الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **متقن قديل**

امتحان بكالوريا تجريبي **دورة ماي 2011**

شعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة :الرياضيات **المدة : ثلاث ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقط) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 2$ والعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{2u_n + 1}$.

1) أ ـ برر أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$، u_n موجب تماما . ب ـ إذا كانت المتتالية (u_n) متقاربة فما هي نهايتها ؟

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، أنشئ C المنحني الممثل للدالة $f : x \mapsto \frac{x+2}{2x+1}$, ثم المستقيم Δ ذي المعادلة $y = x$ (يقتصر الرسم على المجال $[0\ ;\ 2{,}2]$) . مثل الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .ما هو تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) .

3) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$.أ ـ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية متقاربة ثم عبر عن v_n بدلالة n .

ب ـ عبر عن u_n بدلالة v_n ثم برر التخمين الموضوع سابقا.

التمرين الثاني : (05 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ (تؤخذ وحدة الرسم $1cm$)

من أجل كل نقطة M تختلف عن Ω ، نذكر أن M' صورة M بالدوران الذي مركزه Ω وزاويته θ إذا وفقط إذا كان:

$$\begin{cases} \Omega M' = \Omega M & (1) \\ \left(\overrightarrow{\Omega M}\ ;\ \overrightarrow{\Omega M'}\right) = \theta + 2k\pi \ (k \in \mathbf{Z}) & (2) \end{cases}$$

1- ليكن z ; z' ; ω لواحق الأعداد Ω ; M ; M' على الترتيب ، ترجم العلاقات (1)، (2) على شكل طويلة وعمدة لأعداد مركبة . استنتج عبارة z' بدلالة z ، ω و θ .

2- حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$ (تعطى الحلول على الشكل الجبري)

3- A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب : $a = 2\sqrt{3} - 2i$ و $b = 2\sqrt{3} + 2i$ اكتب a و b على الشكل الأسي

- علم النقط A و B ثم بين أن المثلث OAB متساوي الساقين .

4- ليكن C النقطة ذات اللاحقة $c = -8i$ و D صورتها بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$ ، علم النقطتين C و D ثم بين ان لاحقة D هي $d = 4\sqrt{3} + 4i$

5- بين أن D صورة B بتحاك مركزه O يطلب تعيين نسبته . 6 - بين أن المثلث OAD قائم

صفحة 1/4

التمرين الثالث: (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط التالية A(4 ; 0 ; -3) ، B(2 ; 2 ; 2) ، C(3 -1; -3 ;) و 1 . D(0 ; 0 ; -3) عين معادلة ديكارتية لمستوي محور [AB] (ليكن (P) هذا المستوي) . محوري القطعتين [BC] و [DC] معرفان بالمعادلتين $3x-3y+2z-5=0$ و $2x-10y-6z-7=0$ على الترتيب . الثلاثة هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها . كرة مركزها E يطلب تعيين نصف قطرها .

2) أ) نقبل فيما يلي أن المستويين
- بين أن تقاطع هذه المستويات
ب) بين أن النقط A ، B ، C ، D تقع على سطح

التمرين الرابع: (06 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$بـ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$ و ليكن C المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد .

الجزء الأول:دراسة دالة مساعدة1. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=xe^x+1$ ادرس تغيرات h و بين أن $h(x)>0$ من أجل x من $\mathbb{R}$.لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x+2-e^x$

أ- عين نهايات الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$. ب-ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.
جـ -بين ن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في$\mathbb{R}$ نرمز بـ α و β إلى هذين الحلين حيث $\alpha>\beta$. بين أن $1,14<\alpha<1,15$.د- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: دراسة تغيرات الدالة f و رسم المنحني C :

1.عين نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2.أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$

ب-استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3.أ- بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$.

ب-باستعمال حصر α عين حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-2} .

4.عين معادلة للمماس (T) للمنحني C عند النقطة التي فاصلتها 0.

5. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-x=\dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$ حيث $u(x)=e^x-xe^x-1$

ب- ادرس تغير الدالة u و استنتج إشارة $u(x)$.

جـ-استنتج وضعية المنحني C بالنسبة للمماس (T)

6.ارسم C و (T) نقبل أن $-1,85<\beta<-1,84$ و $-1,19<f(\beta)<-1,18$.تؤخذ وحدة الطول $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، لتكن a,b,c و d أعداد حقيقية بحيث :

$(a,b,c)\neq(0,0,0)$ وليكن المستوي (P) ذو المعادلة $ax+by+cz+d=0$

نعتبر النقطة I ذات الإحداثيات (x_I,y_I,z_I) والشعاع $\vec{n}$ ذو المركبات (a,b,c)

1. ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل I وعمودي على (P) . أوجد تمثيلا وسيطيا لهذا المستقيم .
2. نسمي H نقطة تقاطع (Δ) و (P) أ- برر وجود عدد حقيقي k بحيث : $\overrightarrow{IH}=k\vec{n}$

ب- عين عبارة k بدلالة a,b,c , d , x_I , y_I و z_I . ج – استنتج أن $IH=\dfrac{|ax_I+by_I+cz_I+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

3- نعتبر المستوي (Q) ذو المعادلة : $x-y+z-11=0$ مماس لسطح الكرة (S) ذات المركز $\Omega\ (1,\ -1,\ 3)$

1- ماهو نصف قطر سطح الكرة (S) ؟ ب- أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم الذي يشمل (Ω) وعمودي على المستوي (Q)

-استنتج احداثيات نقطة تقاطع المستوي (Q) و سطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (06 نقط)

I. f و g دالتان معرفتان على $[0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\ln(1+x)-x$ و $g(x)=\ln(1+x)-x+\dfrac{x^2}{2}$

1. ادرس تغيرات كل من f و g على $[0;+\infty[$.

2. استنتج أنه من أجل كل $x\geq 0$: $x-\dfrac{x^2}{2}\leq\ln(1+x)\leq x$

II. نريد دراسة المتتالية (u_n) للأعداد الحقيقية المعرفة كما يلي: $u_1=\dfrac{3}{2}$ و $u_{n+1}=u_n\left(1+\dfrac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n>0$ من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $\ln u_n=\ln\left(1+\dfrac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\dfrac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\dfrac{1}{2^n}\right)$

3 . نضع $S_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{2^3}+\ldots.+\dfrac{1}{2^n}$ و $T_n=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{4^3}+\ldots.+\dfrac{1}{4^n}$

4. باستعمال الجزء I ، بين أن: $S_n-\dfrac{1}{2}T_n\leq\ln u_n\leq S_n$ احسب S_n و T_n بدلالة n .استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$

5. أ- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما. ب- استنتج أن (u_n) متقاربة ، لتكن ℓ نهايتها. جـ-

نقبل النتيجة التالية: " إذا كانت متتاليتان (v_n) و (w_n) متقاربتان حيث $v_n\leq w_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n\leq\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$

بين إذن أن: $\dfrac{5}{6}\leq\ln\ell\leq 1$.استنتج حصرا لـ ℓ ."

التمرين الثالث: (04 نقط)

لتكن المعادلة التفاضلية (E) : $y'+y=2x$ بحيث y دالة ذات المتغير الحقيقي x قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومشتقتها هي : y'

1- حل المعادلة التفاضلية : $y'+y=0$

2- أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=ax+b$ حلا للمعادلة التفاضلية (E).

3- أ- k عدد حقيقي ثابت ، نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=ke^{-x}+2x-2$

تحقق أن f حل للمعادلة (E)

ب – أوجد k من أجل $f(0)=0$.

4- نأخذ $k=2$ احسب القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;2]$ ، أعط قيمة مقربة لـ m بـ : 10^{-2}

التمرين الرابع: (05 نقط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (تؤخذ وحدة الرسم $4cm$)

نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $z_A=2+i$ والدائرة (Γ) ذات المركز A ونصف القطر $\sqrt{2}$

1- ارسم شكلا تعين فيه كل معطيات التمرين حتى للآخر .

2- أ - عين نقط تقاطع الدائرة (Γ) والمحور $(O;\vec{u})$

2- نعتبر النقطتين B و C لواحقهما على الترتيب : $z_B=1$ و $z_C=3$ ، عين z_D لاحقة النقطة D الموجودة على الدائرة (Γ) والمتناظرة قطريا مع B .

3- لتكن M النقطة ذات اللاحقة $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$ - احسب العدد المركب $\frac{z_D-z_M}{z_B-z_M}$

- فسر هندسيا عمدة للعدد المركب $\frac{z_D-z_M}{z_B-z_M}$ ثم استنتج أن M نقطة من الدائرة (Γ)

4- لتكن الدائرة (Γ') التي قطرها $[AB]$. المستقيم (BM) يقطع الدائرة (Γ') في نقطة N

- بين أن المستقيمين (DA) و (DN) متوازيين ثم عين لاحقة N.

5- نعتبر النقطة M' صورة M بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- عين لاحقة M'. ثم بين أن M' نقطة من الدائرة (Γ')

بالتوفيق