E3a PSI 2017 Physique-Chimie

Corrigé rédigé par Thierry Guillot (PSI Besançon). Pour toute remarque, merci d'envoyer un mail à tguillot@wanadoo.fr

Première partie : étude d'éléments électroniques du dispositif

A) Oscillateur

A.1 Les ALI étant supposés idéaux, on peut utiliser le théorème du pont diviseur de tension pour relier $\underline{V}_2$ à $\underline{V}_{s1}$ (il n'y a pas de courant dans le fil allant à l'entrée non inverseuse de l'ALI 2) : $\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_{s1}} = \frac{\frac{1}{jC_2\omega}}{R_2+\frac{1}{jC_2\omega}}$, ce qui donne bien le résultat $\frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_{s1}} = \frac{1}{1+jR_2C_2\omega}$.

Cela correspond à un filtre passe-bas d'ordre 1.

A.2. On repasse alors dans le domaine temporel : $V_2(t) + R_2C_2\frac{dV_2}{dt}(t) = V_{s1}(t)$.

A.3. La solution générale est alors : $V_2(t) = A_1 \exp exp\left(-\frac{t}{R_2C_2}\right) + \frac{V_{s10}}{\sqrt{1+(R_2C_2\omega)^2}}\cos cos\left(\omega t - \arctan\ arctan\left(R_2C_2\omega\right)\right)$.

A.4. La condition pour que le système soit stable est que la solution ne diverge pas, donc que $R_2C_2 > 0$.

Remarque : comment pourrait-il en être autrement ??

A.5 L'ALI étant idéal et en fonctionnement linéaire, les potentiels des bornes inverseuse et non inverseuse sont égaux. Et puisque c'est le même courant qui circule dans les deux dipôles, : $\frac{\left(\underline{V}_{s2}-\underline{V}_1\right)}{R_1} = \left(\underline{V}_1 - \underline{V}_{s1}\right)jC_1\omega$, d'où $\underline{V}_{s2} - \underline{V}_1 = jR_1C_1\omega\left(\underline{V}_1 - \underline{V}_{s1}\right)$

.

A.6 Dans le cas où $\underline{V}_1 = 0$, il vient $\underline{V}_{s1} = -\frac{1}{jR_1C_1\omega}\underline{V}_{s2}$. Le bloc 2 est donc un intégrateur pur.

A.7. Remarque : la figure 5 est fausse : les bornes + et – de l'ALI ont été inversées par rapport à la figure 2. Du coup, le montage devient instable. On supposera dans la suite que les bornes sont branchées comme dans la figure 2.

On a alors : $\underline{V}_1 - \underline{V}_2 = jR_3C_3\omega\left(\underline{V}_2 - \underline{V}_{s2}\right)$.

A.8. La relation 1 fournie par l'énoncé est une équation complexe.

En égalisant avec 0 la partie réelle, on obtient $\omega = \frac{1}{\sqrt{a_1a_3}} = \frac{1}{\sqrt{R_1R_3C_1C_3}}$. Et avec la partie imaginaire : $\omega = \frac{1}{\sqrt{a_1a_2}} = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$.

Compte tenu des valeurs des composants, ces deux pulsations sont égales et correspondent à une fréquence $f = 19,9$ kHz.

C'est donc bien une fréquence proche de 20 kHz, comme l'annonçait l'introduction de la partie A.

A.9 D'après la question A.6. $V_{s1}(t)$ s'obtient en intégrant $V_{s2}(t)$ et en multipliant par un coefficient négatif. Donc si la tension de sortie de l'ALI2 est en cosinus, alors celle de l'ALI1 est en $(-$ sinus$)$.

Remarque : le signe $-$, non évoqué dans l'énoncé, a pu troubler les candidats.

B) Modulation d'amplitude

B.1. Document 1a : c'est une modulation d'amplitude : l'amplitude est grande, puis petite, puis grande à nouveau. La fréquence ne change jamais, pas plus que la phase.

Document 1b : modulation de phase : l'amplitude et la fréquence ne changent pas mais il y a des points de rebroussements aux changements de phase.

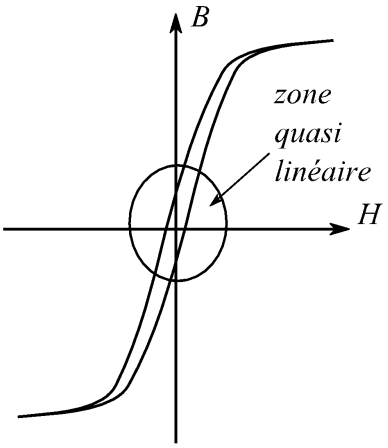
Document 1c : modulation de fréquence : on voit bien que la fréquence est petite puis grande puis petite.

B.2. Sur le document 2, la raie centrale est celle de la porteuse. Sa fréquence est $f_p = \frac{5,4}{10,2} * 3,5 = 1,9\ kHz$. Les deux raies latérales correspondent à $f_p - f$ et à $f_p + f$, d'où $f = \frac{0,6}{2} * \frac{3,5}{10,2} = 0,10\ kHz$.

Deuxième partie : conversion de puissance

C) Communication transcutanée

C.1. Pour un milieu doux, le cycle est étroit (voir ci-contre). La zone proche de l'origine des axes peut quasiment être assimilée à une droite : $\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$.



C.2. Dans l'annexe 2, on nous parle d'un courant sinusoïdal d'intensité 1 mA. On ne sait pas s'il s'agit d'une amplitude, d'une valeur efficace … on supposera que c'est une valeur efficace.

Le théorème d'Ampère, appliqué le long d'un contour moyen dans le circuit magnétique, donne : $H_f \times l_f + H_e \times 2e = Ni$. Par ailleurs, du fait de la continuité de la composante normale du champ magnétique à l'interface air-fer, le champ magnétique est le même dans les deux milieux : $B_e = B_f$. On le notera B. Et puisque $\mu_r = 10^5 \gg 1$, on peut négliger H_f

devant H_e et écrire $B \simeq \frac{\mu_0 Ni}{2e}$. Numériquement, l'amplitude du champ magnétique est alors $B_m = \frac{\mu_0 NI\sqrt{2}}{2e} = 1,4 \cdot 10^{-6}$ T.

Le tableau fourni dans l'annexe 2 permet d'évaluer le champ maximal admissible, grâce à l'avant-dernière colonne : $B_{max} = \frac{0,92}{0,18}\mu T$, soit $B_{max} = 5,1\mu T$. On voit que la valeur précédente est plus faible, donc il n'y a pas de risque. Et si 1 mA représentait l'amplitude, ce serait encore plus vrai.

C.3. On a le système d'équations, en notation complexe :

$\underline{V}_g = \left(R_g + R_s\right)\underline{i}_1 + \frac{1}{jC_s\omega}\underline{i}_1 + jL_s\omega\underline{i}_1 + jM\omega\underline{i}_2$ et $0 = \left(R_L + R_d\right)\underline{i}_2 + \frac{1}{jC_d\omega}\underline{i}_2 + jL_d\omega\underline{i}_2 + jM\omega\underline{i}_1$.

C.4. Pourquoi l'énoncé parle-t-il de « puissance max » ? ne s'agit-il pas plutôt de la puissance moyenne délivrée par le générateur ?

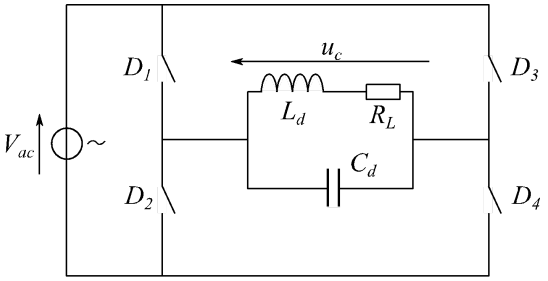
La figure 7 montre que l'on a intérêt à travailler en haute fréquence, puisque U est proportionnel à ω.

Et il faut utiliser un noyau ferromagnétique doux (donc quasi-linéaire) pour assurer un bon couplage par mutuelle inductance, donc une forte valeur de M, qui intervient aussi dans l'expression de U.

D) Redresseur

D.1. Le schéma est donné ci-contre.

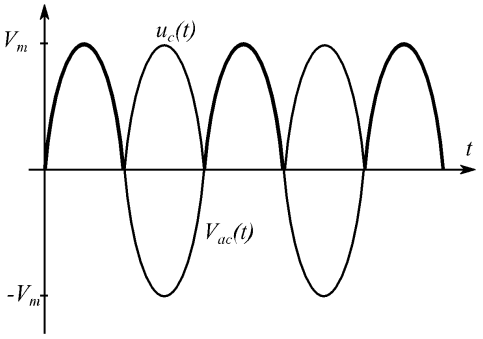
Remarque : l'énoncé aurait pu préciser que les diodes étaient supposées idéales.



Prenons par exemple $V_{ac}(t) = V_m \sin sin\,(\omega t)$, et $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

De $t = 0$ à $t = \frac{T}{2}$, $V_{ac}(t) \geq 0$, donc D_1 et D_4 sont passantes, tandis que D_2 et D_3 sont bloquées ; on a donc $u_c(t) = V_{ac}(t) \geq 0$.

De $t = \frac{T}{2}$ à $t = T$, $V_{ac}(t) \leq 0$, donc D_1 et D_4 sont bloquées, tandis que D_2 et D_3 sont passantes ; on a donc $u_c(t) = -V_{ac}(t) \geq 0$.



D.2. Voir ci-contre.

D.3. On utilise un pont de diodes pour redresser la tension car on veut recharger la batterie, qui est de présentation continue, à partir d'une source de présentation sinusoïdale.

Troisième partie : étude de la pompe cardiaque

E) Influence de l'écoulement sur la formation de caillots sanguins

E.1. Les forces de pression ont pour résultante $\vec{F}_p = \pi r^2\left(P_1 - P_2\right)\vec{u}_z$. Celles de viscosité ont pour résultante $\vec{F}_v = \eta\frac{dv}{dr}(r)2\pi rL\,\vec{u}_z$.

Remarque : il aurait été bon de préciser que la pesanteur est négligée, ce qui est sous-entendu par le fait que la pression ne dépend pas de z.

Le théorème de la résultante cinétique s'écrit $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_p + \vec{F}_v$.

E.2. Même si le système étudié se déforme au cours du temps, chaque particule de fluide qui le compose garde toujours la même vitesse, car :

- l'écoulement est stationnaire $\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} = \vec{0}\right)$;
- le champ des vitesses est de la forme $\vec{v} = v(r)\,\vec{u}_z$ donc lorsqu'une particules de fluide se déplace, elle traverse des zones dans lesquelles le champ des vitesses est toujours de même valeur.

En conséquence, la quantité de mouvement sus système considéré se conserve.

E.3. L'équation de la question E.1. conduit, après projection selon (Oz) à : $\eta\frac{dv}{dr}2L = -r(P_1 - P_2)$. On primitive par rapport à r : $v(r) = -\frac{1}{2\eta L}\frac{r^2}{2}\left(P_1 - P_2\right) + K_1$. La condition d'adhérence $v(R) = 0$ permet de préciser la constante, ce qui donne bien la relation :

$v(r) = \frac{R^2 - r^2}{4\eta L}\left(P_1 - P_2\right)$.

E.4. $Re = \frac{\mu U 2R}{\eta}$, U étant la vitesse débitante : $U = \frac{Q}{\pi R^2}$. On obtient ainsi une nombre de Reynolds de l'ordre de 2.10^2. C'est clairement inférieur à 2000, donc l'écoulement est laminaire.

E.5. Le calcul de la vitesse débitante s'écrit : $U = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L \pi R^2} \int_0^R \left(R^2 - r^2\right) 2\pi r \, dr = \frac{R^2}{8\eta L}\left(P_1 - P_2\right)$. Et en utilisant le lien entre U et Q, il vient la loi de Hagen-Poiseuille, pour les écoulements laminaires : $P_1 - P_2 = \frac{8\eta L Q}{\pi R^4}$.

.

E.6. La résistance hydraulique est $R_H = \frac{P_1 - P_2}{Q} = \frac{8\eta L}{\pi R^4}$.

E.7. D'après l'annexe 3, plus le taux de cisaillement est élevé (c'est-à-dire plus l'évolution spatiale du champ des vitesses est importante), moins les globules rouges s'agrègent, et donc plus la viscosité est faible.

E.8. Avec des caillots, le diamètre utile diminue, et la viscosité devient plus importante, donc la résistance hydraulique augmente.

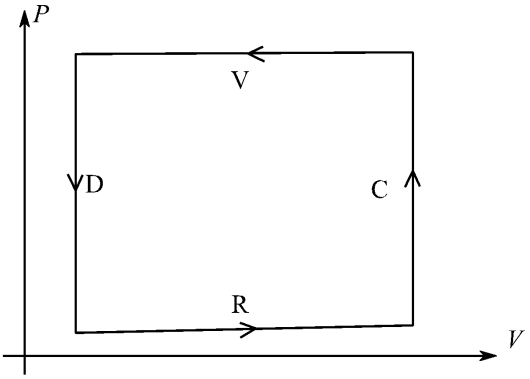
Quatrième partie : thermodynamique du cœur

F) Étude du travail fourni par le cœur

F.1.

Remarque : je ne comprends pas la phrase de l'énoncé ; que veut dire « diagramme de Clapeyron du ventricule » ?? il s'agit plutôt du sang qui passe dans le ventricule, et qui reçoit de la part de celui-ci un travail positif, donc le cycle doit tourner dans le sens anti-horaire. D'ailleurs il y a une incohérence dans le texte : le ventricule doit fournir un travail positif et non négatif, comme dit juste avant F1.

Le cœur se comporte ici comme une pompe ; il fournit un travail mécanique positif au sang. Le sang reçoit donc un travail, positif, de la part du cœur, ce qui est bien compatible avec un sens anti-horaire, comme dans une machine thermique de type récepteur.



F.2. La détente (D) correspond à une chute de pression, ici à volume constant ; la contraction (C) à une compression, à volume constant puisque les valves sont fermées. Lors du remplissage, le volume augmente, et il diminue lors du vidage.

Le ventricule se vide à haute pression car il faut vaincre les résistances hydrauliques des canalisations qui mènent aux organes.

Notons au passage que P représente ici une surpression, et non une pression.

F.3. Remarque : on nous demande de calculer une grandeur négative, ce qui est surprenant.

L'aire du cycle correspond à celle d'un trapèze ; on peut le décomposer en un rectangle plus un triangle rectangle.

$$W_{s \to v_g} = -\left[\left(P_{ss} - P_{vp}\right)S + \frac{1}{2}\left(P_{vp} - P_{min}\right)S\right]$$

F.4. $W_g = W_{v_g \to s} = -W_{s \to v_g} \simeq +P_{ss}S$, car $P_{vp} \ll P_{ss}$ et $P_{vp} - P_{min} \ll P_{ss}$.

S représente la variation du volume du ventricule gauche. C'est aussi le volume de sang qui y passe pendant un cycle.

F.5. De la même façon, $W_d = \alpha S P_{ss}$.

F.6. La puissance mécanique fournie par le cœur est $\wp = f\left(W_g + W_d\right)$, d'où $\wp = fSP_{ss}(1 + \alpha)$.

F.7. On nous donne $S = 50 \cdot 10^{-6} m^3$.

Commençons par évaluer les puissances cardiaques à différents moments de la journée, grâce au document 1 de l'annexe 4, le 133 servant à convertir la pression donnée en mm Hg :

- $\wp_{repos\ couché} \simeq \frac{64}{60} \times 50 \cdot 10^{-6} \times (130 + 20) \times 133 \simeq 1\ W$.
- $\wp_{repos\ debout} \simeq \frac{73}{60} \times 50 \cdot 10^{-6} \times (136 + 15) \times 133 \simeq 1,2\ W$.
- $\wp_{pic} \simeq \frac{167}{60} \times 50 \cdot 10^{-6} \times (220 + 34) \times 133 \simeq 4,7\ W$.

Ainsi, au repos, la puissance est de l'ordre de 1 W, et en activité, de l'ordre de 5 W.

L'énergie fournie par le cœur sur une journée est donc de l'ordre de :

$E_{fournie} = \wp_{repos\ couché} \times 7 \times 3600 + \wp_{repos\ debout} \times 16 \times 3600 + \wp_{pic} \times 1 \times 3600 \simeq 0,1 MJ$.

C'est donc peu par rapport à l'apport énergétique journalier fourni par la nourriture, de l'ordre de 10 MJ pour un homme.

G) Rendement cardiaque

G.1. Rendement : $\eta = \frac{puissance\ fournie\ au\ sang}{puissance\ apportée\ par\ O_2} = \frac{E_{fournie}}{E_{aliments}} \simeq \frac{0,1}{0,14 \times 10} \simeq 7\ \%$.

Le 0,14 prenant en compte le fait que seulement 14% du dioxygène utilisé par le corps est consommé par le cœur.

G.2. D'après le premier principe, $W + Q_c + Q_f = 0$. D'après le second principe, $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \leq 0$. Et pour un moteur thermique, $\eta = -\frac{W}{Q_c}$. Il vient $\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c}$. L'égalité est obtenue lorsque les différentes transformations thermodynamiques sont réversibles.

G.3. D'après les deux questions précédentes, $T_c \geq \frac{T_f}{1-\eta}$, ce qui donne numériquement $T_c \geq 315\ K$, soit $T \geq 42°C$. Le modèle n'est donc pas pertinent ; mais il y a eu pas mal d'estimations très approximatives dans les calculs.

H) Évolution du rendement du cœur en fonction de l'effort fourni

H.1. $\frac{d\eta}{d\Omega} = \frac{b-\eta}{\Omega}$; on peut séparer les variables : $\frac{d\eta}{b-\eta} = \frac{d\Omega}{\Omega}$.

Remarque : le tableau donné dans l'énoncé pour cette question pose problème ; l'équation différentielle précédente donne, par intégration des logarithmes népériens de valeurs absolues, en particulier $|b-\eta|$. Et les valeurs du tableau conduisent à un changement de signe pour $\frac{d\eta}{d\Omega}$, donc aussi pour $b-\eta$. La valeur de η de la dernière colonne est très surprenante : le rendement du cœur serait meilleur pour un effort intense que pour un effort moyen ou léger ?? il est rare que les dispositifs aient un rendement meilleur quand on les sollicite davantage ! Tout laisse penser qu'il y a une faute de frappe et qu'il faut lire 0,68 au lieu de 0,78.

Bref, la résolution de l'équation différentielle conduit à $-\ln ln\,(|b-\eta|) = \ln ln\,(\Omega) + K$.

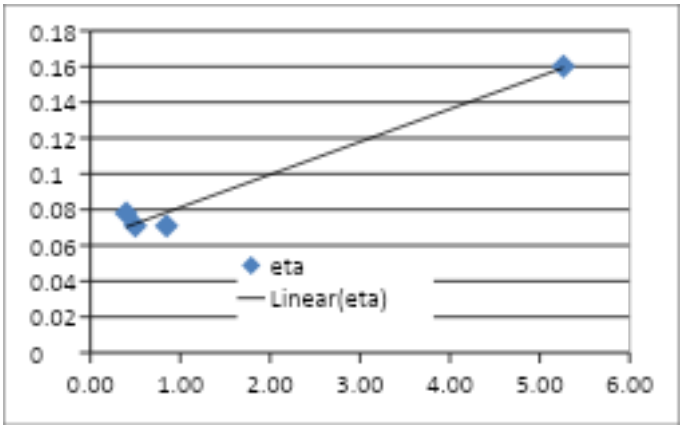
En partant du repos, $\frac{d\eta}{d\Omega} < 0$, donc $b-\eta_0 < 0$, d'où $-\ln ln\left(\eta_0 - b\right) = \ln ln\left(\Omega_0\right) + K$, ce qui détermine K, puis $\ln ln\left(\frac{|b-\eta|}{\eta_0-b}\right) = \ln ln\left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)$, d'où $|b-\eta| = \left(\eta_0 - b\right)\frac{\Omega_0}{\Omega}$

Compte tenu de l'anomalie apparente de la dernière colonne du tableau, on peut prendre $b-\eta < 0$, d'où $\eta = b + \left(\eta_0 - b\right)\frac{\Omega_0}{\Omega}$.

H.2. Le calcul précédent donne η fonction affine de $\frac{1}{\Omega}$. On utilise donc un grapheur pour tracer η en fonction de $\frac{1}{\Omega}$. Le tracé ci-contre est bien peu convaincant.

Il donne $\alpha_1 = 0,018\ L.min^{-1}$ et $\alpha_2 = 0,063$.

En prenant 0,68 au lieu de 0,78, c'est bien mieux !

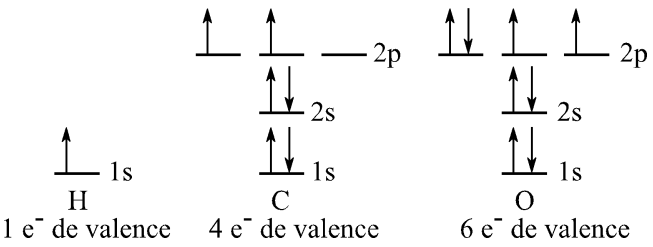


H.3. L'accord théorie-expérience n'est pas satisfaisant si on s'en tient aux valeurs de l'énoncé.

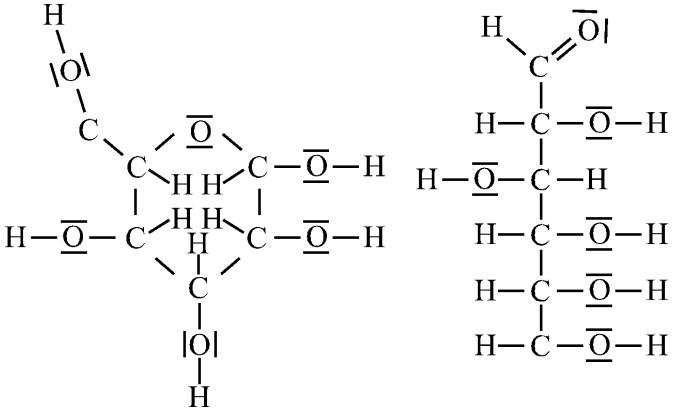
Cinquième partie : production d'énergie, chimie du glucose

I) Molécule de glucose

I.1. Les configurations électroniques et les nombres d'électrons de valence des atomes H, C et O sont donnés ci-contre.



I.2. Les structures de Lewis sont données ci-dessous



I.3. Pour la théorie VSEPR, se référer au cours : il y a répulsion entre les électrons de la couche de valence, donc entre les doublets liants et non liants. Pour la forme cyclique du glucose,

- un atome de carbone du cycle correspond à la figure AX_4, donc l'atome de carbone est au centre d'un tétraèdre régulier.
- un atome d'oxygène du cycle correspond à la figure AX_2E_2, donc l'atome d'oxygène est au centre d'un tétraèdre.

I.4. Le glucose est très soluble dans l'eau car il peut y avoir de nombreuses liaisons hydrogène entre les H de l'eau et les O du glucose.

J) Production d'énergie

J.1. L'enthalpie standard de formation $\Delta_f H^0$ d'un composé est l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H^0$ de la réaction donnant ce composé (avec un coefficient stœchiométrique $+1$), à partir de ses corps simples, pris chacun dans son état standard de référence.

Donc $\Delta_f H^0(O_2, gaz) = 0$.

J.2. Remarque : il y a une faute de frappe dans l'énoncé : il faut lire « réaction » au lieu de « formation ».

$\Delta_r H_1^0 = 6\Delta_f H^0(CO_2, g) + 6\Delta_f H^0(H_2O, l) - \Delta_f H^0(C_6H_{12}O_6, aq) = -6\times393,5 - 6\times285,8 + 1273,3 = -2802\ kJ\cdot mol^{-1}$.

Il est logique de trouver un signe négatif, puisque la réaction chimique étudiée est exothermique et permet de maintenir le corps à une température de l'ordre de 37°C.

J.3. Dans le corps, la réaction a donc lieu vers 37°C, c'est-à-dire 310 K. Mais grâce à l'approximation d'Ellingham, on peut dire que $\Delta_r H_1^0$ est quasiment indépendant de T, donc a quasiment la même valeur à 310 K et à 298 K.

K) Étude de la réaction

K.1. Dans $C_6H_{12}O_6$, le nombre d'oxydation de C est $\frac{1}{6}(6\times2 - 12)$, donc 0.

Dans CO_2, le nombre d'oxydation de C est $++\ IV$.

Dans O_2, le nombre d'oxydation de O est 0.

Dans tous les autres, le nombre d'oxydation de O est $-\ II$.

Il y a donc les couples $(CO_2/C_6H_{12}O_6)$, (O_2/CO_2), et (O_2/H_2O), avec à chaque fois l'oxydant en premier.

K.2. $\Delta_r S_1^0 = 6\,S^0(CO_2, g) + 6\,S^0(H_2O, l) - S^0(C_6H_{12}O_6, aq) - 6\,S^0(O_2, g) = 6\times213,7 + 6\times69,6 - 289 - 6\times205$.

$\Delta_r S_1^0 = 180,8\ J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$.

Cette entropie standard de réaction est positive, bien que la somme des coefficients stœchiométriques des gaz soit nulle. En effet, la somme totale des coefficients stœchiométriques est positive, donc le nombre total de molécules augmente quand la réaction se déplace vers la droite.

K.3. $\Delta_r G_1^0 = \Delta_r S_1^0 - T\Delta_r S_1^0 = -2,86\cdot10^6\ J\cdot mol^{-1}$ à 310 K.

K.4. L'enthalpie libre standard étant négative et très grande en valeur absolue, la constante d'équilibre est très grande devant 1, donc l'équilibre est très déplacé vers la droite. La réaction est donc bien quasi-quantitative.

K.5. D'après la loi de Van't Hoff, $\frac{d(\ln K^0{}_1)}{dT} = \frac{\Delta_r H_1^0}{RT^2}$, qui est négatif ici. Ainsi, $\ln K^0{}_1$ est fonction décroissante de la température, et par suite K_1^0 aussi, puisque ln est une fonction croissante.

Il en résulte que, quand on augmente la température, K_1^0 diminue, donc l'équilibre est déplacé dans le sens indirect.

L) Dosage du glucose dans le sang

L.1. On lit sur la courbe, pour une absorbance de 0,275 environ $20\ mg\cdot L^{-1}$. Mais on avait dilué 50 fois, donc la personne avait environ $1\ mg\cdot L^{-1}$ de glucose, ce qui correspond à une glycémie normale.

L.2. Un large excès d'eau et de dioxygène permet de se placer dans une situation de dégénérescence d'ordre.

La vitesse de réaction ne dépend alors quasiment que de [G].

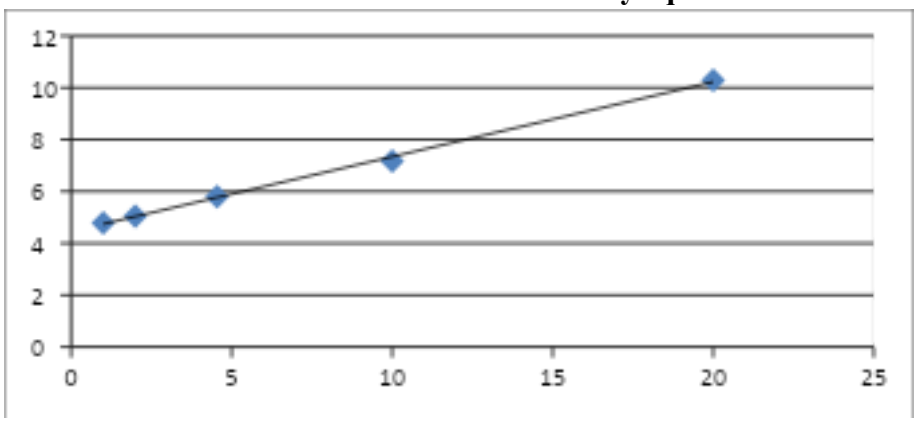
L.3. Compte tenu de l'expression fournie, la vitesse ne dépend bien que de [G] mais la réaction n'a pas d'ordre.

L.4. Pour [G]<<K_M, $v \simeq \frac{v_{max}}{K_M}[G]$. Pour [G]>>$K_M$, $v \simeq v_{max}$.

L.5. Notons v_0 la vitesse initiale et $[G]_0$ la concentration initiale en glucose. On a donc $v_0 = v_{max}\frac{[G]_0}{K_M+[G]_0}$, avec le même v_{max} pour les 5 expériences car la concentration en enzyme est la même.

On en déduit : $\frac{1}{v_0} = \frac{K_M}{v_{max}}\frac{1}{[G]_0} + \frac{1}{v_{max}}$. On trace donc $\frac{1}{v_0}$ en fonction de $\frac{1}{[G]_0}$, à partir du tableau ci-contre. Le tracé, donné ci-dessous, montre que les points sont très bien alignés.

[G]0	v0	1/v0	1/[G]0
0,05	0,10	10,29	20,00
0,1	0,14	7,18	10,00
0,22	0,17	5,80	4,55
0,5	0,20	5,05	2,00
1	0,21	4,78	1,00



On en déduit $v_{max} = 0,22\ mg{\cdot}L^{-1} \cdot s^{-1}$ et $K_M = 0,064\ mg{\cdot}L^{-1}$. C'est bien cohérent par rapport à la question L4.