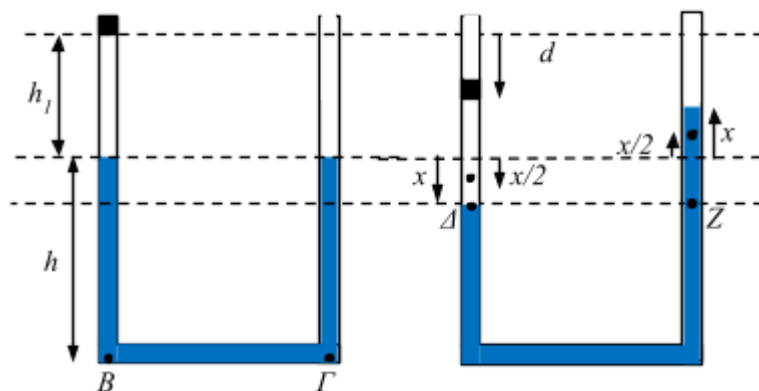


Συγκοινωνούντα δοχεία και ισόθερμη



Το ένα σκέλος του υοειδούς σωλήνα του σχήματος, περιέχει υδράργυρο και κλείνεται αεροστεγώς με αβαρές έμβολο, που βρίσκεται σε ύψος $h_l = 20\text{cm}$ πάνω από την επιφάνεια του υδραργύρου. Το άλλο άκρο είναι ανοιχτό στην ατμόσφαιρα. Ο υδράργυρος βρίσκεται στο ίδιο ύψος και στα δύο σκέλη του σωλήνα, ο οποίος έχει σταθερή διατομή με εμβαδόν $A = 2\text{cm}^2$. Σπρώχνουμε το έμβολο προς τα κάτω κατά $d = 10\text{cm}$ και ο εγκλωβισμένος αέρας υφίσταται ισόθερμη συμπίεση.

- Ποια είναι η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα;
- Βρείτε τη διαφορά στάθμης του υδραργύρου στα δύο σκέλη του σωλήνα μετά την μετακίνηση του εμβόλου
- Βρείτε το έργο της μεταβλητής δύναμης που ασκήσαμε στο έμβολο για αυτή τη μεταβολή. Δίνεται $1\text{atm} = 76\text{cmHg}$ και $g = 10\text{m/s}^2$.

Απάντηση

α) Αν η μονάδα μέτρησης των πιέσεων είναι το cmHg και των υψών σε cm , οι υπολογισμοί απλουστεύονται, αφού τα ύψη του υδραργύρου εκφράζουν και τις αντίστοιχες πιέσεις. Οι λάτρεις του S.I. θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν την πυκνότητα του υδραργύρου $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.

Η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα είναι ίση με 1atm , διαφορετικά η στάθμη του υδραργύρου στα δύο σκέλη του σωλήνα θα ήταν διαφορετική. Πράγματι για τα σημεία B και Γ στη βάση του σωλήνα έχουμε

$$p_B = p_\Gamma \Leftrightarrow p_l + \rho gh = p_{\text{atm}} + \rho gh \Leftrightarrow p_l = p_{\text{atm}} \Leftrightarrow p_l = 76\text{cmHg}$$

β) Αν η στάθμη του υδραργύρου στο αριστερό σκέλος κατέβει κατά x , εκτοπίζεται όγκος υδραργύρου με αποτέλεσμα να ανέβει στο δεξί σκέλος επίσης κατά x , αφού η διατομή του σωλήνα είναι ίδια.

Τα σημεία Δ και Z βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, άρα

$$p_{\Delta} = p_z \Leftrightarrow p_2 = p_{atm} + 2x \Leftrightarrow p_2 = 76 + 2x \quad (1)$$

Ο εγκλωβισμένος αέρας υφίσταται ισόθερμη μεταβολή. Εφαρμόζουμε το νόμο του Boyle:

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= p_2 V_2 \Leftrightarrow p_1 \cdot A \cdot h_1 = p_2 \cdot A \cdot (h_1 - d + x) \Leftrightarrow 76 \cdot 20 = p_2 \cdot (10 + x) \\ \Leftrightarrow 1520 &= p_2 \cdot (10 + x) \xrightarrow{(1)} 1520 = (76 + 2x) \cdot (10 + x) \Leftrightarrow x^2 + 48x - 380 = 0 \end{aligned}$$

Η δευτεροβάθμια εξίσωση έχει θετική λύση την

$$x = \frac{-48 + \sqrt{48^2 - 4(-380)}}{2} \Leftrightarrow x = 6,9 \text{ cm}$$

γ) Ο αέρας διατήρησε σταθερή θερμοκρασία, άρα από τη θερμοδυναμική γνωρίζουμε ότι δεν μεταβάλλει την (εσωτερική) ενέργειά του. Όμως εκτελεί ισόθερμη συμπίεση άρα αποβάλλει στο περιβάλλον ένα ποσό θερμότητας

$$\begin{aligned} Q &= \left| nRT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \right| = \left| p_{atm} h_1 A \cdot \ln \frac{A \cdot (h_1 - d + x)}{A \cdot h_1} \right| \\ &= \left| 1 \cdot 10^5 \cdot 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{0,169}{0,2} \right| = \left| 4 \ln \frac{1,69}{2} \right| = 0,67 \text{ J} \end{aligned}$$

Ο υδράργυρος αρχικά και τελικά ισορροπεί άρα δεν υπάρχει μεταβολή στην κινητική ενέργειά του.

Το κέντρο μάζας της εκτοπισμένης ποσότητας υδραργύρου, ανέρχεται κατά $\frac{x}{2} + \frac{x}{2} = x$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Άρα αυξάνει τη βαρυτική δυναμική του ενέργεια κατά

$$\Delta U_{\beta} = m \cdot g \cdot x = \rho \cdot A \cdot x \cdot g \cdot x = \rho \cdot A \cdot g \cdot x^2 = 13,6 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 0,069^2 = 0,13 \text{ J}$$

Από την ΑΔΕ προκύπτει

$$W_F = \Delta K + \Delta U_{αερα} + \Delta U_{Hg} + Q = 0,8 \text{ J}$$

Ανδρέας Ριζόπουλος