2024/2025	2^{eme} – BAC – SVT – Biof	Devoir surveillé N° 2 Semestre 2

Exercice 1 (7 pts) :

1- déterminer les équations différentielles vérifiées par les coordonnées V_x et V_z du vecteur vitesse de la balle dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$:

Système étudié : {la balle}.

La balle est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -\ m g\vec{k}$.

Par l'application de la deuxième loi de Newton, on trouve : $\vec{P} = m\vec{a}_G$ alors $-\ mg\vec{k} = m\vec{a}_G$ d'où $\vec{a}_G = -\ g\vec{k}$.

En projetant de cette relation vectorielle sur les trois axes, on obtient les équations différentielles du mouvement : $a_x = 0$; $a_y = 0$ et $a_z = -\ g$

Alors $\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 = \frac{dV_x}{dt} \\ a_z = -\ g = \frac{dV_z}{dt} \end{cases}$ sont des équations différentielles vérifiées par les coordonnées V_x et V_z

2- Établir les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$:

On a : $\vec{a}_G \begin{cases} a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} \\ a_z = -\ g = \frac{dv_z}{dt} \end{cases}$ alors par l'intégration :

$\vec{v}_G \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 cos(\alpha) = \dot{x} \\ v_z = -\ gt + v_{0z} = -\ gt + v_0 sin(\alpha) = \dot{z} \end{cases}$

Donc, par l'intégration $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = \left(v_0 cos(\alpha)\right)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + \left(v_0 sin(\alpha)\right)t \end{cases}$ représente les équations horaires du mouvement.

3- Vérifier que l'équation de la trajectoire s'exprime :

Pour obtenir l'équation de la trajectoire, il faut éliminer le temps à partir des équations horaires :

On a $x(t) = \left(v_0 cos(\alpha)\right)t$ alors $t = \frac{x}{v_0 cos(\alpha)}$ on remplace dans et on trouve :

$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \mathrm{cos}cos\ (\alpha)}\right)^2 + \left(v_0 sin(\alpha)\right)\left(\frac{x}{v_0 \mathrm{cos}cos\ (\alpha)}\right)$ alors $z(x) = -\ \frac{g}{2v_0^2(\alpha)}x^2 + x.tan(\alpha)$ c'est l'équation de la trajectoire.

4- Les courbes ci-contre représentent les variations de V_x et V_z en fonction du temps : Déterminer la valeur de V_0 et celle de α :

$v_x = cte = 38,67m/s = v_{x0}$ et $v_{z0} = 24,98m/s$

Et $v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{z0}^2} = \sqrt{38,67^2 + 24,98^2} = 46,036 \approx 46,04m/s$

Et pour α,

on a : $v_x = v_0 cos(\alpha) = 38,67 \Rightarrow cos(\alpha) = \frac{38,67}{v_0} = \frac{38,67}{46,04} \Rightarrow \alpha = \left(\frac{38,67}{46,04}\right) = 32,868 \approx 32,87°$

5- En déduire la valeur de g l'intensité de la pesanteur :

d'après la question 2, on a : $v_z = -\ gt + v_0 sin(\alpha)$

et graphiquement, on a : $v_z = A.t + B$ avec $B = 24,98m/s$ et $A = \frac{24,98-14,98}{0-1} = -\ 10m/s^2$

alors $v_z = -\ 10.t + 24,98$ et par analogue, on trouve $g = 10m/s^2$

6- Montrer que la balle passe au-dessus de l'arbre :

On a : $z(x) = -\ \frac{g}{2v_0^2(\alpha)}x^2 + x.tan(\alpha)$

Donc $z(x = 175) = -\ \frac{10}{2 \times 46,04^2 \times (32,87)} \times 175^2 + 175 \times tan(32,87) = 10,678 \approx 10,68m$

Et puisque $12 - 2 = 10m < z(x = 175)$ alors la balle sera passe au-dessus de l'arbre.

7- Est-ce que le joueur a réalisé son objectif ?

On a : $z(x = 196,5) = -\frac{10}{2\times46,04^2\times(32,87)}\times196,3^2 + 196,3\times tan(32,87) = -2,002 \approx -2m$

Alors le joueur a réalisé son objectif

Exercice 2 (6pts) :

1- Établir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x(t) :

Le système étudié est : $\{le\ solide\ (S)\}$. Le solide (S) est soumis à trois forces :

$\vec{P}$: son poids et $\vec{R}$: la réaction du plan,

$\vec{F} = -kx\vec{i}$: la tension de ressort,

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G(t)$

Alors $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_G(t)$,

La projection de cette relation vectorielle sur l'axe (Ox) donne :

$0 + 0 - kx = m.a_x = m.\ddot{x}$ alors $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, c'est l'équation différentielle du mouvement.

2- La solution de cette équation différentielle s'écrit $x(t) = X_m \cos cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$: déterminer les valeurs de **:** X_m**,** d**,** T_0 et **:**

Graphiquement :

$T_0 = 0,2\times2 = 0,4s$ et

$X_m = 1\times2cm = 2cm = 0,02m$ et

$d = x(0) = 1cm = 0,01m$ et

$x(0) = X_m cos(\varphi) = \frac{X_m}{2} \Rightarrow cos(\varphi) = \frac{1}{2}$ Donc $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ou $\varphi = -\frac{\pi}{3}$

au voisinage de 0, on a $x(t)$ est une fonction décroissante,

alors $\dot{x}(t = 0) < 0$, Alors $-\frac{2\pi}{T_0}X_m\ sin(\varphi) < 0 \Rightarrow sin(\varphi) > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$

3- La solution de l'équation différentielle est de la forme $x(t) = X_m cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

Alors $\ddot{x}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 X_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) \Rightarrow \ddot{x}(t) + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 x(t) = 0$

Avec $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, donc, par analogue, $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

4- Vérifier que la constante de raideur k est $k\ \ 50\ N.m^{1}$:

On sait que : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ alors $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{k}{m}$ donc $k = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.m = \left(\frac{2\pi}{0,4}\right)^2\times0,2 = 49,35\approx50N/m$

5- Déterminer la valeur de la variation E_{pe} de l'énergie potentielle élastique entre l'instant $t = 0s$ et l'instant t_1 indiqué sur la courbe **:**

On a : $E_{pe} = E_{pe}(t_1) - E_{pe}(t_0) = \frac{1}{2}kx^2(t_1) - \frac{1}{2}kx(t_0) = \frac{1}{2}k\left(x^2(t_1) - x(t_0)\right)$

Donc $E_{pe} = \frac{1}{2}\times50\left(0,02^2 - 0,01^2\right) = 7,5.10^{-3}J$

6- Déduire $W(\vec{F})_{t_0\to t_1}$ le travail de la force de rappel du ressort $\vec{F}$ entre l'instant $t = 0s$ et l'instant t_1 :

$W(\vec{F})_{t_0\to t_1} = -E_{pe} = -7,5.10^{-3}J$

7- Montrer que l'énergie cinétique peut s'écrire sous : $E_c(t) = \frac{1}{2}.K.X_m^2\left(1 - cos^2\left(\frac{2\pi}{T0}\ t + \varphi\right)\right)$:

On sait que $E_c(t) + E_{pe}(t) = E_m(t)$

Et à l'absence des frottements, on a $E_m(t) = cte = E_{pe,max} = \frac{1}{2}.K.X_m^2$ et $E_{pe}(t) = \frac{1}{2}.K.x^2$

Alors $E_c(t) + \frac{1}{2}.K.x^2 = \frac{1}{2}.K.X_m^2$

Donc $E_c(t) = \frac{1}{2}.K.X_m^2 - \frac{1}{2}.K.x^2 = \frac{1}{2}.K\left(X_m^2 - x^2\right) = \frac{1}{2}.K.X_m^2\left(1 - cos^2\left(\frac{2\pi}{T0}\ t + \varphi\right)\right)$

Exercice 3 : (7 pts)

1- écrire l'équation de la réaction qui se produit entre le composé (E) et l'eau distillée :

$C_3H_7 - COO - C_2H_5 + H_2O \rightleftharpoons C_3H_7 - COOH + C_2H_5 - OH$

2- Citer deux caractéristiques de cette réaction :

Est une réaction limitée et lente

3- Quel est l'intérêt du chauffage à reflux, et l'acide sulfurique ?

Le chauffage et l'acide sulfurique sert à augmenter la vitesse de la réaction, et on utilise le chauffage à reflux pour ne perdre pas des matières.

4- Calculer la valeur de la constante d'équilibre associée à la réaction étudiée :

On a $k = \frac{[Alcool]_{éq}.[Acide]_{éq}}{[Ester\ ]_{éq}.[Eau\ ]_{éq}} = \frac{\left(\frac{x_f}{V}\right)^2}{\left(\frac{n_0 - x_f}{V}\right)^2} = \frac{x_f^2}{\left(n_0 - x_f\right)^2}$ tel que :

$x_f = n(A) = 0,67mol$ et $n_0 = n(E) = 2mol$ Alors $k = \frac{0,67^2}{(2-0,67)^2} = 0,25$

5- Calculer le rendement de cette réaction,

$r = \frac{x_f}{x_m} = \frac{0,67}{2} = 0,335 = 33,5\%$

6- Proposer une méthode pour augmenter le rendement de cette réaction :

O utilise l'un des réactifs en excès par rapport à l'autre ou on change l'acide par anhydride d'acide ou on éliminer l'un des

7- Calculer la masse de l'acide formé, sachant que sa masse molaire est $M(A) = 88g/mol$:

$m(A) = n(A) \times M(A) = 0,67 \times 88 = 58,96g$