

Тема уроку: Формули зведення.

Мета уроку: Вивчення формул зведення, формування умінь учнів застосовувати вивчені формули для спрощення виразів та обчислень.

I. Перевірка домашнього завдання.

1. Відповіді на питання учнів, що виникли в процесі виконання домашнього завдання.
2. Самостійна робота.

Варіант 1

1. Спростіть $\frac{\cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta - \cos(\alpha - \beta)}$. (3 бали)
2. Знайдіть $\operatorname{tg} 2\alpha$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = -0,4$. (3 бали)
3. Спростіть $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \cos \alpha$. (3 бали)
4. Обчисліть $2 - 4 \sin^2 \frac{5\pi}{12}$. (3 бали)

Варіант 2

1. Спростіть $\frac{\sin \alpha \sin \beta - \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta) + \cos \alpha \sin \beta}$. (3 бали)
2. Знайдіть $\operatorname{tg} 2\beta$, якщо $\operatorname{tg} \beta = 6$. (3 бали)
3. Спростіть $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \cos \alpha - \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)$. (3 бали)
4. Обчисліть $6 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 3$. (3 бали)

Відповідь: **В-1.** 1. $-\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$. 2. $-\frac{20}{21}$. 3. 0. 4. $-\sqrt{3}$.

В-2. 1. $-\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{tg} \beta$. 2. $-\frac{12}{35}$. 3. 0. 4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

II. Сприймання і усвідомлення формул зведення.

Тригонометричні функції чисел виду $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\pi \pm \alpha$; $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, $2\pi \pm \alpha$ можуть бути виражені через функції кута α за допомогою формул, які називаються формулами зведення.

Користуючись формулами тригонометричних функцій суми (різниці) двох чисел, можна довести формули зведення:
для синуса

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$	$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$
---	---	-------------------------------------

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha, \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha, \quad \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

для косинуса

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\sin \alpha, & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \sin \alpha, & \cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha, \\ \cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha, & \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) &= \sin \alpha, & \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) &= -\sin \alpha. \end{aligned}$$

для тангенса і котангенса

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\operatorname{ctg} \alpha, & \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{ctg} \alpha, \\ \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) &= -\operatorname{tg} \alpha, & \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) &= \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned}$$

Формули зведення запам'ятовувати необов'язково. Для того щоб записати будь-яку з них, можна користуватися таким правилом:

1) В правій частині формули ставиться той знак, який має ліва частина при

умові $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

2) Якщо в лівій частині формули кут дорівнює $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$, $\frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус замінюється на косинус, тангенс — на котангенс і навпаки. Якщо кут дорівнює $\pi \pm \alpha$, то заміна не виконується.

Розглянемо приклади.

Приклад 1. Виразимо $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$ через тригонометричну функцію кута α . Якщо вважати, що α — кут I чверті, то $\pi - \alpha$ буде кутом II чверті. У II чверті тангенс від'ємний, отже, у правій частині рівності слід поставити знак «мінус». Для кута $\pi - \alpha$ назва функції «тангенс» зберігається. Тому.

$$\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha.$$

За допомогою формул зведення знаходження значень тригонометричних функцій будь-якого числа можна звести до знаходження значень тригонометричних функцій чисел від 0 до $\frac{\pi}{2}$.

Приклад 2. Знайдемо значення $\sin \frac{8\pi}{3}$.

Маємо: $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \left(2\pi + \frac{2\pi}{3} \right) = \sin \frac{2\pi}{3} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Виконання вправ

1. Приведіть до тригонометричних функцій числа а:

а) $\sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$; б) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$; в) $\operatorname{ctg} (\pi - \alpha)$; г) $\operatorname{tg} (\pi + \alpha)$; д) $\sin (\pi + \alpha)$; е) $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$.

Відповідь: а) $\cos \alpha$; б) $-\sin \alpha$; в) $-\operatorname{ctg} \alpha$; г) $\operatorname{tg} \alpha$; д) $-\sin \alpha$; е) $\operatorname{ctg} \alpha$.

2. Знайдіть:

а) $\sin \frac{2\pi}{3}$; б) $\cos \frac{3\pi}{4}$; в) $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$; г) $\sin \frac{5\pi}{6}$.

Відповідь: а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; г) $\frac{1}{2}$.

3. Спростіть:

а) $\frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \operatorname{tg} (\pi - \alpha) + \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)}{\cos (\pi + \alpha)}$; б) $\frac{\sin (\pi - \alpha) - \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) + \operatorname{ctg} (\pi - \alpha)}{\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)}$.

Відповідь: а) 1. б) -1 .

4. Доведіть, що

а) $\frac{\operatorname{tg} (\pi - \alpha)}{\cos (\pi + \alpha)} \cdot \frac{\sin \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)} = \operatorname{tg}^2 \alpha$, б) $\frac{\sin (\pi - \alpha)}{\operatorname{tg} (\pi + \alpha)} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)}{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)} \cdot \frac{\cos (2\pi - \alpha)}{\sin (-\alpha)} = \sin \alpha$.

III. Підведення підсумків уроку.