

Réponse	Barèmes	Compétences	Consignes de correction				
<p>Exercice 1 : (6 points)</p> <p>1) $p(D) = p(A \cap D) + p(B \cap D) + p(C \cap D)$</p> <p>Comme $p(D) = 0,1$; $p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,42 \times 0,05 = 0,021$ et $p(C \cap D) = p(C) \times p_C(D) = 0,22 \times 0,03 = 0,0066$, on a $0,1 = 0,021 + p(B \cap D) + 0,0066$ $\Leftrightarrow p(B \cap D) = 0,1 - 0,021 - 0,0066 \Leftrightarrow p(B \cap D) = 0,0724$ $p(B \cap D) = 0,0724$</p> <p>2) $p_B(D) = \frac{p(B \cap D)}{p(B)} = \frac{0,0724}{0,36}$ $p_B(D) \approx 0,2011$</p> <p>3) $p_{\bar{D}}(C) = \frac{p(\bar{D} \cap C)}{p(\bar{D})} = \frac{p(\bar{D} \cap C)}{1 - p(D)} = \frac{0,22 \times 0,97}{0,9}$ $p_{\bar{D}}(C) \approx 0,2371$</p> <p style="text-align: center;">Partie B</p> <p>1) X suit $N(6 ; 0,3)$.</p> <p>À l'aide de la calculatrice on trouve $p(5,5 \leq X \leq 6,5) \approx 0,9$ Lorsqu'un clou est déclaré apte pour la vente, celui-ci n'est pas défectueux, donc $p(5,5 \leq X \leq 6,5) = P(\bar{D})$</p> <p>2) a) Z suit la loi normale centrée réduite $N(0 ; 1)$</p> <p>$p(5,5 \leq Y \leq 6,5) = p(-0,5 \leq Y - 6 \leq 0,5) = p\left(\frac{-0,5}{\sigma_2} \leq \frac{Y - 6}{\sigma_2} \leq \frac{0,5}{\sigma_2}\right)$</p> <p>b)</p>	<p>0,5</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>2</p> <p>0,25</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>		<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;"> <p>Normal C.D</p> <p>Lower : 0,5</p> <p>Upper : 0,97</p> <p>σ : 0,3</p> <p>μ : 6</p> </td> <td style="width: 50%;"> <p>Normal C.D</p> <p>F = 0,9044</p> <p>Z:Low = -1,666</p> <p>Z:Up = 1,6666</p> </td> </tr> <tr> <td> <p>Inverse Normal</p> <p>Tail : Central</p> <p>Area : 0,96</p> <p>σ : 1</p> <p>μ : 0</p> </td> <td> <p>Inverse Norm</p> <p>x:Low = -2,053</p> <p>x:Up = 2,0537</p> </td> </tr> </table>	<p>Normal C.D</p> <p>Lower : 0,5</p> <p>Upper : 0,97</p> <p>σ : 0,3</p> <p>μ : 6</p>	<p>Normal C.D</p> <p>F = 0,9044</p> <p>Z:Low = -1,666</p> <p>Z:Up = 1,6666</p>	<p>Inverse Normal</p> <p>Tail : Central</p> <p>Area : 0,96</p> <p>σ : 1</p> <p>μ : 0</p>	<p>Inverse Norm</p> <p>x:Low = -2,053</p> <p>x:Up = 2,0537</p>
<p>Normal C.D</p> <p>Lower : 0,5</p> <p>Upper : 0,97</p> <p>σ : 0,3</p> <p>μ : 6</p>	<p>Normal C.D</p> <p>F = 0,9044</p> <p>Z:Low = -1,666</p> <p>Z:Up = 1,6666</p>						
<p>Inverse Normal</p> <p>Tail : Central</p> <p>Area : 0,96</p> <p>σ : 1</p> <p>μ : 0</p>	<p>Inverse Norm</p> <p>x:Low = -2,053</p> <p>x:Up = 2,0537</p>						

$$p(5,5 \leq Y \leq 6,5) = p\left(\frac{-0,5}{\sigma_2} \leq Z \leq \frac{0,5}{\sigma_2}\right)$$

À l'aide de la calculatrice on a $\frac{0,5}{\sigma_2} \approx 2,0537 \Leftrightarrow \sigma_2 \approx \frac{0,5}{2,0537} \approx 0,2435$. $\sigma_2 \approx 0,2435$

Réponse

Barèmes

Compétences

Consignes de correction

Exercice 2 : (6 points)

Partie A

$$g(x) = 2x + \ln(x) - 1 \text{ pour tout } x \in]0, +\infty[$$

1. a) $\lim_{x \rightarrow 0} 2x + \ln(x) - 1 = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + \ln(x) - 1 = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

b) $g'(x) = \frac{2x+1}{x}$. Comme $x \in]0, +\infty[$, alors $2x+1 > 0$ et donc $g'(x) > 0$ pour tout $x > 0$.

Ainsi la fonction g est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$		$+\infty$

2) D'après le tableau de variations et en utilisant le théorème des valeurs intermédiaires l'équation

$$g(x) = 0 \text{ admet une seule solution } \alpha \text{ dans l'intervalle }]0, +\infty[$$

3) À l'aide la calculatrice on trouve $0,68 \leq \alpha \leq 0,69$

4)

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

0,5

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

Partie B

1) a) On sait que $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty$, or $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$, par composition de limite on a

$\lim_{x \rightarrow 0} [\ln(x)]^2 = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0} -2 \ln(x) + 4x = +\infty$, enfin par somme de limite on a

$\lim_{x \rightarrow 0} [\ln(x)]^2 - 2 \ln(x) + 4x = +\infty$. Alors $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$.

b) On écrit $f(x) = \ln(x)[\ln(x) - 2] + 4x$

$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - 2 = +\infty \end{array} \right\}$ par produit de limite on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)[\ln(x) - 2] = +\infty$.

De plus $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x = +\infty$, enfin par somme de limite on a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x)[\ln(x) - 2] + 4x = +\infty$.

Alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2) a) $f'(x) = \frac{1}{x} \times [\ln(x) - 2] + \ln(x) \times \frac{1}{x} + 4$

$$f'(x) = \frac{\ln(x) - 2}{x} + \frac{\ln(x)}{x} + 4 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{\ln(x) - 2 + \ln(x) + 4x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{4x + 2 \ln(x) - 2}{x} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{2(2x + \ln(x) - 1)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{2g(x)}{x} \text{ pour tout } x > 0.$$

b) Puisque $x > 0$ et $2 > 0$ alors $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$.

0,5

0,5

0,5

0,5

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

0,25

0,25

Partie C

$$1) I = \int_1^2 (f(x) - h(x)) dx = \int_1^2 4x dx = [2x^2]_1^2 = (2 \times 2^2 - 2 \times 1^2) \quad I = 6.$$

2) I est l'aire du domaine délimité entre les deux courbes et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$ en unité d'aire.

Réponse

Barèmes

Compétences

Consignes de correction

Exercice 3: (4 points)

1. Réponse b) $N = \overline{3742}^8$

2. Réponse b) $|Z| = 1$ car $|1+i| = \sqrt{2}$ et $\left| \frac{\sqrt{2}}{1+i} \right| = 1$.

3. Réponse c) 120 car On a : $\overline{AC}(-1; 0; -1)$ et $\overline{AB}(3; -3; 0)$.

Or, $\overline{AC} \cdot \overline{AB} = -3$, $AC = \sqrt{2}$ et $AB = \sqrt{18}$.

On a donc : $\cos \widehat{BAC} = -0,5$ d'où $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

4. Réponse c) décroissant car $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2n+1}{2n+2} < 1$

1

1

1

1

Il est attribué 1 point si la réponse est justifiée.

Une réponse exacte non justifiée vaut 0,5point.

Aucun point n'est enlevé en l'absence de justification ou en cas de réponse fausse.

Réponse

Barèmes

Compétences

Consignes de correction

Exercice 4: (4 points)

<p>L'affixe de l'image du point O est $z' = \frac{0-1}{0+i} = i$.</p> <p>1.</p> <p>L'affixe de l'image du point A est $z' = \frac{-1+i-1}{-1+i+i} = \frac{4+3i}{5}$.</p> <p>2. $f(x+iy) = \frac{x+iy-1}{x+iy+i} = \frac{(x^2+y^2-x+y)+i(-x+y+1)}{x^2+(y+1)^2}$.</p> <p>3. $a = \frac{x^2+y^2-x+y}{x^2+(y+1)^2}$ et $b = \frac{-x+y+1}{x^2+(y+1)^2}$</p> <p>4.a)</p> <p>$b=0 \Leftrightarrow \frac{-x+y+1}{x^2+(y+1)^2} = 0$. Ce qui revient à dire que $-x+y+1=0$. Donc l'ensemble des points M cherché est la droite d'équation $-x+y+1=0$ privée du point d'affixe -i.</p> <p>b)</p> <p>$a=0 \Leftrightarrow \frac{x^2+y^2-x+y}{x^2+(y+1)^2} = 0$. Ce qui revient à dire que $x^2+y^2-x+y=0$. Donc l'ensemble des points M cherché est le cercle de centre d'affixe $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ et de rayon $\frac{\sqrt{2}}{2}$ privée du point d'affixe -i.</p>	<p>0,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>0,25 0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>		
--	---	--	--