλιος να είναι ομόκεντρος με τον δίσκο. Το σύστημα των δύο σωμάτων παρουσιάζεται στην Εικόνα 12.2.



Εικόνα 12.2

- i. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος, αμέσως μετά τη συσσωμάτωση δακτυλίου - δίσκου. Η ροπή αδράνειας του λεπτού δακτυλίου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τη σχέση $I_{\text{δακ}} = mr^2$.
- ii. Να υπολογίσετε την απώλεια περιστροφικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, κατά τη συσσωμάτωση δακτυλίου - δίσκου.

2025