المستوى الثالثة شعبتي الرياضيات و الرياضي التقني
المـــــدة : 3600 ثانية

الفرض المحروس الثاني لثلاثي الأول

التمرين الأول(14 نقطة) :

I- g دالة معرفة $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=x^3-1+2\ln(x)$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f دالة معرفة $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=x-1-\frac{\ln(x)}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم .

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطرف مجموعة التعريف المفتوحة .

2) بين أن مستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة (Δ)

6) أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثاني (6 نقاط) :

لتكن الدالة h المعرفة على R بالعبارة التالية $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ و (C_h) تمثيلها البياني يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 1 موازي لحامل محور الفواصل و يمر بالنقطة $A(0;1)$ و $h'(0)=-6$

1) أحسب الدالة المشتقة h' بدلالة الأعداد a ; b ; c ثم استنتج قيم هذه الأعداد .

2) ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_h) عند النقطة A

المستوى الثالثة شعبتي الرياضيات و الرياضي التقني
المـــــدة : 3600 ثانية

الفرض المحروس الثاني لثلاثي الأول

التمرين الأول(14 نقطة) :

I- g دالة معرفة $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=x^3-1+2\ln(x)$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f دالة معرفة $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=x-1-\frac{\ln(x)}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم .

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطرف مجموعة التعريف المفتوحة .

2) بين أن مستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن

$$f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة (Δ)

6) أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثاني (6 نقاط) :

لتكن الدالة h المعرفة على R بالعبارة التالية $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ و (C_h) تمثيلها البياني يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 1 موازي لحامل محور الفواصل يمر بالنقطة $A(0;1)$ و $h'(0)=-6$

1) أحسب الدالة المشتقة h' بدلالة الأعداد $a\ ;\ b\ ;\ c$ ثم استنتج قيم هذه الأعداد .

2) ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_h) عند النقطة A

3رياضيات و تقني رياضي ---تصحيح الفرض المحروس الثاني لثلاثي الأول 2018-11-25 التوقيت 10-9

التمرين الأول(14 نقطة) :

I- g دالة معرفة $]0\ ;+\infty[$ بـ $g(x)=x^3-1+2\ln(x)$

1) دراسة تغيرات الدالة g : $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$ و

$$\lim_{x\to0}g(x)=\lim_{x\to0}2\ln x=-\infty$$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$\|$	$+$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$

المشتقة : $g'(x)=3x^2+\frac{2}{x}$ موجبة و منه الدالة g متزايدة على $]0\ ;+\infty[$

جدول تغيراتها

2) حساب $g(1)$ لدينا $g(1)=0$

استنتج إشارة $g(x)$

II- نعتبر الدالة f دالة معرفة $]0\ ;+\infty[$ بـ $f(x)=x-1-\frac{\ln(x)}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم .

1) حساب نهايات الدالة f لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ و

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\left[-\dfrac{\ln(x)}{x^2}\right]=+\infty$ لان $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$.

2) تبين أن مستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل بما إن

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\dfrac{\ln(x)}{x^2}\right]=0$.

3) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x فإن

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ بالاشتقاق نجد

ومنه $f'(x)=1-\dfrac{x-2x\ln x}{x^4}=\dfrac{x^4-x+2x\ln x}{x^5}=\dfrac{x^3-1+2\ln x}{x^3}$

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$

4) استنتاج اتجاه تغير الدالة f إشارة المشتقة من إشارة $g(x)$ و $g(x)$ و منه الدالة متزايدة على $[1;+\infty[$ و متناقصة على المجال $]0;1]$

جدول تغيراتها:

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	0	−	
$g(x)$	$+\infty$	↗	0	↘	$+\infty$

5) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة (Δ) لدينا $[f(x)-(x-1)]=\left[-\dfrac{\ln(x)}{x^2}\right]$

إشارته من إشارة $-\ln(x)$ و منه نجد

6) أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الثاني (6 نقاط) :

لتكن الدالة h المعرفة على R بالعبارة التالية $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

و (C_h) تمثيلها البياني يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 1 موازي لحامل محور الفواصل و يمر بالنقطة $A(0;1)$ و $h'(0)=-6$

1) حساب الدالة المشتقة h' لدينا

$h'(x)=(2ax+b)e^{-x}-(ax^2+bx+c)e^{-x}$ و منه

$h'(x)=[-ax^2+(2a-b)x+(b-c)]e^{-x}$

استنتاج قيم هذه الأعداد $h(0)=1$ يعني أن $c=1$

$h'(0)=-6$ يعني أن $b-c=-6$ و مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 1 موازي لحامل محور الفواصل يعني أن

$h'(1)=0$ اي أن $\frac{a-c}{e}=0$ يعني أن $a=c$

و منه $a=1$; $b=-5$ و منه $h(x)=(x^2-5x+1)e^{-x}$

2) دراسة تغيرات الدالة h : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^{-x}=0$ و

$\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^{-x}=+\infty$

المشتقة $h'(x)=[-x^2+7x-6]e^{-x}$ منه إشارته من إشارة $[-x^2+7x-6]$ نحسب المميز $\Delta=25$ الجذرين هما $x=1$; $x=6$ و منه الدالة متزايدة على المجال $[1\ ;\ 6]$ و متناقصة على المجالين $]-\infty;1]$ و $[6;+\infty[$

جدول تغيراتها :

x	$-\infty$		1		6		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{3}{e}$	↗	$\frac{7}{e^6}$	↘	0

3) كتابة معادلة المماس للمنحنى (C_h) عند النقطة A هي

$y=1$