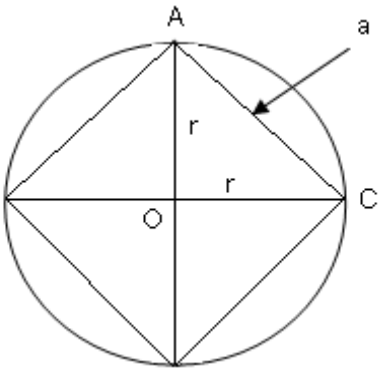
كتابة صيغة جبرية لحساب النسبة التقريبية



شكل 1

الشكل 1 يعرض مربع محصور داخل دائرة.

1. استخدم نظرية فيثاغوروس وجد صيغة جبرية لحساب طول ضلع المربع a:

_____

_____

= a

_____

_____

2. عبر عن محيط المربع بصيغة جبرية :

محيط المربع =

_____

_____

3. معروف أن محيط الدائرة = 2πr.

دعنا نستخدم محيط المربع لحساب تقريب لمحيط الدائرة، ودعنا نكتب:

محيط الدائرة ≅ محيط المربع.

4. استخدم النتائج والمعلومات في البندين 2 و 3 ووعوض صيغ جبرية لمحيطي المربع والدائرة، وجد صيغة جبرية لتقريب قيمة π.

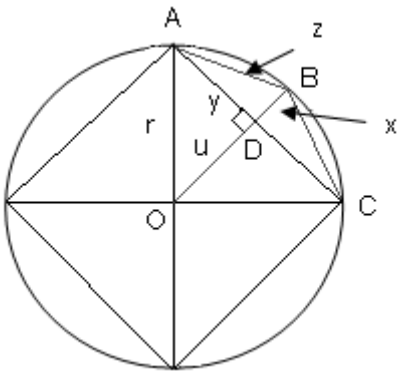
_____

_____

π ≅ _____

5. احسب، باستخدام الآلة الحاسبة، قيمة π بالتقريب

π≅ _____



شكل

الشكل 2 ناتج من الشكل 1 بعد إجراء العمليات التالية:

6. قسّم أحد أضلاع المربع بالتساوي، وأقم عليه عموداً يصل إلى مركز الدائرة ومحيطها (تذكر أن المثلث **AOC** في شكل 1 متساوي الساقين. لماذا؟).
7. صل النقطة B الموجودة الآن على محيط الدائرة مع النقطتين A و C.
8. تكرار هذه العملية على ثلاثة المثلثات الأخرى في المربع تساعدنا على بناء مضلع ثماني منتظم محصور داخل نفس الدائرة.
9. لإيجاد صيغة جبرية لطول ضلع المضلع الثماني z، تتبع الخطوات التالية :
استخدمم قيمة a من بند 1 وجد صيغة جبرية لقيمة y:

a$\frac{1}{2}$AC = $y = \frac{1}{2}$

_____=

10. حسب نظرية فيثاغوروس في المثلث ADO يتحقق:

$$r^2 = u^2 + y^2$$

11. عوض قيمة y من البند 9 وجد قيمة u :

_____

_____

_____

_____

$u =$ _____

12. لاحظ في الشكل 2 أن: $x = r - u$

13. عوض قيمة u من بند 11 في البند 12 لإيجاد قيمة x.

$x =$ _____

14. لحساب طول ضلع المضلع الثماني z استخدم نظرية فيثاغوروس في المثلث القائم BDA:

$$z^2 = x^2 + y^2$$

15. عوض قيمة x من البند 13 وقيمة y من البند 9 وجد صيغة جبرية لقيمة z

_____

_____

_____

_____

$z =$ _____

16. عبر عن محيط المضلع الثماني بصيغة جبرية :

محيط المضلع الثماني = _____

17. معروف أن محيط الدائرة = 2πr.

دعنا نستخدم محيط المضلع الثماني لحساب تقريب لمحيط الدائرة، ودعنا نكتب:

محيط الدائرة ≅ محيط المضلع الثماني.

18. استخدم النتائج والمعلومات في البندين 16 و 17 وعوض صيغ جبرية لمحيطي الدائرة والمضلع الثماني، وجد صيغة جبرية لتقريب قيمة π.

_____

_____

π ≅ _____

19. احسب، باستخدام الآلة الحاسبة، قيمة π بالتقريب

π≅ _____

20. يمكن تكرار نفس العمليات السابقة ابتداءً بالبند 6، ولكن هذه المرة ننفذ العمليات على أضلاع المضلع الثماني المنتظم للحصول على مضلع ذي 16 ضلع منتظم.

21. بعد إجراء كل العمليات والحسابات، ستكون الصيغة الجبرية المناسبة لطول ضلع هذا المضلع تساوي:

$$z = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}\, r$$

حاول الحصول على هذه الصيغة بنفسك!

22. عندها يكون محيط المضلع ذي أل 16 ضلع المنتظم:

$$16\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\,r$$

23. عندها ينتج قيمة π بالتقريب :

$$\pi\cong 8\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

24. باستخدام الآلة الحاسبة، تكون قيمة π بالتقريب

$\pi\cong$ _____

25. عند تكرار العمليات للحصول على مضلع ذي 32 ضلع منتظم واستنتاج صيغة تقريبية ل π، نحصل على:

_____ $\pi\cong 16\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}\cong$

تأكد بنفسك من ذلك، إذا استطعت!

حاول فهم النمط في هذه الصيغة لخطوات متقدمة أكثر لتقريب قيمة π !