

Розв'язки завдань III етапу Всеукраїнської олімпіади з астрономії. 2020 рік. 10 клас

1.1 г,б,а,в

1.2 в,а,б,г

1.3 а

1.4 а

1.5 Плеяди – це зоряне скупчення, все інше – сузір'я

1.6 Калісто – це супутник, все інше – малі тіла Сонячної системи.

1.7 1-в, 2-д, 3-а, 4-б.

1.8 1-д, 2-г, 3-б, 4-в.

1.9 так, ні, ні, так, так.

1.10 ні, так, ні, ні, так.

2. Нехай відстань від центра Землі r . З закону всесвітнього

тяжіння $m \frac{v^2}{r} = G \frac{M \cdot m}{r^2}$ або $v^2 = G \frac{M}{r}$ (1), де M – маса Землі.

Період обертання супутника T повинен становити 1 добу.

$T = \frac{2\pi r}{v}$ (2). З рівнянь 1,2 отримуємо

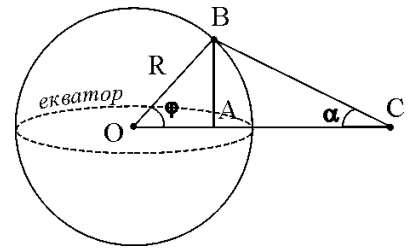
$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \quad r \approx 42240 \text{ км.}$$

Зобразимо ситуацію на малюнку. С – супутник, В – Рівне, α – шуканий кут.

ϕ – географічна широта, R – радіус Землі, $OC = r$ – відстань від супутника до центра Землі.

$$AB = R \cdot \sin \phi = 6370 \text{ км} \cdot \sin 50^\circ \approx 4880 \text{ км} \quad AO = R \cdot \cos \phi = 6370 \text{ км} \cdot \cos 50^\circ \approx 4095 \text{ км}$$

$$AC = OC - AO = 42240 \text{ км} - 4095 \text{ км} = 38145 \text{ км} \quad \tan \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{4880}{38145} \approx 0,128 \quad \alpha \approx 7,3^\circ$$



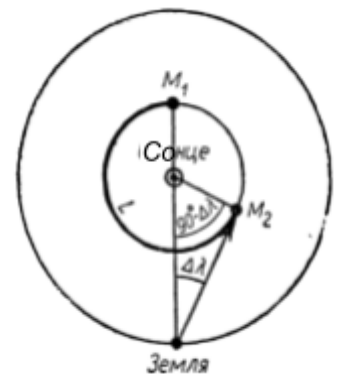
3. Меркурій рухається швидше ніж Земля ($\omega > \omega_0$). Зобразимо на малюнку Землю і Меркурій відносно неї в день t_1 верхнього сполучення (M_1) і в день t_2 найближчої найбільшої західної елонгації (M_2). За проміжок часу $\Delta t = t_2 - t_1$ Меркурій відносно Землі пройде дугу $L = M_1 M_2$ з середнім добовим рухом

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0 = \frac{4 \text{ град}}{\text{доба}} - 1 \frac{\text{град}}{\text{доба}} = 3 \frac{\text{град}}{\text{доба}} \quad \text{З малюнка видно, що}$$

$$L = 180^\circ + (90^\circ - \Delta \lambda) = 270^\circ - 20^\circ = 250^\circ.$$

$$\Delta t = \frac{L}{\Delta \omega} = \frac{250^\circ}{3 \frac{\text{град}}{\text{доба}}} \approx 83 \text{ доби}$$

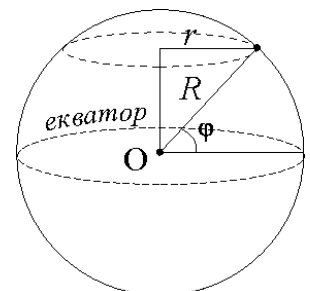
Тоді і найближча найбільша західна елонгація наступила в день $t_2 = 26$ листопада 2019 року.



4. Між Магаданом і Анкориджем, які лежать відповідно у східній і західній півкулях, різниця у місцевому часі складає 20 год (різниця довгот – 300° , а 15° відповідають 1 годині різниці у часі). Відлік часу ведеться із заходу на схід, тому на момент вильоту літака з Анкориджа в Магадані було 4 год ранку, але вже 6 червня (слід пам'ятати про лінію зміни дат). Оскільки літак приземлився о 7.30 місцевим часом Магадана, то політ триває 3,5 год. ($7.30 - 4.00$).

Знайдемо довжину паралелі 60° : Її радіус $r = R \cos \phi$, де R –

радіус Землі. Тоді довжина $s = 2\pi \cdot R \cos 60^\circ \approx 20000 \text{ км}$. Літак пролетить в градусній мірі



за

$360^\circ - 300^\circ = 60^\circ$. В кілометрах це становитиме $l = \frac{s}{360^\circ} \cdot 60^\circ \approx 3333 \text{ км}$. Поділивши цю відстань на тривалість польоту (3333:3,5), одержимо швидкість літака – приблизно 950 км/год.

5. Оскільки Венера перебувала в найбільшій східній елонгації як для Землі, так і для Марса, то ці дві планети розташовувалися в напрямку, перпендикулярному радіусу-вектору Венери (див. малюнок). Кутову відстань Венери від Сонця на Землі під час найбільшої елонгації знайдемо з прямокутного трикутника ZBC . $ZC = 1 \text{ а.о.}$, $BC = 0,72 \text{ а.о.}$.

$$\sin \angle BZC = \frac{0,72}{1} = 0,72 \quad \angle BZC \approx 46^\circ \quad \text{Отже, Марс}$$

знаходився на 134° від Сонця. Відстань від Землі до Венери знайдемо також з трикутника ZBC . $ZB = \sqrt{ZC^2 - BC^2} \approx 0,69 \text{ а.о.}$ Відстань від Марса до Венери знайдемо з трикутника MBC . $MB = \sqrt{MC^2 - BC^2} = \sqrt{1,52^2 - 0,72^2} \approx 1,34 \text{ а.о.}$ Тоді відстань від Землі до Марса 0,65 а.о.



6. Очевидно, що фотограф розташовується далеко від статуї, а також від Місяця (в порівнянні з їх основними розмірами). Тоді можна вважати, що видимі розміри як Місяця, так і статуї прямо пропорційні їх істинним розмірам і обернено пропорційні відстані до них.

Позначимо r_c – видима довжина розмаху рук статуї, $R_c = 28 \text{ м}$ – її справжня довжина, l_c – шукана відстань до статуї, d_M – видимий діаметр Місяця, D_M – справжній діаметр Місяця і l_M

$$\frac{d_M}{D_M} = \frac{l_M}{l_c} \cdot \frac{l_c}{R_c} \quad l_c = \frac{d_M \cdot l_M \cdot R_c}{r_c \cdot D_M}$$

– відстань від фотографа до Місяця. Звідси Відстань від фотографа до Місяця можна вважати рівною відстані від Землі до Місяця.

$$\frac{l_M}{D_M} = \frac{60R_3}{2R_M} = \frac{60R_3}{0,5 \cdot \frac{1}{4} R_3} = 120$$

Зробимо спрощення.

$$\frac{d_M}{r_c} \approx 1,4 \quad \text{Виміри на малюнку дають, що}$$

$$\text{Тоді } l_c = 1,4 \cdot 120 \cdot 28 \text{ м} = 4704 \text{ м} \approx 4,7 \text{ км}$$

Видно, що Місяць сідає практично вертикально, що приблизно і повинно бути в тропічних широтах (Ріо-де-Жанейро лежить майже точно на південному тропіку). Виміряємо відстань, яку між першим і останнім знімками, пройшов Місяць. Вона виявляється практично рівною видимому діаметру диска Місяця. Кутовий діаметр диска Місяця в небі Землі складає приблизно $30'$. Оцінюємо швидкість (кут) руху Місяця по небу. Основний рух Місяця – це рух разом з усім небом внаслідок обертання Землі навколо своєї осі (Місяць ще й рухається навколо Землі по орбіті, але за цей малий проміжок часу між знімками цим рухом ми можемо знехтувати). Земля робить повний оберт в 360° за 24 години. Тоді за 1 годину Земля повернеться на 15° , а за 1 хвилину – на $15'$. Отже, шуканий час приблизно 2 хв.

7. Бачимо, що напрям на центр, навколо якого рухаються зорі, тобто північний полюс світу, приблизно співпадає з напрямом на вершину башти. Висота полюса світу дорівнює широті місця спостереження, тому $\phi = 43^\circ 30' = 43,5^\circ$. Тоді відстань до башти

$$L = \frac{H}{\tan(\phi)} - \frac{D}{2} = \frac{53}{0,95} - 22,5 \approx 33,3 \text{ м}$$

