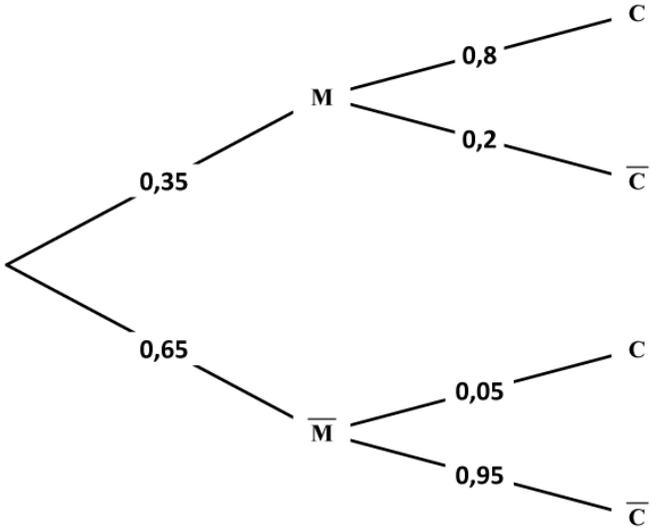


Réponses	Barème	Compétences	Consignes de correction
<p>Exercice 1 : 4 points</p> <p>1. Voir l'arbre ci contre.</p> <p>2.</p> $p(C) = p(M \cap C) + p(\bar{M} \cap C) = 0,35 \times 0,8 + 0,65 \times 0,05 = 0,3125$ <p>3.</p> $p_C(M) = \frac{p(M \cap C)}{p(C)} = \frac{0,35 \times 0,8}{0,3125} = 0,896.$ <p>4. La proportion affirmée par l'association des parents est $p = 0,65$.</p> <p>On a $n = 85 \geq 30$, $np = 85 \times 0,65 = 55,25 \geq 5$ et $n(1 - p) = 85 \times (1 - 0,65) = 29,75 \geq 5$.</p> <p>Les conditions $n \geq 30$, $np \geq 5$ et $n(1 - p) \geq 5$ sont vérifiées.</p> $f = \frac{48}{85} \approx 0,56$ <p>La fréquence observée sur l'échantillon est</p> $I_{fluctuation} = \left[0,65 - 1,96 \frac{\sqrt{0,65(1-0,65)}}{\sqrt{85}}; 0,65 + 1,96 \frac{\sqrt{0,65(1-0,65)}}{\sqrt{85}} \right]$ $I_{fluctuation} \approx [0,55; 0,75]. \text{ On a } f \in I_{fluctuation}.$ <p>Donc le proviseur peut donc accepter l'affirmation de l'association des parents d'élèves avec un risque d'erreur de 5%.</p>	<p>1,5</p> <p>1</p> <p>05</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>		

<p>Exercice 2 : 4 points</p> <p>1. $z_{B'} = \frac{z_B + 3}{z_B + 2 - i} = -i$ donc $z_{B'} = -i$</p> <p>2. $\frac{z_C + 3}{z_C + 2 - i} = 2$ donc $z_C = -1 + 2i$</p> <p>3. a)</p> $z' = \frac{x + iy + 3}{x + iy + 2 - i} = \frac{x + 3 + iy}{(x + 2) + i(y - 1)}$ $z' = \frac{[x + 3 + iy] [(x + 2) - i(y - 1)]}{(x + 2)^2 + (y - 1)^2}$ $z' = \frac{x^2 + y^2 + 5x - y + 6}{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} + i \frac{x - y + 3}{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = x' + iy'$ <p>b) $\frac{x - y + 3}{(x + 2)^2 + (y - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$ donc $y = x + 3$</p> <p>L'ensemble E est la droite d'équation $y = x + 3$ privée du point d'affixe $-2 + i$.</p> <p>c)</p>	<p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p style="text-align: center;">0,5</p> <p style="text-align: center;">0,5</p>		

$$\frac{x^2 + y^2 + 5x - y + 6}{(x+2)^2 + (y-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 5x - y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

L'ensemble F est le cercle de centre $\Omega\left(-\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ et de rayon $r =$

$\sqrt{\frac{1}{2}}$ privé du point d'affixe $-2 + i$.

Exercice 3 : 6 points

Partie A

1.
$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} 2 \ln x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 2 = -2 \end{array} \right\} \text{Par somme de limites} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$$

0,25

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2 = +\infty \end{array} \right\} \text{Par somme de limites} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

0,25

2.
$$g'(x) = 2 \frac{1}{x} + 2x = \frac{2 + 2x^2}{x}$$
 . g' est positive sur $]0; +\infty[$

0,5

0,5

Voir le tableau de variation ci-contre.

0,5

3. D'après le tableau de variations, l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]0; +\infty[$. On a : $1,24 \leq \alpha \leq 1,25$

0,5

x	0	α	$+\infty$
$g'(x)$	+		
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

4.

x	0	-2	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

0,5

Partie B

$$1. \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{2 \ln x}{x} = +\infty \end{array} \right\} \text{Par somme de limites} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

0,5

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2 \ln x}{x} = 0 \end{array} \right\} \text{Par somme de limites} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

0,5

2. a)
$$f'(x) = 1 - \frac{2 - 2 \ln(x)}{x^2} = \frac{x^2 - 2 + 2 \ln(x)}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}.$$

b) Tableau de variation

0,5

c)

Comme $g(\alpha) = 0$ on a $2 \ln(\alpha) + \alpha^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \ln(\alpha) = -\alpha^2 + 2$

Donc
$$f(\alpha) = \alpha - \frac{2 \ln(\alpha)}{\alpha} = \alpha - \frac{-\alpha^2 + 2}{\alpha} = \frac{2(\alpha^2 - 1)}{\alpha}$$

$$f(\alpha) = \frac{2(\alpha^2 - 1)}{\alpha} = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$$

0,25

0,5

On sait que $\alpha > 1$ donc $2\alpha > 2$ et $-\frac{1}{\alpha} > -1$ d'où $2\alpha - \frac{1}{\alpha} > 1.$

0,25

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

<p>Alors $f(\alpha) > 0$</p> <p>3. $F'(x) = x - 2\left(\frac{1}{x}\right)(\ln x) = x - \frac{2 \ln x}{x} = f(x)$</p> <p>4. $\int_1^e f(x) dx = [F(x)]_1^e = \frac{e^2 - 3}{2} \approx 2.$</p>			
<p>Exercice 4 : 6 points</p> <p>1. Démonstration par récurrence</p> <p>Initialisation :</p> <p>$u_0 = 0$. Donc $u_0 \in [0;1]$. La proposition est vraie au rang $n=0$.</p> <p>Hérédité :</p> <p>Supposons que pour un rang $n \geq 0$, $u_n \in [0;1]$ est vraie.</p> <p>$2 \leq 2u_n + 4 \leq 5$ et $\frac{1}{6} \leq \frac{1}{u_n + 5} \leq \frac{1}{5}$ donc $\frac{1}{3} \leq \frac{2u_n + 4}{u_n + 5} \leq 1$</p> <p>On a donc $0 \leq u_{n+1} \leq 1$</p> <p>La proposition est donc héréditaire.</p> <p>Conclusion :</p> <p>La proposition étant vraie au rang initial $n=0$ et étant héréditaire, alors elle est vraie pour tout n entier naturel.</p> <p>2. a) $u_1 = \frac{4}{5}, u_2 = \frac{28}{29}, u_3 = \frac{172}{173}$ et $u_4 = \frac{1036}{1037}$.</p> <p>b) (u_n) semble croissante et semble convergée vers 1.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p>		

<p>3. a) $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 - 3u_n + 4}{u_n + 5}$</p>	0,5		
<p>Pour $0 \leq u_n \leq 1$, on a $-u_n^2 - 3u_n + 4 \geq 0$. Donc $u_{n+1} - u_n \geq 0$</p> <p>Alors la suite est (u_n) croissante.</p>	0,25		
<p>b) Comme la suite (u_n) est croissante et majorée par 1, alors la suite (u_n) est convergente.</p> $w_{n+1} + 4 = \frac{20}{4 + u_{n+1}} = \frac{20}{4 + \frac{2u_n + 4}{u_n + 5}} = \frac{10}{3} + \frac{10}{3(u_n + 4)}$	0,5		
<p>4. a)</p> $w_{n+1} + 4 = \frac{10}{3} + \frac{10}{60} = \frac{1}{6} w_n + 4$ <p style="text-align: center;">. Donc $w_{n+1} = \frac{1}{6} w_n$</p>	0,5		
<p>(w_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{6}$ et $w_0 = 1$.</p>	0,25		
<p>b) $w_n = \left(\frac{1}{6}\right)^n$. Donc $u_n + 4 = \frac{20}{4 + w_n}$. $u_n = \frac{20}{4 + \left(\frac{1}{6}\right)^n} - 4$</p>	1		<pre>?→Ae 0→Ue 0→Ne While U≤1-Ae (2U+4)÷(U+5)→Ue N+1→Ne WhileEnde N.</pre>
<p>c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{6}\right)^n = 0$. Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.</p>	0,5		<pre>? 0.001 - Disp - 4</pre>
<p>5. a) pour $A = 0,001$, l'algorithme affiche $n = 4$</p>			

b) Pour un réel A saisi en entrée, l'algorithme affiche le plus petit entier n pour lequel, la valeur de u_n dépasse le seuil $1-A$.

--	--	--	--