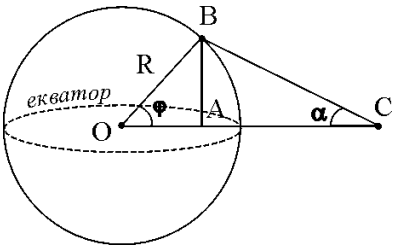
Розв'язки завдань ІІІ етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 2020 рік. 10 клас

1.1 г,б,а,в
1.2 в,а,б,г
1.3 а
1.4 а
1.5 Плеяди – це зоряне скупчення, все інше – сузір'я
1.6 Калісто – це супутник, все інше – малі тіла Сонячної системи.
1.7 1-в, 2-д, 3-а, 4-б.
1.8 1-д, 2-г, 3-б, 4-в.
1.9 так, ні, ні, так, так.
1.10 ні, так, ні, ні, так.



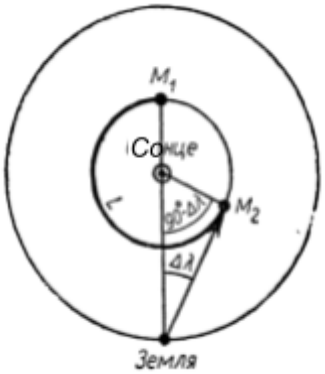
2. Нехай відстань від центра Землі r. З закону всесвітнього тяжіння $m\frac{\upsilon^2}{r} = G\frac{M \cdot m}{r^2}$ або $\upsilon^2 = G\frac{M}{r}$ (1), де M – масса Землі. Період обертання супутника T повинен становити 1 добу.

1 доба = 86400 с. $T = \frac{2\pi r}{\upsilon}$ (2). З рівнянь 1,2 отримуємо $r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$. $r \approx 42240$ км.

Зобразимо ситуацію на малюнку. С – супутник, В – Рівне, α– шуканий кут.
ϕ – географічна широта, R – радіус Землі, $OC = r$ – відстань від супутника до центра Землі.

$AB = R \cdot \sin\varphi = 6370 \text{ км} \cdot \sin 50^0 \approx 4880$ км. $AO = R \cdot \cos\varphi = 6370 \text{ км} \cdot \cos 50^0 \approx 4095$ км.

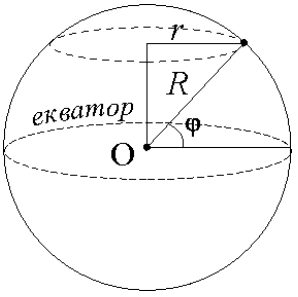
$AC = OC - AO = 42240 \text{ км} - 4095 \text{ км} = 38145$ км. $\text{tg}\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{4880}{38145} \approx 0{,}128$. $\alpha \approx 7{,}3^0$.



3. Меркурій рухається швидше ніж Земля ($\omega > \omega_0$). Зобразимо на малюнку Землю і Меркурій відносно неї в день t_1 верхнього сполучення (M_1) і в день t_2 найближчої найбільшої західної елонгації (M_2). За проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$ Меркурій відносно Землі пройде дугу $L = M_1M_2$ з середнім добовим рухом

$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 4\frac{\text{град}}{\text{доба}} - 1\frac{\text{град}}{\text{доба}} = 3\frac{\text{град}}{\text{доба}}$. З малюнка видно, що $L = 180^0 + (90^0 - \Delta\lambda) = 270^0 - 20^0 = 250^0$.

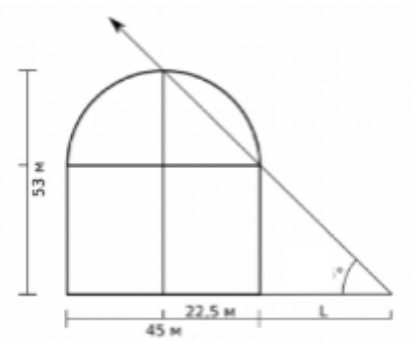
Тоді $\Delta t = \frac{L}{\Delta\omega} = \frac{250^0}{3\frac{\text{град}}{\text{доба}}} \approx 83$ доби і найближча найбільша західна елонгація наступила в день t_2 = 26 листопада 2019 року.



4. Між Магаданом і Анкориджем, які лежать відповідно у східній і західній півкулях, різниця у місцевому часі складає 20 год (різниця довгот – 300^0, а 15^0 відповідають 1 годині різниці у часі). Відлік часу ведеться із заходу на схід, тому на момент вильоту літака з Анкориджа в Магадані було 4 год ранку, але вже 6 червня (слід пам'ятати про лінію зміни дат). Оскільки літак приземлився о 7.30 за місцевим часом Магадана, то політ триває 3,5 год. (7.30 – 4.00). Знайдемо довжину паралелі 60^0: Її радіус $r = R\cos\varphi$, де R – радіус Землі. Тоді довжина $s = 2\pi \cdot R\cos 60^0 \approx 20000$ км. Літак пролетить в градусній мірі

$360^0 - 300^0 = 60^0$. В кілометрах це становитиме $l = \frac{s}{360^0} \cdot 60^0 \approx 3333$ км. Поділивши цю відстань на тривалість польоту (3333:3,5), одержимо швидкість літака – приблизно 950 км/год.

5. Оскільки Венера перебувала в найбільшій східній елонгації як для Землі, так і для Марса, то ці дві планети розташовувалися в напрямку, перпендикулярному радіусу-вектору Венери (див. малюнок). Кутову відстань Венери від Сонця на Землі під час найбільшої елонгації знайдемо з прямокутного трикутника *ЗВС*. *ЗС* = 1 а.о., *ВС* = 0,72 а.о.. $\sin\angle B3C = \frac{0,72}{1} = 0,72$. $\angle B3C \approx 46^0$. Отже, Марс знаходився на 134^0 від Сонця. Відстань від Землі до Венери знайдемо також з трикутника *ЗВС*. $3B = \sqrt{3C^2 - BC^2} \approx 0,69$ а.о. Відстань від Марса до Венери знайдемо з трикутника *МВС*. $MB = \sqrt{MC^2 - BC^2} = \sqrt{1,52^2 - 0,72^2} \approx 1,34$ а.о. Тоді відстань від Землі до Марса 0,65 а.о.

6. Очевидно, що фотограф розташовується далеко від статуї, а також від Місяця (в порівнянні з їх основними розмірами). Тоді можна вважати, що видимі розміри як Місяця, так і статуї прямо пропорційні їх істинним розмірам і обернено пропорційні відстані до них.
Позначимо r_c – видима довжина розмаху рук статуї, R_c = 28 м – її справжня довжина, l_c – шукана відстань до статуї, d_M – видимий діаметр Місяця, D_M – справжній діаметр Місяця і l_M – відстань від фотографа до Місяця. $\frac{d_M}{r_c} = \frac{D_M}{R_c} \cdot \frac{l_c}{l_M}$. Звідси $l_c = \frac{d_M \cdot l_M \cdot R_c}{r_c \cdot D_M}$
Відстань від фотографа до Місяця можна вважати рівною відстані від Землі до Місяця.
Зробимо спрощення. $\frac{l_M}{D_M} = \frac{60R_3}{2R_M} = \frac{60R_3}{0,5 \cdot \frac{1}{4} R_3} = 120$. Виміри на малюнку дають, що $\frac{d_M}{r_c} \approx 1,4$. Тоді $l_c = 1,4 \cdot 120 \cdot 28$ м $= 4704$ м $\approx 4,7$ км.
Видно, що Місяць сідає практично вертикально, що приблизно і повинно бути в тропічних широтах (Ріо-де-Жанейро лежить майже точно на південному тропіку). Виміряємо відстань, яку між першим і останнім знімками, пройшов Місяць. Вона виявляється практично рівною видимому діаметру диска Місяця. Кутовий діаметр диска Місяця в небі Землі складає приблизно 30′. Оцінюємо швидкість (кут) руху Місяця по небу. Основний рух Місяця - це рух разом з усім небом внаслідок обертання Землі навколо своєї осі (Місяць ще й рухається навколо Землі по орбіті, але за цей малий проміжок часу між знімками цим рухом ми можемо знехтувати). Земля робить повний оберт в 360^0 за 24 години. Тоді за 1 годину Земля повернеться на 15^0, а за 1 хвилину - на 15′. Отже, шуканий час приблизно 2 хв.

7. Бачимо, що напрям на центр, навколо якого рухаються зорі, тобто північний полюс світу, приблизно співпадає з напрямом на вершину башти. Висота полюса світу дорівнює широті місця спостереження, тому ϕ=43^0 30′ = $43,5^0$. Тоді відстань до башти $L = \frac{H}{tg(\varphi)} - \frac{D}{2} = \frac{53}{0,95} - 22,5 \approx 33,3$ м.