

SESIÓN DE APRENDIZAJE 12

Integración de áreas
compuestas y
trigonometría en
infraestructuras rurales



19/08/26

IE. "JOSÉ GÁLVEZ EGÚSQUIZA"

Adaptada por: Prof. Carlos Guarniz

SESIÓN DE APRENDIZAJE N.º 12

I. DATOS INFORMATIVOS

- **Institución Educativa:** "José Gálvez Egúsquiza" - Pichugán
- **Área Curricular:** Matemática
- **Grado y Sección:** 3.er Grado de Secundaria (Ciclo VII)
- **Unidad Didáctica:** Unidad 3
- **Duración:** 2 horas pedagógicas (90 minutos)
- **Docente:** Carlos Guarniz
- **Fecha:** 19 de agosto de 2026

II. TÍTULO DE LA SESIÓN

"Integración de áreas compuestas y trigonometría en infraestructuras rurales"

III. PROPÓSITO DE LA SESIÓN

- **Intención pedagógica:** Promover que los estudiantes integren de manera articulada el cálculo de áreas de figuras geométricas bidimensionales compuestas con el uso de razones trigonométricas en triángulos rectángulos, aplicándolos a la resolución de problemas de diseño, estimación de materiales y medición de infraestructuras rurales (cubiertas de graneros, muros de contención inclinados, rampa y techos de dos aguas) en la comunidad de Pichugán.
- **Relación con el desarrollo de la competencia:** Esta sesión moviliza de manera integrada la competencia "**Resuelve problemas de forma, movimiento y localización**", la cual implica que el estudiante combine estratégicamente las siguientes capacidades:
 - **Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones:** Al abstraer la estructura física de una infraestructura rural y traducirla a una combinación de polígonos (rectángulos, trapecios, triángulos) y triángulos rectángulos con ángulos de elevación/inclinación.
 - **Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas:** Al expresar verbalmente y de forma gráfica la descomposición de superficies complejas y la función de la inclinación trigonométrica en las medidas reales.
 - **Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio:** Al seleccionar y ejecutar algoritmos de descomposición de áreas junto con el despeje de razones trigonométricas (sen, cos, tan) para hallar dimensiones inaccesibles o inclinadas.
 - **Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas:** Al validar sus resultados comprobando la coherencia entre el área total calculada, la cantidad de material requerido y la pendiente del terreno o techo.

IV. CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Los criterios se derivan del estándar de aprendizaje del Ciclo VII para el área de Matemática:

- **Descomposición y modelación geométrica:** Combina y descompone formas bidimensionales compuestas presentes en infraestructuras rurales, identificando sus dimensiones horizontales, verticales e inclinadas mediante propiedades trigonométricas.
- **Selección y aplicación de estrategias:** Aplica adecuadamente razones trigonométricas (sen, cos, tan) en triángulos rectángulos para determinar lados desconocidos (alturas, pendientes o cubiertas inclinadas) y utiliza fórmulas geométricas para calcular el área total compuesta y el perímetro.
- **Justificación y argumentación:** Argumenta la validez de los procedimientos empleados para el cálculo de áreas y materiales en infraestructuras locales, evaluando la coherencia matemática de las medidas obtenidas a partir de los ángulos de inclinación.

V. EVIDENCIA DE APRENDIZAJE

- **Producto / Actuación:** Ficha de aprendizaje resuelta de manera individual o en parejas, donde el estudiante gráfica, descompone e integra razones trigonométricas para calcular dimensiones, áreas compuestas y presupuestos de materiales en 10 problemas contextualizados en la infraestructura de la zona rural.

VI. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

- **Tipo de instrumento:** Rúbrica Analítica de Evaluación Formativa

Matriz de la Rúbrica:

Criterios de Evaluación	Inicio (C)	En Proceso (B)	Logro Esperado (A)	Logro Destacado (AD)
Modelación e integración geométrica-trigonométrica	Identifica las figuras básicas pero no logra vincular los ángulos de inclinación con los lados del triángulo rectángulo.	Identifica las figuras compuestas y aplica razones trigonométricas, pero requiere ayuda para integrar ambas en un solo modelo.	Modela adecuadamente la infraestructura rural, determinando dimensiones desconocidas mediante trigonometría y descomponiendo el área compuesta.	Modela con precisión infraestructuras complejas, proponiendo más de un método de descomposición gráfica y relacionando la pendiente con la superficie real.

Cálculo de áreas y razones trigonométricas	Incurre en errores frecuentes al calcular las razones trigonométricas o al sumar las áreas parciales.	Realiza los cálculos trigonométricos de forma correcta pero comete errores en las fórmulas de áreas o en las unidades de medida.	Selecciona y ejecuta correctamente la razón trigonométrica adecuada y calcula con precisión el área total compuesta y perímetros.	Ejecuta con exactitud todos los algoritmos, simplifica expresiones numéricas y justifica la precisión de sus aproximaciones.
Argumentación y aplicación en el contexto rural	Se limita a escribir el resultado numérico sin explicar el procedimiento ni su relación con el problema.	Explica el procedimiento seguido pero no justifica por qué eligió determinada razón trigonométrica o método de área.	Justifica sus procedimientos apoyándose en las propiedades de los triángulos y polígonos, relacionándolo con la infraestructura rural.	Evalúa críticamente sus resultados, proponiendo optimizaciones en el uso de materiales de construcción según la inclinación calculada.

VII. SECUENCIA DIDÁCTICA

A. INICIO (20 minutos)

- **Motivación y contextualización:**
 - El docente Carlos Guarniz saluda cordialmente a los estudiantes y presenta una lámina/gráfico en la pizarra que muestra el diseño del tejado de un reservorio de agua y un almacén de granos en Pichugán.
 - La estructura tiene una pared vertical, una base horizontal y un techo inclinado a 37° con la horizontal que sobresale formando un trapecio sobre un rectángulo.
- **Recuperación de saberes previos:**
 - Se realiza un diálogo participativo mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Cómo calculamos el área de una figura compuesta cuando se divide en rectángulos y triángulos?
 - Si en una estructura inclinada solo conocemos el ángulo de elevación y la distancia de la base, ¿qué razón trigonométrica nos permite hallar la altura o la longitud del techo inclinado?
 - ¿En qué se diferencian la longitud de la base horizontal y la longitud real del techo inclinado?
- **Problematización (Conflicto cognitivo):**
 - El docente plantea el siguiente reto:

"El comité de agua de Pichugán quiere comprar calaminas para techarlas a dos aguas sobre un local comunitario. Saben que la base del edificio mide 12 m de ancho y el techo tiene una inclinación de 53° respecto a la horizontal. Un poblador afirma que basta comprar calaminas para cubrir 12 m de ancho, pero el maestro de obra dice que se necesita más debido a la inclinación. ¿Cómo podemos integrar las razones trigonométricas para hallar el área real exacta del techo y no quedarnos cortos de material?"

- **Comunicación del propósito y organización:**
 - **Propósito:** *"En esta sesión integraremos las razones trigonométricas y el cálculo de áreas compuestas para resolver problemas de diseño, medición y presupuesto en infraestructuras rurales de nuestra comunidad".*
 - Se recuerdan las normas de convivencia enfocadas en el respeto mutuo, el trabajo en equipo y la gestión del tiempo.

B. DESARROLLO (55 minutos)

1. Familiarización con el problema

- El docente presenta en la pizarra un problema guía representativo:

Situación Guía: En la I.E. "José Gálvez Egúsqüiza" se proyecta construir un cobertizo para cüyes. El frente del cobertizo está compuesto por un muro rectangular de 6 m de largo por 2 m de alto, coronado por una estructura triangular correspondiente al techo cuya inclinación es de 37° con respecto a la horizontal superior del muro. Determina el área total del frente del cobertizo y la longitud inclinada del techo.

- Los estudiantes leen el problema, identifican datos e incógnitas, y realizan un bosquejo individual.

2. Búsqueda y ejecución de estrategias

- Los estudiantes se organizan en parejas de trabajo.
- **Paso 1 (Trigonometría):** Para hallar la altura del triángulo del techo (h), utilizan la mitad de la base (3 m) y la razón tangente del ángulo de 37°:

$$\tan(37^\circ) = h/3 \rightarrow 3/4 = h/3 \rightarrow h = 9/4 = 2,25 \text{ m}$$

- **Paso 2 (Longitud del techo):** Para calcular la caída del techo (L), aplican la razón coseno o secante:

$$\cos(37^\circ) = 3/L \rightarrow 4/5 = 3/L \rightarrow L = 15/4 = 3,75 \text{ m}$$

- **Paso 3 (Área Compuesta):**
 - Área del rectángulo = 6 m $\times$ 2 m = 12 m²

- Área del triángulo = base * altura/2 = 6 * 2,25/2 = 6,75 m²
- Área total frontal = 12 m² + 6,75 m² = 18,75 m²

3. Socialización de representaciones

- Dos parejas exponen sus procedimientos en la pizarra. Una muestra la descomposición por adición de figuras y la otra muestra cómo usaron la hipotenusa del triángulo rectángulo para hallar la longitud inclinada antes de calcular la superficie del techo.
- Se propicia el debate y la comparación de procedimientos: *¿Llegaron al mismo resultado? ¿Fue necesario usar el Teorema de Pitágoras o las razones trigonométricas fueron más directas?*

4. Formalización y reflexión

- El docente sistematiza el algoritmo de integración en la pizarra:
 1. **Gráfica e Identificación:** Dibujar la infraestructura y descomponerla en figuras geométricas elementales y triángulos rectángulos.
 2. **Aplicación Trigonométrica:** Usar $\sin(\theta)$, $\cos(\theta)$ o $\tan(\theta)$ para hallar lados desconocidos (alturas, desniveles o vigas inclinadas).
 3. **Cálculo de Áreas:** Calcular las áreas parciales de las regiones (rectángulos, triángulos, trapecios) y aplicarlas según el problema (sumar para área total, multiplicar por la profundidad para superficies de techos o muros).
 4. **Interpretación Contextual:** Traducir los resultados numéricos a las necesidades reales de la infraestructura rural (metros cuadrados de calamina, metros de alambre, volumen de concreto, etc.).

5. Planteamiento de otros problemas

- El docente distribuye la **Ficha de Aprendizaje** que contiene 10 problemas contextualizados.
- Los estudiantes trabajan de manera autónoma y colaborativa en la resolución de los ejercicios con la mediación continua del docente.

C. CIERRE (15 minutos)

- **Evaluación y consolidación:**
 - Se realiza una puesta en común rápida para verificar las respuestas clave de la ficha.
- **Metacognición:**
 - El docente formula las siguientes preguntas reflexivas a toda la clase:
 - *¿De qué manera la trigonometría nos ayudó a calcular áreas que no podíamos medir directamente con una cinta métrica?*
 - *¿Qué dificultad tuviste al diferenciar entre la distancia horizontal y la superficie inclinada real? ¿Cómo la superaste?*

- ¿Por qué es crucial esta integración de contenidos para la ingeniería y construcción de obras en nuestra comunidad de Pichugán?
- **Cierre afectivo y felicitación:**
 - Se reconoce el esfuerzo y trabajo colaborativo demostrado por los estudiantes durante la sesión.

VIII. RECURSOS Y MATERIALES

- **Materiales educativos:** Pizarra, plumones acrílicos, reglas de madera/plástico, transportadores, calculadoras o tabla de valores trigonométricos de ángulos notables.
- **Recursos impresos:** Ficha de aprendizaje "Integración de áreas compuestas y trigonometría en infraestructuras rurales".
- **Entorno físico:** El aula de clase organizada para el trabajo en parejas y equipos de discusión.

IX. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

- **Estrategias inclusivas:**
 - **Agrupamiento heterogéneo:** Se forman parejas combinando a estudiantes con distinto nivel de desarrollo de la competencia para promover la tutoría entre pares.
 - **Representación multimodal:** Uso de colores diferenciados en la pizarra (rojo para triángulos rectángulos/ángulos, azul para figuras compuestas, negro para datos de la infraestructura).
- **Adecuaciones o apoyos previstos:**
 - **Soporte visual/fórmulas:** Para los estudiantes que presenten dificultades de memoria de trabajo, se proporciona una tarjeta gráfica de apoyo que resume los triángulos notables (37° - 53° , 30° - 60° , 45° - 45°) y las fórmulas de áreas básicas.
 - **Atención personalizada:** Durante el trabajo de la ficha, el docente dedica tiempo directo de acompañamiento a los estudiantes con ritmo de aprendizaje en inicio.

X. RETROALIMENTACIÓN

- **Tipo de retroalimentación:** Retroalimentación por descubrimiento o reflexión (descriptiva y orientadora).
- **Orientaciones para la mejora del aprendizaje:**
 - Si un estudiante calcula el área del techo usando la longitud de la base en lugar de la longitud inclinada, el docente no le da la respuesta, sino que pregunta:

"Mira la maqueta/esquema del techo. Si llueve, ¿el agua cae sobre la línea recta horizontal del piso o sobre la calamina inclinada? Si la calamina está inclinada,

¿es más larga o más corta que el piso? ¿Qué lado del triángulo rectángulo representa la calamina? ¿Cómo podemos usar la hipotenusa para hallar esa longitud exacta?"

- Al verificar las fichas, se brindan comentarios escritos descriptivos que resalten los aciertos y planteen preguntas para corregir los errores conceptuales.

XI. BIBLIOGRAFÍA

1. Ministerio de Educación del Perú. (2016). *Programa Curricular de Educación Secundaria*. Lima: Minedu.
2. Ministerio de Educación del Perú. *Texto Escolar de Matemática 3.er Grado de Secundaria*. Lima: Editorial Santillana / Minedu.
3. Baldor, A. (2007). *Geometría Plana y del Espacio y Trigonometría*. Editorial Patria.
4. Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precálculo: Matemáticas para el cálculo* (6.^a ed.). Cengage Learning.

FICHA DE APRENDIZAJE: INTEGRACIÓN DE ÁREAS COMPUESTAS Y TRIGONOMETRÍA EN INFRAESTRUCTURAS RURALES

Estudiante: _____ Grado y Sección: _____
3.er Grado " ____ " | Fecha: ____ de agosto de 2026

Recordatorio de Ángulos Notables:

- **Triángulo 37° - 53°:** Catetos en relación 3k y 4k; Hipotenusa 5k. ($\sin 37^\circ = 3/5$, $\cos 37^\circ = 4/5$, $\tan 37^\circ = 3/4$).
- **Triángulo 30° - 60°:** Cateto opuesto a 30° es k; Hipotenusa es 2k; Cateto adyacente a 30° es $k\sqrt{3}$.
- **Triángulo 45° - 45°:** Catetos k; Hipotenusa $k\sqrt{2}$.

ACTIVIDADES Y PROBLEMAS

1. Frontis de un cobertizo agrícola:

La fachada de un granero en Pichugán tiene forma de un rectángulo de 8 m de ancho por 3 m de alto, sobre el cual se apoya un triángulo correspondiente a la caída del techo a dos aguas. Si cada vertiente del techo forma un ángulo de 37° con la horizontal del muro, calcula:

- a) La altura máxima total de la fachada desde el suelo.
- b) El área total de la fachada del granero.

2. Techo inclinado de un almacén:

Se desea colocar calaminas en un almacén rectangular de 10 m de largo por 6 m de ancho de base. El techo es a una sola agua y tiene un ángulo de inclinación de 53° a lo largo del ancho (6 m).

- a) ¿Cuál es la longitud real del techo inclinado?
- b) ¿Cuál es el área total de calaminas que se necesitará para cubrir dicho techo?

3. Muro de contención con talud:

Para proteger un camino en la zona de Pichugán, se construye un muro de contención cuya sección transversal frontal es un trapecio rectángulo. La base inferior mide 4 m, la pared vertical trasera mide 5 m y la cara inclinada delantera forma un ángulo de 60° con la horizontal inferior.

- a) Calcula la altura y la base superior de la sección transversal.
- b) Determina el área de la sección transversal del muro.

4. Rampa de acceso a la posta médica:

La entrada a la posta médica de la comunidad tiene una rampa de concreto integrada a un descanso rectangular. La rampa empieza en el piso y sube con un ángulo de 30° hasta una altura de 1,5 m. A continuación, sigue un descanso horizontal de 3 m de largo. Todo el ancho de la rampa y descanso es de 2 m.

- a) Calcula la longitud caminable inclinada de la rampa.
- b) Calcula el área total de la superficie superior de concreto (rampa + descanso).

5. Reservoirio trapezoidal e inclinado:

La vista lateral de un reservoirio de agua empotrado en una ladera está compuesta por un rectángulo vertical de 4 m de alto por 6 m de base, unido a un triángulo rectángulo lateral que representa la excavación en la pendiente con un ángulo de 45° .

- a) Calcula el área total de esta sección lateral del reservoirio.
- b) Halla el perímetro de la sección lateral.

6. Techo de un galpón de aves:

Un galpón de aves tiene una estructura rectangular de 15 m de largo. La sección frontal es una figura compuesta: un rectángulo de 12 m de ancho por 2,5 m de alto, y un techo simétrico a dos aguas cuyo ángulo en la cumbre superior es de 106° (formando ángulos de 37° con la horizontal a cada lado). Calcula el volumen interior del galpón (Área de la sección frontal $\times$ largo).

7. Estructura para un secadero de café:

Un agricultor construye un secadero de café con cubierta plástica transparente. El secadero tiene una base rectangular de 8 m $\times$ 4 m. El techo es una estructura parabólica aproximada por dos tramos planos inclinados a 45° que se unen en el centro. Si el ancho es de 4 m (dividido en dos tramos de 2 m de base horizontal cada uno):

- a) ¿Cuál es la longitud inclinada de cada tramo del techo?
- b) ¿Cuántos metros cuadrados de plástico se necesitan para cubrir solo el techo?

8. Pared lateral de un establo en pendiente:

Un establo se ubica en un terreno inclinado con un ángulo de 16° ($\sin 16^\circ \approx 7/25$, $\cos 16^\circ \approx 24/25$, $\tan 16^\circ \approx 7/24$). La pared lateral del establo sigue la inclinación del terreno a lo largo de 24 m horizontales. En el punto más bajo la pared mide 2 m de altura vertical, y en el punto más alto sube adaptándose al terreno.

- a) ¿Qué altura vertical adicional alcanza la pared en el extremo superior?
- b) Calcula el área total de esta pared con forma de trapecio rectángulo.

9. Invernadero de flores con pared posterior elevada:

Un invernadero tiene una base plana rectangular de 10 m $\times$ 5 m. La pared frontal mide 2 m de alto y la pared trasera mide 5 m de alto. El techo conecta en línea recta el borde superior de la pared frontal con la trasera a lo largo de los 5 m de profundidad.

- a) Calcula el ángulo de inclinación del techo plano.
- b) Calcula el área total del techo inclinado de vidrio/plástico.

10. Diseño de un puente rústico sobre una quebrada:

Para cruzar una quebrada en Pichugán se diseña un puente rústico de madera. El marco del soporte lateral está formado por un rectángulo central de 6 m de luz por 2 m de alto, flanqueado a cada lado por dos tirantes triangulares de refuerzo apoyados en la roca con un ángulo de inclinación de 53° .

- a) Calcula la distancia total del vano del puente incluyendo los soportes triangulares inferiores.
- b) Determina el área total encerrada por la estructura de madera en el perfil lateral del puente.