التمرين 01: **Baccalauréat S Liban, Mai 2011**

A و B نقطتان من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لاحقتاهما $z_A=1-i$ و $z_B=2+i\sqrt{3}$

1- عين الطويلة و عمدة للعدد z_A

2- أ) أكتب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الجبري. ب) بين أن $\frac{z_B}{z_A}=\left(1+\sqrt{3}\right)e^{i\frac{\pi}{3}}$ ج) استنتج الشكل الأسي للعدد z_B

3- لتكن B_1 صورة B بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{6}$

1) عين لاحقة B_1 استنتج أن B_1 نظيرة B بالنسبة للمحور $(O;\vec{u})$.

4- لتكن M نقطة من المستوي و M_1 صورتها بالدوران r و M' نظيرة M_1 بالنسبة للمحور $(O;\vec{u})$.

نرمز بـ (E) لمجموعة النقط M من المستوي حيث $M=M'$

أ) بين أن O و B تنتميان إلى المجموعة (E)

ب) لتكن M نقطة متمايزة مع O ، لاحقتها $z=\rho e^{i\theta}$ حيث ρ عدد حقيقي موجب تماما و θ عدد حقيقي و z' لاحقة للنقطة M'.

بين أن $z'=\rho e^{i\left(\frac{\pi}{6}-\right)}$ ثم عين مجموعة قيم العدد الحقيقي θ بحيث M تنتمي إلى المجموعة (E) ج) عين المجموعة (E)

التمرين 02: **Baccalauréat S Antilles-Guyane, Juin 2010**

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. المستقيمان (D_1) و (D_2) المعرفان بـ: $(D_1):\{x=-1+2t\ y=-3t\ z=1+t$ و $(D_2):\{x=1-2t\ y=5-t\ z=-2+t$ مع $t\in\mathbb{R}$ متعامدان.

2. نعتبر النقطة $A(2;-1;3)$ و المستقيم (D) ذو التمثيل الوسيطي: $(D):\{x=1+4t\quad y=-2+2t\ z=3-2t\quad t\in R$

المستوي (P) الذي يشمل النقطة A و العمودي على المستقيم (D) له معادلة من الشكل: $x+y-z=0$

3. المستقيم الذي يشمل $B(2;3;4)$ و $\vec{u}(1;2;3)$ شعاع توجيه له، تمثيله الوسيطي $\{x=1+t\quad y=1+2t\ z=3t+1\ \ (t\in R)$

4. سطح الكرة الذي مركزه $A(1;1;1)$ و نصف قطره 10 ، مماس للمستوي P ذو معادلة $x+y+z+1=0$

التمرين 03: (u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حدّها الأول u_1 وَ أساسها q تحقق: $\{\ln u_1+\ln u_2+\ln u_3=\ln 5832\quad \ln u_4-\ln u_1=\ln 27$

1- عين u_2 و الأساس q ثم u_1 ثم احسب u_n بدلالة n. 2- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+\ldots+u_n$

3- نضع: $v_n=\ln(u_n)+\ln(u_{n+1})$. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$

التمرين 04: **Baccalauréat S Amérique du nord, juin 2003**

الجزء I : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^x)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ الوحدة هي $1\ cm$ على $(x'x)$ و $10\ cm$ على $(y'y)$.

1- أ- نذكر أن $\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h}=1$ ، عين النهاية لـ f عند $-\infty$

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)=\frac{x}{e^x}+e^{-x}\ln\left(1+e^{-x}\right)$. عين النهاية لـ f عند $+\infty$

ح- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمان مقاربان يطلب تعيينهما.

2- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(x+1)$

1- برهن أن الدالة g متناقصة تماماً على المجال $]0;+\infty[$ ب - استنتج إشارة $g(t)$ من أجل $t>0$

3- أ- أحسب $f'(x)$ و عبر عنها بدلالة $g(e^x)$

ب- استنتج اتجاه تغيرات f و شكل جدول تغيراتها و أنشئ المستقيمات المقاربة و المنحنى (C)

الجزء II : لتكن F الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

1- أدرس اتجاه تغيرات الدالة F .

2- أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي t؛ $\frac{1}{1+e^t}=1-\frac{e^t}{1+e^t}$ وَ أحسب $\int_0^x\frac{dt}{1+e^t}$ ب- باستعمال مكاملة بالتجزئة؛ أحسب $F(x)$.

ج- تحقق أن: $F(x)=x-\ln(1+e^x)-f(x)+2\ln 2=-\ln(1+e^{-x})-f(x)+2\ln 2$

الأستاذ بن علو

د- عين $\lim F(x)\ x\to+\infty$. ماذا تستنتج؟ هـ- عين $\lim F(x)\ x\to-\infty$ و $\lim [F(x)-x]\ x\to-\infty$. أعط تفسيرا هندسيا لذلك

و- شكل جدول تغيرات F .أرسم (γ) منحنى F في المعلم السابق.

الجزء III : لتكن (u_n) المتتالية المعرفة على N^* بـ: $u_n = f(1) + f(2) + \ldots + f(n)$

1- شطب في التمثيل البياني على الحيز الذي مساحته، بوحدة المساحة، هي u_4 .2 عين اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) .

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k حيث: $k \le n : \ge 1$ $f(k) \le \int_{k-1}^{k} f(t)dt$ ب- قارن بين u_n و $F(n)$. هل (u_n) متقاربة؟

الموضوع الثاني

التمرين 01: **Baccalauréat S Asie, Juin 2010**

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$. الوحدة البيانية $cm\ 1$

A ، B ، C و P نقط لاحقاتها على الترتيب: $z_A = -2$ ، $z_B = 2 - 2i\sqrt{3}$ ، $z_C = 3 + 3i\sqrt{3}$ ، $z_P = 10$

1- أ) علم النقطتين A و P ب) أكتب z_B و z_C على الشكل الأسي.

ج) استعمل الدائرتين ذات المركز O و نصف القطر 4 و 6 على التوالي لإنشاء النقطتين B و C

2- برهن أن المثلث BCP متقايس الأضلاع.

3- نرمز بـ r_A للدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

4- لتكن R نظيرة C بالنسبة إلى O

5- لتكن f الدالة التي ترفق بالنقطة M من المستوي ، العدد الحقيقي $f(M)$ حيث: $f(M) = MA + MB + MC$

1) أحسب $f(O)$ ب) لتكن M نقطة كيفية و N صورتها بالدوران r_A . برهن أن $MA = MN$ ثم $MC = NQ$

2) باستعمال المتباينة الثلاثية، برهن أنه من أجل كل نقطة M من المستوي، $f(M) \ge 12$

1) بين أن الصورة Q للنقطة C بالدوران r_A لاحقتها $z_Q = -4 + 4i\sqrt{3}$

2) تحقق أن $z_B = -2\ z_Q$. ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للنقط O ، B و Q ؟

التمرين 02: **Baccalauréat S Nouvelle Calédonie, juin 2011**

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، تعطى النقط $A(-2;0;1)$ ؛ $B(1;2;-1)$ ؛ $C(-2;2;2)$

1. أ) أحسب الجداء السلمي $\vec{AB}.\vec{AC}$ ثم الطولين AB و AC

ب) استنتج قيمة تقريبية مدورة إلى الدرجة للزاوية $\hat{BAC}$ و استنتج أن النقط A ، B ، C ليست على استقامة واحدة.

2. تحقق أن معادلة للمستوي (ABC) هي: $2x - y + 2z + 2 = 0$

3. ليكن P_1 و P_2 المستويان اللذان معادلتاهما على الترتيب: $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$

بين أن المستويين P_1 و P_2 متقاطعان حسب مستقيم D تمثيلا وسيطيا له $\{x = -2 \quad y = -1 + 3t \quad z = t \quad ; t \in R$

4. برهن أن المستقيم D و المستوي (ABC) متقاطعان و عين إحداثيات نقطة تقاطعهما.

5. ليكن S سطح الكرة الذي مركزه $\Omega(1;-3;1)$ و نصف قطره $r = 3$

1) عين معادلة ديكارتية لـ (S) . ب) أدرس تقاطع (S) و المستقيم D . ج) برهن أن المستوي (ABC) مماس لـ (S)

التمرين 03: (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$ من أجل كل عدد طبيعي n

f دالة معرفة على R كما يلي: $f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O\ ;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة البيانية $cm\ 3$)

(Δ) ( ) مستقيم معادلة له $y = x$

1- أ- عين إحداثيتي نقطة تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ) ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها). ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

2- (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 2$

1- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 ب- أحسب v_n ثم u_n بدلالة n

3- أدرس اتجاه تغيرات المتتالية (u_n) و تقاربها.

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ و الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \ldots \times v_n$

التمرين 04: **Baccalauréat S Liban, mai 2011**

الجزء I: نعتبر الدالة f المعرفة على $[0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x) = (x + e^{-x})$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أدرس اتجاه تغيرات f على $[0\ ;\ +\infty[$ 2- أحسب نهاية f عند $+\infty$ 3- بين أن (C) له مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلته.

الجزء II: نعتبر المتتالية (u_n)، حدودها موجبة، معرفة كما يلي: $u_1 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

الأستاذ بن علو

1- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $\ln(x+1) \leq x$ (يمكن دراسة الدالة g المعرفة على $[0 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - \ln(1+x)$)

2- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\ln(n+1) \leq \ln n + \frac{1}{n}$

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f(\ln n) = \ln n + \frac{1}{n}$

4- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\ln n \leq u_n$

5- استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$

6- فيما تبقى من التمرين ، نتقبل أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$ ، $u_n \leq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n-1}$

(1 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $k \geq 2$ ، $\frac{1}{k} \leq \int_{k-1}^{k} \frac{1}{x} dx$

(2 استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: $u_n \leq 1 + \ln(n-1)$

(3 من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$ ، برهن أنه $\ln n \leq u_n \leq 1 + \ln(n-1)$ ثم برهن أن المتتالية $\left(\frac{u_n}{\ln n}\right)_{n\geq 2}$ متقاربة و تقارب 1

الموضوع الثالث

التمرين 01: **Baccalauréat S La Réunion, Juin 2011**

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 9 = 0$

2- علم النقط Q ، P و R ذات اللاحقات $z_P = \frac{3}{2}(1+i)$ ، $z_Q = \frac{3}{2}(1-i)$ و $z_R = -2i\sqrt{3}$ في شكل نتممه فيما بعد

3- لتكن S نظيرة R بالنسبة إلى Q . تحقق أن لاحقة S هي $z_S = 3 + i(2\sqrt{3} - 3)$

4- عين z_A و z_C لاحقتي النقطتين A و C صورتا R و S بالدوران r مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

5- عين z_B و z_D لاحقتي النقطتين B و D صورتا S و R بالانسحاب T الذي شعاعه $3\vec{v}$ على التوالي

6- أ) بين أن $\frac{z_C - z_P}{z_B - z_P} = i$ ب) استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

التمرين 02: **Baccalauréat S Polynésie, Juin 2005**

جواب واحد صحيح فقط، أذكر الجواب الصحيح .التبرير غير مطلوب

في الفضاء المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ليكن المستقيم المار بالنقطتين $A(3; 1; 3)$ و $B(-6; 2; 1)$ و المستوي P ذو معادلة ديكارتية $x+2y+2z=5$

1. مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\|\vec{MA} - \vec{MB}\| = 2$ هي: ج1: مستوي ج2: سطح كرة ج3: مجموعة خالية

2. إحداثيات H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي P هي: ج1: $\left(\frac{11}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ ج2: $\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$ ج3: $\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$

3. سطح الكرة الذي مركزه B و نصف قطره 1: ج1: يقطع P حسب دائرة ج2: مماس لـ P ج3: لا يقطع P

4. D مستقيم يشمل A و شعاع توجيهه $\vec{u}(1; 2; -1)$ و المستقيم Δ ذو تمثيل وسيطي:

$$\{x = 3 + 2t \quad y = 3 - t \quad z = t \quad (t \in R)$$

المستقيمان D و Δ : ج1: متوازيان ج2: متقاطعان ج3: لا ينتميان لنفس المستوي

5. مجموعة النقط M من الفضاء متساوية المسافة بين A و B هي:

ج1: مستقيم معرف بـ $\{x = -\frac{3}{2} - t \quad y = \frac{3}{2} - 7t \quad z = 2 + t \quad (t \in R)$ ج2: مستوي معادلته $9x-y+2z+11=0$ ج3: مستوي معادلته $x+7y-z-7=0$

التمرين 03: (u_n) متتالية معرفة كما يلي:

$$\{u_1 = 3 \qquad n \times u_{n+1} = (3n+3)u_n - 8n - 12$$

1- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و يختلف عن 1: $u_n \leq 0$ ب- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة.

2- نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in N^*}$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $n \times v_n = 4 - u_n$

3- أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية، يطلب تعيين أساسها. ب- احسب v_n ثم u_n بدلالة n

أ- حلل 405 إلى جداء عوامل أولية. ب- عين العدد الطبيعي n غير المعدوم الذي يحقق: $u_n = -401$

التمرين 04:

الجزء I: نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 - (2x+1)\ln x$

1- أ- أحسب $f'(x)$ و $f''(x)$ ب- أدرس اتجاه تغير f' ثم شكل جدول تغيراتها ج- استنتج أنه من أجل كل عدد x ، $f'(x) > 0$

الأستاذ بن علو

-2 أ- استنتج اتجاه تغير f ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α محصور بين 1,83 و1,84

ج- استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

الجزء II : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{\ln x}{x^2+x}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$ الوحدة هي 4 cm على $(x'x)$ و 10 cm على $(y'y)$.

-1 أ- عين النهايات للدالة g . فسر ذلك هندسيا. ب- بين أن $g'(x) = \frac{f(x)}{(x^2+x)^2}$ ثم أدرس اتجاه تغير g . شكل جدول تغيرات g

-2 بين أن $g(\alpha) = \frac{1}{\alpha(2\alpha+1)}$ ثم استنتج حصرا للعدد $g(\alpha)$

-3 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 1

-4 أنشئ (C_g) و المماس (T)

الجزء III : لتكن G الدالة العدد ية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $G(x) = \int_1^x g(t)dt$

-1 ماذا تمثل G بالنسبة إلى g ؟

-2 أدرس اتجاه تغيرات الدالة G ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات) -3 استنتج إشارة $G(x)$

-3 أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ فإن $G(x) \leq \int_1^x \frac{\ln t}{t^2}\ dt$

ب- باستعمال مكاملة بالتجزئة؛ أحسب $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}\ dt$

ج- استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ فإن $G(x) < 1$

-4 λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 . أعط تفسيرا هندسيا للعدد $G(\lambda)$

الموضوع الرابع

التمرين 01: **Baccalauréat S Antilles-Guyane, Septembre 2008**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. الوحدة 2 cm

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}\,z + 4 = 0$

-2 لتكن A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A = \sqrt{3} - i$ و $z_B = \sqrt{3} + i$ و C منتصف القطعة $[OB]$ لاحقتها z_C

1) أكتب على الشكل الأسي الأعداد z_B ، z_A و z_C ب) علم النقط A و B و C ثم بين أن المثلث OAB متقايس الأضلاع.

-3 لتكن D صورة C بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و E صورة D بالإنسحاب الذي شعاعه $2\vec{v}$

1) علم النقطتين D و E على الشكل ثم بين أن لاحقة E هي $z_E = \frac{1}{2}\left[1 + i\left(4 - \sqrt{3}\right)\right]$

-4 بين أن $OE = BE = \sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$ -4 بين أن النقط C ، A و E على استقامة واحدة.

التمرين 02: **Baccalauréat S France, juin 2011**

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A\ (4\ ;1;5)$ ؛ $B\ (-3;2\ ;0)$ ؛ $C\ (1;3\ ;6)$ و $F(-7;0;4)$.

1. أ) برهن أن النقط A ؛ B ؛ C تعين مستوي P معادلة له $x+2y-z-1=0$ ب) عين المسافة d بين النقطة F و المستوي P

2. الهدف من هذا السؤال هو حساب d بطريقة أخرى. نسمي Δ المستقيم ابذي يشمل F و العمودي على P

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ ب) عين إحداثيات H ، المسقط العمودي للنقطة F على المستوي P ثم أوجد نتائج السؤال 1-ب)

3. ليكن S سطح الكرة الذي مركزه F و نصف قطره 6

1) تحقق أن B تنتمي إلى S ب) عين مركز و نصف قطر الدائرة γ ، تقاطع المستوي P و سطح الكرة S

التمرين 03: (u_n) متتالية معرفة على N بحدها الأول $u_0 = 1$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{2u_n + 5}$

f دالة معرفة على المجال $]-\frac{5}{2}\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x-1}{2x+5}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$

(Δ) مستقيم معادلة له $y = x$ (الوحدة البيانية 2 cm)

-1 أ- عين إحداثيتي نقطتي تقاطع C_f و (Δ) و ارسم C_f و (Δ) ب- مثل بيانيا المتتالية (u_n) مع تعيين u_2 ، u_1 ، u_0 على محور الفواصل (لا يطلب حسابها). ج- أعط تخمينا حول تغيرات (u_n) و تقاربها.

-2 بر هن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -\frac{1}{2}$ -3 أدرس اتجاه تغيرات (u_n). ماذا تستنتج؟

-4 (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 1}$

-1 برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 ب- أحسب v_n و u_n بدلالة n

الأستاذ بن علو

-5 (w_n) متتالية معرفة بـ: $w_n = -\frac{1}{u_n+1}$. أحسب بدلالة S_n المجموع n العدد الطبيعي حيث: $S_n = w_0 + w_1 + \ldots + w_n$

التمرين 04:

الجزء I : نعطي جدول تغيرات دالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0

الة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = \int_2^x f(t)dt$

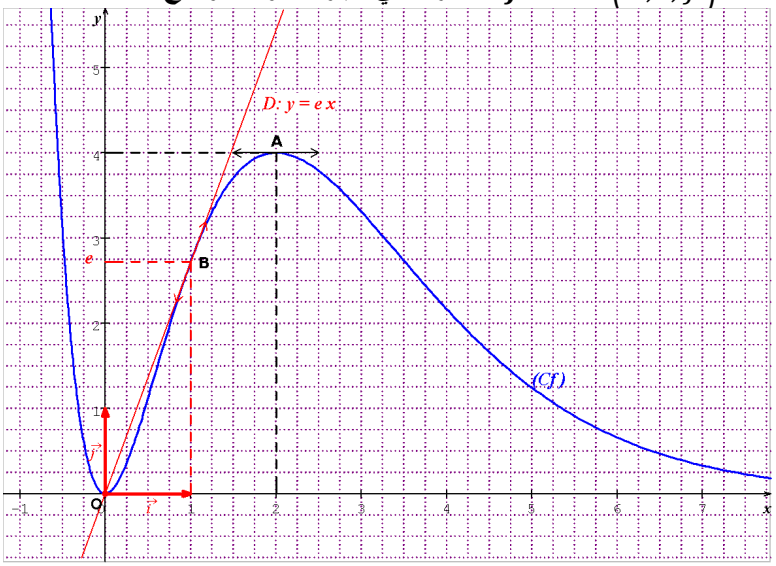
-1 ماذا تمثل F بالنسبة للدالة f ؟

-2 أدرس اتجاه تغيرات F على $\mathbb{R}$

-3 بين أن: $0 \leq F(3) \leq 4$.

-4 عين إشارة $F(x)$ حسب قيم x

الجزء II : المنحنى (C_f) هو التمثيل البياني، في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، للدالة f المعرفة في الجزء الأول . نوضح أن:



- D المماس لـ (C_f) عند النقطة $B(1\ ;\ e)$ معادلة له: $y = e\,x$
- المماس عند النقطة A ذات الفاصلة 2 للمنحنى (C_f) يوازي محور الفواصل.

-1 محور الفواصل هو مستقيم مقارب لـ (C_f) باستعمال المنحنى و المعطيات أعلاه:

-1 عين $f'(0)$ ، $f(1)$ ، $f'(1)$ و $f(0)$

-2 عين عدد حلول المعادلة $f''(x)=0$ في $\mathbb{R}$

-2 f دالة معرفة على R كما يلي: $f(x) = (ax^2+bx+c)\,e^{2-x}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

-1 باستعمال $f(0)$ ، عين c

-2 أحسب $f'(x)$

-3 باستعمال $f'(0)$ و $f'(1)$، أحسب a و b

-4 استنتج أن $f(x) = x^2\,e^{2-x}$

-3 H دالة أصلية للدالة f معرفة كما يلي: $H(x)=(\alpha x^2+\beta x+\gamma)e^{2-x}$ عين α ، β ، γ و بين أن $F(x) = \left(-x^2 - 2x - 2\right)e^{2-x} + 10$ الدالة المعرفة في الجزء الأول)

-4 استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ، محور الفواصل و المستقيمين ذات معادلتين : $x = 2$ و $x = 3$

الموضوع الخامس

التمرين 01: **Baccalauréat S Pondichéry, mai 1999**

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2z\sqrt{2} + 4 = 0$. نرمز بـ z_1 للحل الذي جزءه التخيلي موجب و z_2 الحل الآخر.

-2 أ) عين الطويلة و عمدة لكل من الحلين z_1 و z_2 .

ب) عين الطويلة و عمدة للعدد $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$

-3 في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة: 1 cm)،

نعتبر النقطة B ذات اللاحقة $z_B = \sqrt{2}(1+i)$ ، النقطة C ذات اللاحقة $z_C = \sqrt{2}(1-i)$ و النقطة A ذات اللاحقة $z_A = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1 عين اللاحقة z_D للنقطة D صورة C بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته (- 3).

(2 عين اللاحقة z_E للنقطة E صورة C بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

(3 علم في نفس المعلم النقط D ، C ، B ، A و E .

-4 أحسب $\frac{z_D - z_B}{z_E - z_B}$. استنتج طبيعة المثلث BDE

-5 ليكن I منتصف القطعة $[DE]$ و F نظيرة B بالنسبة إلى I . بين أن $BDFE$ مربع.

التمرين 02: الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ،

-1 نعتبر النقط $A(-3\ ;1;2)$ ؛ $B(-1;3\ ;1)$ ؛ $C(4;1\ ;-2)$ و (P) المستوي الذي معادلة له $2x+y-z-7=0$

أ) برهن أن النقط A ؛ B ؛ C ليست في استقامية

ب) برهن أن النقط A ؛ B ؛ C ، F لا تنتمي إلى نفس المستوي

الأستاذ بن علو

ج) بين أن الشعاع $\vec{n}(8; -1; 14)$ ناظمي للمستوي (ABC)

د) بين أن النقطة E(2;-1;-1) هي مرجح للنقط A ؛ B ؛ C مرفقة بمعاملات يطلب تعينها. استنتج طبيعة الرباعي ABCE

هـ) تحقق أن E هي المسقط العمودي للنقطة F على المستوي (ABC)

-2 أ) تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستوي (P)

ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

-3 أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل النقطة C و العمودي على (AB)

ب) عين احداثيات H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB) و استنتج أن $CH = \sqrt{29}$

ج) استنتج مساحة المثلث ABC

-4 أحسب حجم رباعي الوجوه FABC

التمرين 03: Baccalauréat S France 15 juin 2006

D(6;3;-2) ، C(3;1;-3) ، B(0;4;-3) ، A(2;4;1) نقط من الفضاء المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1. بين أن النقط A ، B ، C ليست في استقامية
2. بين أن النقط A ، B ، C ، D لا تنتمي إل نفس المستوي. استنتج طبيعة ABCD
3. عين معادلة للمستوي (ABC)
4. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوي (ABC) و الذي يشمل النقطة D
5. عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)
6. أحسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC)
7. (S) سطح كرة مركزه D و ماس للمستوي (ABC). عين المستوي (P) الموازي تماما للمستوي (ABC) والماس لسطح الكرة (S)

التمرين 04: (Baccalauréat S Amérique du Nord, mai 2011 (modifier

الجزء I: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x - 1$

-1 أدرس تغيرات g و استنتج إشارة g(x)

-2 استنتج أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $e^x - x \geq 1$

الجزء II: نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (-x+2)e^x - 1$

-1 أدرس تغيرات h

-2 بين أن المعادلة h(x)=0 تقبل حلين α و β حيث: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$

-3 عين إشارة h(x)

الجزء III: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ ، (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 عين النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$. ماذا تستنتج ؟

-2 بين أن $f'(x) = \frac{h(x)}{(e^x - x)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f (نأخذ $f(\alpha) \cong -0,5$ و $f(\beta) \cong 1,2$)

-3 أبين أنه من أجل كل x من [0 ; 1] ، $f(x) \in [0 ; 1]$

-4 أكتب معادلة للمماس D عند النقطة ذات الفاصلة x = 0

1) بين أنه من أجل كل x من [0 ; 1] ، $f(x) - x = \frac{(1-x)g(x)}{e^x - x}$

2) أدرس الوضعية النسبية للمستقيم D و المنحنى (C) على [0 ; 1]

-5 أرسم المماس D و المنحنى (C) (الوحدة 2 cm)

-6 أ) عين دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

ب) أحسب المساحة للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C)، المستقيم D و المستقيمين اللذين معادلتين لهما x = 0 و x = 1

الجزء IV: نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

-1 أنشئ على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) مع ترك أثر خطوط الرسم.

-2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 1$

-3 أدرس اتجاه تغيرات (u_n)

-4 استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها.

الموضوع السادس

التمرين01: spécialité) Baccalauréat S Liban, mai 2004)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (الوحدة البيانية: 1 cm).

نعتبر النقط A، B و D ذات اللواحق على الترتيب: $z_D = -1+6i$ ، $z_C = 6+3i$، $z_B = 1+2i$، $z_A = 2+i$

-1 علم النقط A، B و D .

الأستاذ بن علو

-2 بين أنه يوجد تشابه مباشر وحيد f حيث $f(A)=B$ و $f(C)=D$. بين أن f دوران، عين عناصره المميزة.

-3 ليكن J النقطة ذات اللاحقة $5i+3$. بين أن الدوران R الذي مركزه J و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ يحول A إلى D و يحول C إلى B .

-4 نسمي I النقطة ذات اللاحقة $M+1$ ، i و N منتصفا القطعتين $[AC]$ و $[BD]$ على التوالي.

عين، باستعمال النتائج السابقة، طبيعة الرباعي $IMJN$.

-5 P و Q نقطتين حيث الرباعيين $IAPB$ و $ICQD$ مربعان مباشران. أحسب اللاحقتين z_P و z_Q للنقطتين P و Q .

-6 عين $\frac{IP}{IA}$ و $\frac{IQ}{IC}$ و قيس لكل من الزاويتين $\left(\vec{IA};\ \vec{IP}\right)$ و $\left(\vec{IC};\ \vec{IQ}\right)$.

-7 استنتج العناصر المميزة للتشابه المباشر g حيث $g(A)=P$ و $g(C)=Q$.

-8 استنتج أن J صورة M بالتشابه g . ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة إلى J ؟

التمرين 05: *(Baccalauréat S Centres étrangers, juin 2011 (modifier*

-1 f و g دالتين المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x\,e^{1-x}$ و C $g(x) = x^2\,e^{1-x}$ و C' تمثيليهما البيانيان على التوالي في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

(1 عين النهايات للدالتين f و g عند $-\infty$ و عند $+\infty$

(2 أدرس اتجاه تغيرات كل من f و g ثم شكل جدول تغيراتهما.

(3 أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين C و C'

(4 أنشئ C و C'

-2 من أجل كل عدد طبيعي n ، نعرف التكامل I_n كما يلي: $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x}dx$ و من أجل $n\geq 1$ ، $I_0 = \int_0^1 e^{1-x}dx$

(1 أحسب I_0

(2 باستعمال مكاملة بالتجزئة ، بين أن $I_{n+1} = -1 + (n+1)\,I_n$

(3 استنتج I_1 ثم I_2

-3 لتكن A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين C و C' و المستقيمين اللذين معادلتين لهما $x = 0$ و $x = 1$. تحقق أن $A = 3 - \frac{3}{e}$

-4 $S(a)$ و $a > 1$) مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين C و C' و المستقيمين اللذين معادلتين لهما $x = a$ و $x = 1$

الهدف هو البرهنة على وجود قيمة وحيدة لـ a حيث $S(a) = A$

(1 عين الأعداد α ، β و γ بحيث الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) =(\alpha x^2 +\beta x+ \gamma)e^{1-x}$ هي دالة أصلية للدالة $f - g$

(2 برهن أن: $S(a) = 3 - e^{1-a}(a^2 + a + 1)$

(3 برهن أن المعادلة $S(a) = A$ تكافئ $e^a = a^2 + a + 1$ و استنتج وجود قيمة للعدد a حل للمسألة.

الموضوع السابع

التمرين02: *Baccalauréat S Liban, mai 2005*

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ (الوحدة البيانية: 2 cm)

نعتبر النقط B ، A و I ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A = 1 - 2i$ ؛ $z_B = -2 + 2i$ و $z_I = 1$ و (C) الدائرة التي قطرها $[AB]$. نضع شكلا نُتممه بمختلف عناصر التمرين.

-1 عين المركز Ω للدائرة (C) و أحسب نصف قطرها

-2 لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$. أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D تنتمي إلى (C).

-3 E نقطة من الدائرة (C) لاحقتها z_E ، بحيث قيس بالراديان للزاوية $\left(\vec{I};\ \vec{E}\right)$ هي $\frac{\pi}{4}$

وضح الطويلة و عمدة للعدد $z_E + \frac{1}{2}$ و استنتج أن $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$

-4 ليكن r التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' + \frac{1}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z + \frac{1}{2}\right)$

(1 عين طبيعة r و عناصره المميزة.

(2 لتكن K النقطة ذات اللاحقة $z_K=2$. عين بالحساب صورة K بالدوران r . كيف يمكن إيجاد النتيجة هندسيا ؟

التمرين 06: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2012*

الجزء I: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 2 - x\,e^x$

-1 أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

-2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α على $\mathbb{R}$، ثم تحقق أن $0,8 < \alpha < 0,9$.

-3 عين، حسب قيم x ، إشارة $g(x)$

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول 2 cm)

-1 بين أن: $f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

-2 أ- أحسب $f(x)$

الأستاذ بن علو

ب- بين أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)

3- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ') و (Δ)، حيث (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$

4- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

ب- بين أن: $f(\alpha)=\alpha$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

5- أرسم (Δ') و (Δ) و (C_f)

6- ناقش، بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = f(m)$

الجزء III: (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \le u_n < \alpha$

2- باستعمال (Δ) و (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود: u_1 ، u_0 و u_2 ، ثم خمن اتجاه تغير (u_n)

3- برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.

التمرين 07: **Baccalauréat S La Réunion, juin 2011**

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 1 - \frac{4e^x}{e^{2x}+1}$ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ معطى في الشكل الموالي.

1- عين النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$. ماذا تستنتج ؟

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{4e^x(e^{2x}-1)}{(e^{2x}+1)^2}$ و استنتج اتجاه تغيرات f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3- برهن أن المستقيم ذو معادلة $x = 0$ محور تناظر للمنحنى C

4- عين إحداثيات A و B نقطتي C مع محور الفواصل (لتكن $a > 0$ فاصلة A)

5- أرسم C

6- عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x .

7- لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

(1 عين اتجاه تغيرات F على $\mathbb{R}$

(2 أعط تفسيرا هندسيا للعدد $F(a)$. استنتج أن $a \le F(a) \le 0$ –

الموضوع الثامن

التمرين03: **Baccalauréat S Liban, mai 2005**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: 2 cm)

نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين على الترتيب: $z_A = i$ ؛ $z_B = 2$.

1- أ . عين اللاحقة z_{B_1} للنقطة B_1 ، صورة B بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$

ب . عين اللاحقة $z_{B'}$ للنقطة B' ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$. علم النقط B، A و B'

2- T تحويل نقطي من المستوي يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1+i)z+1$

(1 بين أن B' صورة B بالتحويل T

(2 بين أن A هي النقطة الوحيدة الصامدة بالتحويل T

(3 بين أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن i ، $\frac{z'-z}{i-z} = -i$. فسر هذه النتيجة باستعمال المسافات و الزوايا.

استنتج طريقة انشاء M' انطلاقا من M مختلفة عن A

3- أ . عين طبيعة و عناصر المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوي حيث: $|z - 2| = \sqrt{2}$

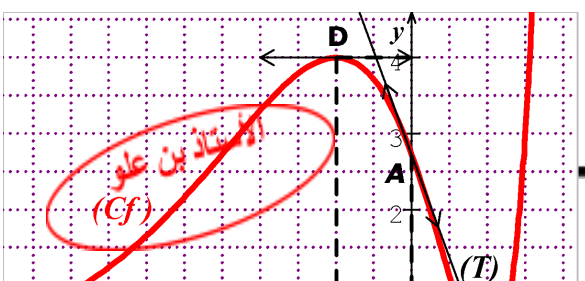
ب . بين أن: $(z-2)(1+i)=(z'-3-2i)$. بين أنه إذا كانت M_1 نقطة من (Γ_1) فإن صورتها M'_1 بالتحويل f تنتمي إلى دائرة (Γ_2) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. أنشئ (Γ_1) و (Γ_2) في الشكل السابق مع النقط B، A و B'

التمرين 08: f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، تمثيلها البياني (C_f) في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ معطى في الشكل الموالي مع المماس (T) عند النقطة $A(0;e)$ الذي يشمل النقطة $B(1;0)$ ، المماسين للمنحنى (C_f) عند النقطتين B و $D(-1;4)$ موازيين لمحور الفواصل.

الجزء I : بقراءة بيانية للمنحنى (C_f)

1- شكل جدول تغيرات f

2- حل بيانيا المتراجحة $f'(x) > 0$ في $\mathbb{R}$



-3 عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$
-4 عين $f'(-1)$ و $f'(1)$ و $f'(0)$
-5 عين معادلة للمماس (T)

الجزء II : F دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=\int_{-1}^{x} f(t)dt$

-1 ماذا تمثل F بالنسبة للدالة f ؟
-2 أدرس اتجاه تغيرات F على $\mathbb{R}$
-3 بين أن: $F(1) \leq 8 \geq 4$
-4 عين إشارة $F(x)$ حسب قيم x
-5 f دالة معرفة على R بـ: $f(x)=(a\,x^2+bx+c)e^{x+1}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية . باستعمال النتائج السابقة عين a ، b و c

الموضوع التاسع

التمرين04: ____ *Baccalauréat S Antilles-Guyane, septembre 2006*

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: 2 cm)
A و B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب 2 و 3 . ضع شكلا يُتمم فيما بعد.

-1 أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 4z+6=0$

ب) نرمز بـ M_1 و M_2 للنقطتين ذات اللاحقتين على التوالي $z_1 = 2 + i\sqrt{2}$ و $z_2 = 2 - i\sqrt{2}$

أكتب على الشكل الجبري العدد $\frac{z_1-3}{z_1}$ و استنتج أن المثلث OBM_1 قائم.

ج) برهن، بدون حساب جديد، أن النقط M_1، B، O و M_2 تنتمي إلى نفس الدائرة C التي يطلب توضيحها.

-2 نسمي f التطبيق من المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=z^2-4z+6$

ليكن Γ الدائرة ذات المركز A و نصف القطر $\sqrt{2}$. (لا يطلب رسمها)

(1 تحقق أن $z'-2 = (z-2)^2$

(2 لتكن M نقطة من Γ لاحقتها $z = 2 + \sqrt{2}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي من المجال $]-\pi;\pi]$.
تحقق أن $z'-2 = 2e^{2i\theta}$ و استنتج أن M' تنتمي إلى دائرة Γ' التي يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

(3 أرسم Γ' على الشكل السابق.

-3 نسمي D النقطة ذات اللاحقة $d = 2 + \frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{2}$ و D' صورتها بالتطبيق f .

(1 أكتب على الشكل الأسي العدد المركب $d-2$ و استنتج أن D تنتمي إلى Γ .

(2 باستعمال السؤال 2 ب، عين قيس للزاوية $(\vec{u};\vec{AD'})$ ثم علم النقطة D' في الشكل.

(3 برهن أن المثلث DAD' متقايس الأضلاع.

التمرين 09: *Baccalauréat S Antilles-Guyane, juin 2011*

-1 لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x\,e^{x} - 1$

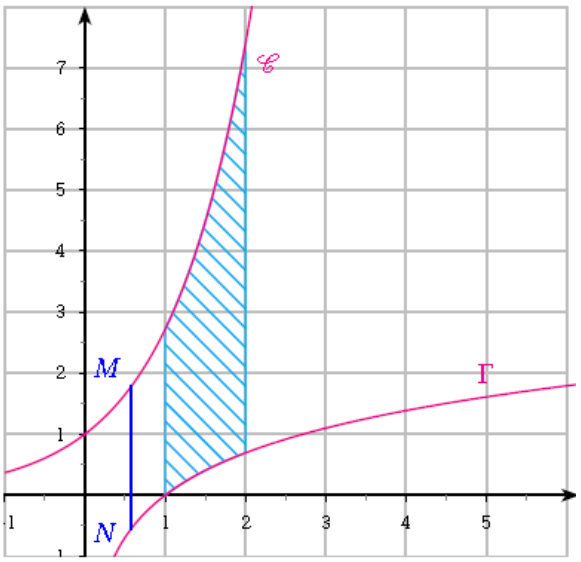
(1 عين نهاية f عند $+\infty$ ثم أدرس اتجاه تغيرات f

(2 برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,5 < \alpha < 0,6$

(3 عين إشارة $f(x)$ حسب قيم x

-2 نرمز بـ C لمنحنى الدالة الأسية و Γ لمنحنى الدالة اللوغاريتم النيبيري في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ معطاة في الشكل التالي. ليكن x عدد حقيقي موجب تماما و M نقطة من C فاصلتها x و N نقطة من Γ فاصلتها x .
نذكر أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ، $e^x > \ln x$

الأستاذ بن علو



1) بين أن الطول MN له أصغر قيمة لما $x = \alpha$. عين قيمة تقريبية لهذه القيمة بتقريب 10^{-2}

2) باستعمال السؤال 1 ، بين أن $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$. استنتج أن المماس للمنحنى C عند النقط ذات الفاصلة α و المماس للمنحنى Γ عند النقط ذات الفاصلة α متوازيان.

3- أ) لتكن h الدالة المعرفة على $]0 ;+\infty[$ كما يلي: $h(x)= x \ln x - x$.
بين أن h دالة أصلية للدالة اللوغاريتم النيبيري على $]0 ;+\infty[$
ب) احسب المساحة المظللة في الشكل.

التمرين 10: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, Juin 2011

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = e^{x} - e\,x - 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
ب) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها.
ج) شكل جدول تغيرات f

2- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -e\,x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$
ب) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0
ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[1,75 ; 1,76]$ حل وحيد α
د) أرسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f)

3- أ) أحسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 0$ و $x = \alpha$
ب) أثبت أن : $A(\alpha) = \left(\frac{e}{2}\alpha^2 - e\alpha + \alpha\right) u.a.$

التمرين 11: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, Juin 2011

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (3x+4)e^{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ) أحسب f' و f'' ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f^{(n)}(x) = (3x + 3n + 4)e^{x}$
ب) أستنتج حل المعادلة التفاضلية : $y'' = (3x+16)e^{x}$

2- أ) بين أن: $f(x) = 0$ و فسر النتيجة هندسياً
ب) أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

3- أ) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ω ذات الفاصلة $-\frac{10}{3}$
ب) بين أن ω هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
ج) أرسم (T) و المنحنى (C_f) (أحسب $f(0)$)

4- أ) x عدد حقيقي من $]-\infty; 0]$ ، باستعمال مكاملة بالتجزئة، جد $\int_{-1}^{x} te^{t}dt$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $]-\infty; 0]$

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من $-\frac{4}{3}$. أحسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = -\frac{4}{3}$ و $x = \lambda$ ثم جد $A()$

التمرين 12: Baccalauréat TM Algérie, 2eme sujet, Juin 2011

الجزء I: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 3 - \frac{4}{e^{x}+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أدرس تغيرات f

الأستاذ بن علو

2- عين المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

3- بين أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف ω يطلب تعيينها ثم أكتب معادلة للمماس (T) عندها.

4- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = f(x) - x$

1- أدرس تغيرات الدالة g

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2,7 < \alpha < 2,8$

5- أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = 0$

ب) أرسم المماس (T) و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ و المنحنى (C_f)

الجزء II: (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

1- باستخدام (C_f) و المستقيم (Δ) مثل u_1 ، u_0 و u_2 على محور الفواصل.

2- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n < \alpha$

3- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما

4- استنتج أن (u_n) متقاربة و بين أن : $u_n = \alpha$

التمرين 13: (Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, juin 2012 (modifier

الجزء I: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 - x e^x$

1- أحسب $g(x)$ و $g(x)$

2- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α على المجال $]-\infty ; 1 + [$

ب) تحقق أن $0,5 < \alpha < 0,6$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = (x-1)e^x - x - 1$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- أحسب $f(x)$ و $f(x)$

2- بين أن: $f'(x) = -g(x)$. استنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- بين أن $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2+1}{\alpha}\right)$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (ندور النتائج إلى 10^{-2})

4- أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

5- أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث : $-1,6 < x_1 < -1,5$ و $1,5 < x_2 < 1,6$

ب) أنشئ (Δ) و (C_f)

6- لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (ax + b)e^x$

1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x \to (x - 1)e^x$ على $\mathbb{R}$

2) استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

التمرين 14: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2012

الجزء I: لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1- أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$

3- استنتج إشارة $g(x)$

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (وحدة الطول $2\ cm$)

1- بين أن (C_f) يقبل عند $+\infty$ و $-\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب $y = -1$ و $y = 0$

2- أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- أحسب $f(1)$ ، ثم استنتج ، حسب قيم x ، إشارة $f(x)$

3- أ- بين أن: $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$.

ب- استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ (ندور النتائج إلى 10^{-2}).

ج- أرسم (C_f)

4- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة: $(e^x - 2x)(2x - 2) = m + 1$

5- h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = [f(x)]^2 =$

1- أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم استنتج إشارة $h'(x)$

2- شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين 15: Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, juin 2013

الجزء I: f دالة معرفة على $]-\infty ; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} + e^{\frac{1}{x-1}}$

x	f(x)
0,20	0,037
0,21	0,016
0,22	-0,005
0,23	-0,026
0,24	-0,048
0,25	-0,070

الأستاذ بن علو

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أحسب $f(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)

2- أحسب $f'(x)$ ثم بين أن f متناقصة تماما على $]-\infty ; 1]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $]-\infty ; 1]$ حلا وحيداً α. باستعمال جدول القيم أعلاه جد حصراً للعدد α

4- أرسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C) ، ثم أرسم المنحنى (C') الممثل للدالة $|f|$.

5- عين بيانيا مجموعة قيم الأعداد الحقيقية m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان في الإشارة.

الجزء II: g دالة معرفة على $]-\infty ; 1]$ بـ: $g(x) = f(2x - 1)$ (عبارة $g(x)$ غير مطلوبة)

1- أدرس تغيرات الدالة g على $]-\infty ; 1]$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- أ) تحقق من أن: $g\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 0$ ثم بين أن: $g'\left(\frac{\alpha+1}{2}\right) = 2f'(\alpha)$

ب) استنتج معادلة (T) المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\alpha+1}{2}$

ج) تحقق من أن: $y = \frac{2}{(\alpha-1)^3}x - \frac{\alpha+1}{(\alpha-1)^3}$ معادلة للمستقيم (T)

التمرين 16: *Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, juin 2013*

الجزء I: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1+(x^2 -1)e^{-x}$

1- أ- أحسب $g(x)$ و $g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(1-\sqrt{2}) \cong -0,25$ و $g(1+\sqrt{2}) \cong 1,43$)

2- أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، ثم تحقق أن أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $-0,8 < \alpha < -0,7$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - (x+1)^2 e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة البيانية $2\ cm$)

1- أ- أحسب $f(x)$ و $f(x)$

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ ، مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ج- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x)=g(x)$

ب- شكل جدول تغيرات f. (نأخذ $f(\alpha) \cong -0,9$)

3- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين، معامل توجيه كل منهما يساوي 1 ، يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

ب- مثل (Δ) و المماسين و المنحنى (C_f) .

ج- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $(x+1)^2 + m e^x = 0$

4- H دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}$

1- بين أن H دالة أصلية للدالة: $x \to (x+1)^2 e^{-x}$ على $\mathbb{R}$.

2- أحسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = -1$ و $x = 0$

الجزء III: (u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = \alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$. (نذكر أن α يحقق $g(\alpha)=0$)

1- برهن بالتراجع أنه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $-1 \le u_n \le \alpha$

2- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

3- استنتج أن (u_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.

التمرين 17: *Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2014*

الجزء I: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2-x)e^x - 1$

1- أدرس تغيرات الدالة g

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$

3- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أحسب $f(x)$ و $f(x)$ وفسر النتيجتين هندسيا

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ و استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3- بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ و استنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4- أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C_f)

5- λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

1- أحسب بدلالة λ العدد $A(\lambda)$ حيث: $A(\lambda) = \int_1^{\lambda} [f(x) - 1]dx$

الأستاذ بن علو

2- أحسب نهاية $A(\lambda)$ لما λ يؤول إلى $+\infty$

التمرين 18: *Baccalauréat M Algérie, 2emer sujet, Juin 2015*

f دالة معرفة بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x) = (x-1)e^{\frac{1}{x}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليسار

2- أحسب $\frac{f(x)}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسياً

3- أ) أحسب $f(x)$

ب) أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

4- أ) بين أن $[f(x) - x] = 0$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعيين معادلة له

5- G الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $g(x) = \frac{f(x)}{x}$

أ) أحسب $g(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

6- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x) > x$

ب) استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

ج) أنشئ المنحنى (C_f)

7- (u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = -3$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 0$

2) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم عين u_n

8- m عدد حقيقي ، h_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ بـ: $h(x) = xe^{\frac{1}{x}} - mx$

أ) أحسب $h'_m(x)$

ب) باستعمال المنحنى (C_f) ، ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x)=0$

التمرين 19: *Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, juin 2015*

الجزء I: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - 2x - e^{2x-2}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن: $0,36 < \alpha < 0,37$

3- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء II: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x+2} - x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = e^{2x+2}g(-x)$

ب) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;-\alpha]$ و متزايدة تماما على المجال $[-\alpha;+\infty[$

2- أحسب نهاية f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أحسب $[f(x) + x - 1]$ ثم فسر النتيجة هندسياً

4- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الي معادلته $y = -x + 1$

5- أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-\infty;\frac{1}{2}]$ ، نأخذ $f(-\alpha) \approx 0,1$

6- أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $2f(x) + f'(x) - f''(x) = 1 - 2x - 3e^{2x+2}$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على R

التمرين 01: *Baccalauréat ES Liban, juin 2000*

الجزء I. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x - 1$

1- أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2- أ) استنتج المتباينات التالية: من أجل كل عدد حقيقي t ، $e^t > t$ ، $e^t \geq t+1$ و $te^{-t} > -1$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $t > -1$ لدينا: $\ln(1+t) \leq t$

3- استنتج أنه من أجل عد حقيقي x لدينا: $\ln(1 - xe^{-x}) \leq -xe^{-x}$

الجزء II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 - 2\ln(e^x - x)$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن $f(x) = x^2 - 2x - 2\ln(1 - xe^{-x})$.

2- ما هي نهاية f عند $+\infty$ ؟ نتقبل أن نهاية f عند $-\infty$ هي $+\infty$

3- أحسب $f'(x)$ و بين أن $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x-x-1)}{e^x-x}$ ثم شكل جدول تغيرات f

الأستاذ بن علو

4- (P) قطع المكافئ معادلة له $y = x^2 - 2x$. بين أن (C) و(P) متقاربان عند $+\infty$. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (P)

5- أكتب معادلة لكل من المماسين(D) و (D') على الترتيب للمنحنيين(C) و (P) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- أرسم في نفس المعلم كل من المنحنيين(C) و (P) و المماسين (D) و (D') (الوحدة البيانية $3\ cm$)

الجزء III. ليكن n عدد طبيعي ، نضع $u_n = \int_0^n xe^{-x}\,dx$

1- أ) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة

2) باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب u_n

3) عين نهاية u_n عند $+\infty$

2- نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $I_n = \int_0^n [f(x) - (x^2 - 2x)]dx = -2\int_0^n \ln(1 - xe^{-x})dx$

1) أعط تفسيرا هندسيا للعدد I_n

2) باستعمال السؤال 3 من الجزء 1، بين أن $I_n \geq 2u_n$

3) نقبل أن المتتالية (I_n) تقبل l كنهاية، بين أن $l \geq 2$

التمرين 02: Baccalauréat ES Polynésie juin, 2000

f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ كما يلي: $f(x)= x+ \ln (1+e^{-x})$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- ما هي نهاية f عند $+\infty$ ؟

2- بين أن f متزايدة و موجب على المجال $]0 ; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيرات f

3- بين أن (D) ذو معادلة $y = x$ مستقيم مقارب للمنحنى(C) . أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (D)

4- أرسم (C) و (D) (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

5- أ) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x)= \ln(x+1) - x$

ب) أدرس اتجاه تغيرات الدالة h المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $h(x) = \ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

ج) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $t \geq 0$ ، لدينا $\ln(1+t) \leq t$ و $\ln(1+t) \geq \frac{t}{t+1}$

د) استنتج أنه أجل كل عدد حقيقي $x \geq 0$ ، لدينا $\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} \leq \ln(1+e^{-x}) \leq e^{-x}$

6- ليكن I التكامل المعرف بـ: $I = \int_0^1 \ln(1+e^{-x})dx = \int_0^1 [f(x) - x]dx$ (لا يطلب حساب I)

1) فسر بيانيا I

2) بين أن $\ln\left(\frac{2}{1+e^{-1}}\right) \leq I \leq 1 - e^{-1}$ و استنتج حصرا للعدد I طوله $0,2$ بعددين عشريين.

7- نرمز بـ M و N للنقطتين ذات الفاصلة x من (C)و (D) . عين مجموعة قيم x حتى يكون $MN \leq 0,5$

التمرين 03: Baccalauréat S Inde, mars 2001

في كل المسألة، (γ) منحنى معادلته $y = \ln x$ في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $4\ cm$).

1- أ) عين معادلة للمماس (Δ) للمنحى (γ) عند النقطة A ذات الفاصلة 1

2) أنشئ، بدون دراسة، المنحنى (γ) و المستقيم (D) ذو معادلة $y = x$

2- أ) أدرس تغيرات الدالة f المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x)= x-1-\ln x$

2) استنتج وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ)

3- أ) استنتج من السؤال السابق القيمة الصغرى التي يأخذها $x - \ln x$ على المجال $]0 ; +\infty[$

2) M وM' نقطتان ذات نفس الفاصلة x من المنحنيين (γ) و(D) .

عين أصغر قيمة (بـ السنتيمتر) تأخذها المسافة MM' لما x يمسح المجال $]0 ; +\infty[$

4- لتكن M نقطة من (γ) فاصلتها x. عبر عن المسافة OM بدلالة x

5- أ) أدرس تغيرات الدالة g المعرفة على $]0 ; +\infty[$: $g(x) = x^2 + \ln x$

2) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α محصور بين $0,65$ و $0,66$ حيث $g(\alpha)=0$

3) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x

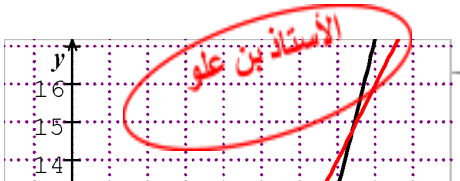
6- أدرس تغيرات الدالة h المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $h(x)=x^2 + (\ln x)^2$ (تحقق أن: $h'(x) = \frac{2g(x)}{x}$)

7- استنتج من الأسئلة السابقة القيمة الدقيقة لأقصر مسافة بين المبدأ O و نقط المنحنى(γ) وأعط قيمة تقريبية (بـ cm) باستعمال القيمة المركزية للعدد α

8- B النقطة من (γ) ذات الفاصلة α، برهن أن المماس للمنحنى(γ) عند B عمودي على المستقيم (OB)

التمرين 04: Baccalauréat S Antilles-Guyane, juin 2000

الجزء I. f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: (C) ، $f(x) = x\ln(x^2) - 2x$ تمثيلها البياني



الأستاذ بن علو

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 بين أنه من أجل كل $x > 0$، $f(x) = 2x\ln x - 2x$ ثم $f(x) = 2x\ln\left(\frac{x}{e}\right)$

-2 أ) أدرس النهاية لـ f عند $+\infty$

(2 بين أن f تقبل الاشتقاق على $]0\ ;\ +\infty[$؛ أحسب $f'(x)$ من أجل $x > 0$

(3 أدرس اتجاه تغيرات f على $]0\ ;\ +\infty[$

(4 شكل جدول التغيرات للدالة f على $]0\ ;\ +\infty[$

-3 عين بالحساب فاصلة نقطة تقاطع (C) مع محور الفواصل

-4 بين أن المعادلة $f(x) = 2$ تقبل حل في المجال $]3,5\ ;\ 3,6[$

الجزء II. F دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $\{F(x) = x^2\ln\ln x - \frac{3x^2}{2}\ si\ x > 0\ F(0) = 0$

-1 بين أن F تقبل الاشتقاق عند 0 و وضح $F'(0)$ ثم بين أنه من أجل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$، $F'(x) = f(x)$

-2 نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n، المستقيم (D_n) ذو معادلة $y = nx$

نجد في ما يلي رسم (D_0) و(D_1) و(D_2) و (C)

(1 عين إحداثيتي النقطة I_n، ذات الفاصلة الموجبة تماماً، نقطة تقاطع (C) مع (D_n).

نسمي P_n النقطة من محور الفواصل لها نفس فاصلة I_n.

علم النقط P_2، P_1، P_0، I_2، I_1، I_0 في الشكل المعطى

(2 عين الوضعية النسبية للمنحنى (C) و (D_n) من أجل الفواصل المنتمية للمجال $]0\ ;\ +\infty[$

-3 من أجل $n \geq 1$، نعتبر الحيز المستوي A_n الذي يقع في الربع من المستوي المعرف بـ $x \geq 0$ وَ $y \geq 0$ المحدد بالمنحنى (C) و (D_{n-1}) وَ (D_n).

نرمز بالرمز S_n لمساحته، المعبر عنها بوحدة المساحة.

(1 عين الحيزين A_1 وَ A_2 على الشكل.

(2 أحسب المساحة t_n للمثلث OP_nI_n ، بوحدة المساحة.

(3 أحسب المساحة u_n؛ بوحدة المساحة، للحيز المستوي الذي يقع في الربع من المستوي المعرف بـ $x \geq 0$ وَ $y \geq 0$ ، المحدد بالمنحنى (C)، محور الفواصل وَ المستقيمات الموازية لمحور التراتيب المارة بالنقطتين P_0 و P_n

(4 تحقق أن المساحة v_n ، بوحدة المساحة، للحيز A_n الذي يقع في الربع من المستوي المعرف بـ $x \geq 0$ وَ $y \geq 0$ ، المحدد بالمنحنى (C)، محور الفواصل وَ (D_n)، هي $v_n = t_n - u_n = e^2(e^n - 1)$. أحسب إذن S_n

-4 بين أن المتتالية (S_n) هي متتالية هندسية. وضح أساسها وحدها الأول.

التمرين 05: Baccalauréat S France, juin 2001

f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

الجزء I. h دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $h(x)=x^3 -x+1-2\ln x$

-1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;\ +\infty[$ $h'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

-2 أدرس تغيرات h ثمّ عين إشارة $h(x)$ (لا يطلب حساب النهايات)

-3 عين النهايات للدالة f عند 0^+ و عند $+\infty$

-4 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;\ +\infty[$، $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$ ثمّ شكل جدول التغيرات الدالة f

الجزء II.

-1 لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x + \ln x$

(1 أدرس اتجاه تغيرات الدالة g

(2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $[0,4\ ;\ 0,7]$ و استنتج إشارة $g(x)$. بين أن: $e^{-\alpha} = \alpha$

-2 أ) تحقق أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C)

(2 استعمل نتائج السؤال I. 1. II) لتعيين الأوضاع النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (Δ).

(3 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$

(4 أنشئ (T) ، (C) و (Δ) (الوحدة البيانية: 2 cm)

-3 أ) باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

(2 استنتج المساحة، بـ: cm^2 للحيز المحدد بالمنحنى (C) وَ(Δ) و المستقيمين ذات معادلتين لهما: $x=1$ وَ $x=2$

-4 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد نقط تقاطع المنحنى (C) و المستقيم (Δ_m) ذو معادلة $y = x + m$

التمرين 06: Baccalauréat S Polynésie française, juin 2001

الجزء I. h دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $h(x)= - 2\ln x - x e + 1$

-1 أدرس اتجاه تغيرات h

-2 بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $0,6 < \alpha < 0,7$.

الأستاذ بن علو

-3 استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء II. f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x+xe}{x^2}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس. الوحدة البيانية $2\ cm$

-1 عين النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

-2 تحقق أن: $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$ ثمّ أدرس اتجاه تغيرات f

-3 بين أن: $f(\alpha)=\frac{1+\alpha e}{2\alpha^2}$ ثم عين قيمة تقريبية للعدد $f(\alpha)$

-4 أنجز جدول تغيرات f وأنشئ (C)

الجزء III. ليكن $I_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{\ln\ln t}{t^2}dt$ و $S_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}f(t)\,dt$ من أجل كل عدد طبيعي n

-1 بين باستعمال مكاملة بالتجزئة أن: $I_n=\frac{n+1}{e^n}-\frac{n+2}{e^{n+1}}$

-2 أ) بين أن: $S_n=I_n+e$

2) أحسب I_0 و S_0

3) أعط تفسيراً هندسياً للعدد S_0

-3 بين أن المتتالية (S_n) تقارب e

التمرين 07: Baccalauréat S France, Centre Etranger, juin 2003

الجزء I. f دالة معرفة على $]-2 ; +\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+2)$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب $f'(x)$ ثم $f''(x)$ من أجل x ينتمي إلى المجال $]-2 ; +\infty[$

-2 أدرس اتجاه تغيرات f على المجال $]-2 ; +\infty[$

-3 أ) بين أن المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث α ينتمي إلى $[-0,6 ; -0,5]$

2) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x

-4 أ) أدرس اتجاه تغيرات f على المجال $]-2 ; +\infty[$

2) عين النهايات للدالة f عند -2 و عند $+\infty$ ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f

الجزء II. ليكن x_0 عدد حقيقي من المجال $]-2 ; +\infty[$ ، نسمي (T_{x_0}) المماس للمنحنى (C) عند النقطة x_0

نرمز، من أجل x من المجال $]-2 ; +\infty[$، $d(x)=f(x)-\left[f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)\right]$

-1 أ) تحقق أنه، من أجل x من المجال $]-2 ; +\infty[$ $d'(x)=f'(x)-f'(x_0)$

2) باستعمال تغيرات f' ، استنتج إشارة $d'(x)$ حسب قيم x . استنتج تغيرات d على المجال $]-2 ; +\infty[$

-2 عين الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (T_{x_0})

-3 أكتب معادلة للمماس (T_0)، المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0. أرسم (T_0)

-4 عين الأعداد x_0 التي يكون من أجلها المماسات (T_{x_0}) مارة بالمبدأ ثم أرسم هذه المماسات.

-5 أنشئ (C). نأخذ $-0,54$ للعدد α و $0,8$ للعدد $f(\alpha)$

التمرين 08: (Bac S France, juin 2007 (modifier

-1 g دالة معرفة على $]-1 ; +\infty[$ بـ: $g(x)=(1+x)^2-1+\ln(1+x)$

-1 تحقق أن g متزايدة تماما على $]-1 ; +\infty[$

-2 أحسب $g(0)$ ثم عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x

-2 f دالة معرفة على $]-1 ; +\infty[$ بـ: $f(x)=x-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

-2 أحسب $f'(x)$ و استنتج اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيرات f

-3 برهن أنه إذا كان $x\in[0;4]$ فإن $f(x)\in[0;4]$

-4 بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C). أدرس وضعية (C) و (Δ)

-5 أنشئ (C) و (Δ)

-6 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين ذات معادلتين $x=1$ و $x=0$

-7 (u_n) متتالية معرفة بـ: $u_0=4$ و من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1}=f(u_n)$

1) على الشكل، استعمل (C) و المستقيم (Δ) لتعليم النقط من (C) ذات الفواصل u_2، u_1، u_0 و u_3

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n؛ $u_n\in[0;4]$

الأستاذ بن علو

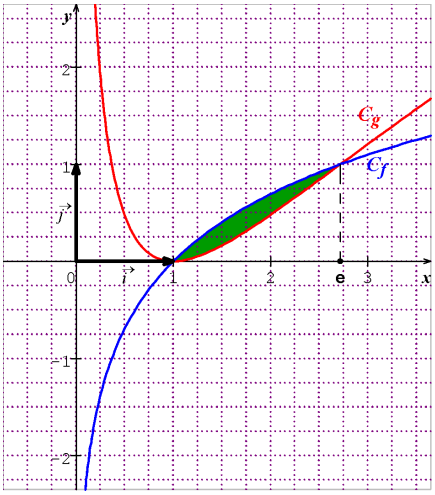
3) أدرس رتابة المتتالية (u_n)

4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

التمرين 09: Baccalauréat S France, juin 2008

المنحنيين C_f وَ C_g المعطيين هما التمثيليان البيانيان على التوالي للدالتين f وَ g المعرفتين على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي:

$f(x) = \ln x$ وَ $g(x) = (\ln x)^2$ في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$



1- نبحث عن المساحة A (بوحدة المساحة) للحيز المستوي المظلل

نضع: $I = \int_1^e x\,dx$ وَ $J = \int_1^e (\ln \ln x)^2 dx$

1) تحقق أن الدالة F المعرفة على $]0 ; +\infty[$ $F(x) = x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة اللوغاريتم النيبيري. استنتج I

2) باستعمال مكاملة بالتجزئة، برهن أن: $J = e - 2I$

3) استنتج J و أعط قيمة للعدد A

2- من أجل كل x من $[1; e]$ ، نضع M النقطة من المنحنى C_f فاصلتها x وَ N النقطة من المنحنى C_g لها نفس الفاصلة

من أجل أي قيمة للعدد x المسافة MN تكون أعظمية ؟ أحسب القيمة العظمى للعدد MN

التمرين 10: Baccalauréat S Pondichéry, avril 2010

ليكن n عدد طبيعي غير معدوم. نسمي f_n الدالة المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي: $f_n(x) = \ln(1+x^n)$

نضع: $I_n = \int_0^1 \ln(1 + x^n)\,dx$. نرمز بـ (C_n) لمنحنى f_n في معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1- أ) عين النهاية لـ f_1 عند $+\infty$

2) أدرس تغيرات f_1 على $]0 ; +\infty[$

3) باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب I_1 و فسر بيانيا النتيجة.

2- أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، لدينا: $0 \le I_n \le \ln 2$

2) أدرس تغيرات المتتالية (I_n) و استنتج أن المتتالية (I_n) متقاربة.

3- لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \ln(1+x) - x$

1) أدرس تغيرات g على $]0 ; +\infty[$

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $]0 ; +\infty[$. بين إذن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n و كل عدد حقيقي x موجب، لدينا: $\ln(1+x^n) \le x^n$. استنتج النهاية للمتتالية (I_n)

التمرين 11: Baccalauréat S Liban, juin 2010

الجزء I. u دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $u(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1- أدرس اتجاه تغير u و وضح النهايات عند 0 و عند $+\infty$

2- بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حل وحيد α محصور بين $1,3$ و $1,4$

3- عين إشارة $u(x)$ حسب قيم x

4- بين أن $\ln \alpha = 2 - \alpha^2$

الجزء II. f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 + (2 - \ln x)^2$

عبر عن $f'(x)$ بدلالة $u(x)$ و استنتج تغيرات f على $]0 ; +\infty[$

الجزء III. في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، نسمي Γ منحنى الدالة اللوغاريتم النيبيري و $A(0;2)$

و M نقطة من Γ فاصلتها x من المجال $]0 ; +\infty[$

1- برهن أن المسافة AM معطاة كما يلي: $AM = \sqrt{f(x)}$

2- لتكن g الدالة المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = \sqrt{f(x)}$

1) بين أن f و g لهما نفس التغيرات على $]0 ; +\infty[$

2) بين أن المسافة AM أصغرية عند نقطة P من Γ ، يطلب تعيين إحداثياتها.

3) بين أن $AP = \alpha\sqrt{\alpha^2 + 1}$

3- هل المستقيم (AP) عمودي على المماس لـ Γ عند P ؟

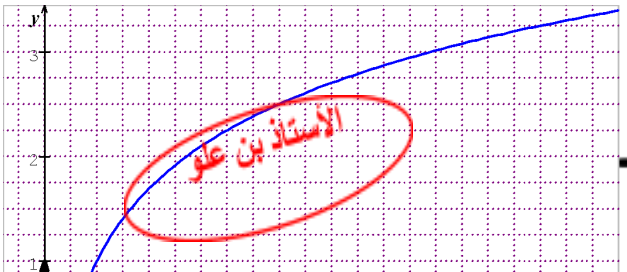
التمرين 12: Baccalauréat S Polynésie, juin 2010

الجزء I. g دالة معرفة على $[1 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - x + \ln(2x)$

1- أدرس اتجاه تغيرات g

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $2,6 < \alpha < 2,7$

3- بين أن: $\ln(2\alpha) + 1 = \alpha$



-4 (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \ln(2u_n) + 1$. ليكن Γ المنحنى ذو المعادلة $y = \ln(2x) + 1$ في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. هذا المنحنى معطى في الشكل

1) باستعمال المنحنى Γ ، عين على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لهذه المتتالية.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 3$

3) برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة و تقارب α

الجزء II. f دالة معرفة على $[1 ; +\infty[$ بـ : $f(x) = (x-1)e^{1-x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس معطى في الشكل

-1 من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ ، نضع : $F(x) = \int_1^x f(t)dt = \int_1^x (t-1)e^{1-t}dt$

1) برهن أن F متزايدة على $[1 ; +\infty[$

2) باستعمال مكاملة بالتجزئة، بين أن $F(x) = -x e^{1-x} + 1$

3) برهن أنه على المجال $[1 ; +\infty[$، المعادلة $F(x) = \frac{1}{2}$ تكافئ المعادلة $x = \ln(2x) + 1$

-2 ليكن a عدد حقيقي أكبر من 1 و D_a الحيز المحدد بالمنحنى (C)، محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتان لهما: $x=1$ و $x = a$

عين a حتى تكون مساحة D_a تساوي $\frac{1}{2}$. شطب على هذه المساحة في الشكل.

التمرين 13: Baccalauréat S Antilles- Guyanes, juin 2010

الجزء I. g دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x\ln x$

-1 عين النهايات للدالة g عند 0 و عند $+\infty$

-2 بين أن g تقبل الاشتقاق على $]0 ; +\infty[$ و أن $g'(x) = -\ln x$

-3 شكل جدول تغيرات g

الجزء II. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $u_n = \frac{e^n}{n^n}$

-1 باستعمال الآلة الحاسبة، أعط تخمينا حول:

1) اتجاه تغيرات (u_n)

2) النهاية الممكنة للمتتالية (u_n)

-2 لتكن (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n = \ln u_n$

1) بين أن : $v_n = n - n\ln n$

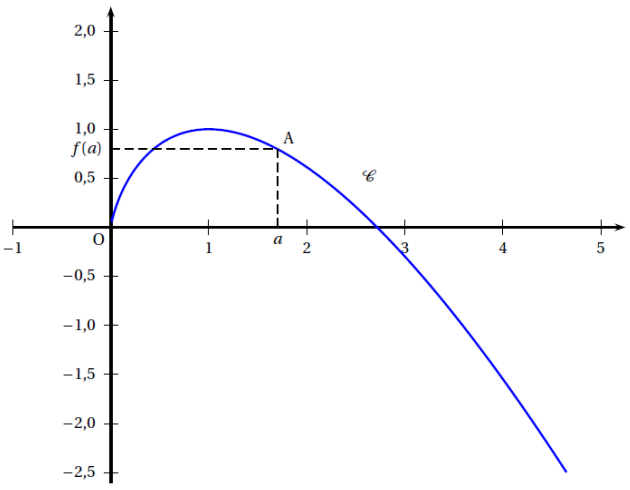
2) باستعمال الجزء I ، عين اتجاه تغيرات (v_n)

3) استنتج اتجاه تغيرات (u_n)

4) بين أن المتتالية (u_n) محدودة ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايته

التمرين 14: Baccalauréat S France, septembre 2010

-1 f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ : (C) ، $f(x) = x(1-\ln x)$ تمثيلها البياني معطى في الشكل التالي:



-2 أدرس إشارة $f(x)$ حسب قيم x

-3 عين النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

-4 عين $f'(x)$ ثم شكل جدول التغيرات

-5 ليكن a عدد حقيقي موجب تماما و (T_a) المماس للمنحنى (C) عند النقطة A ذات الفاصلة a

1) عين بدلالة a إحداثيات A' ، نقطة تقاطع المستقيم (T_a) و محور التراتيب.

2) اشرح طريقة بسيطة لإنشاء (T_a) . أرسم (T_a) عند النقطة A

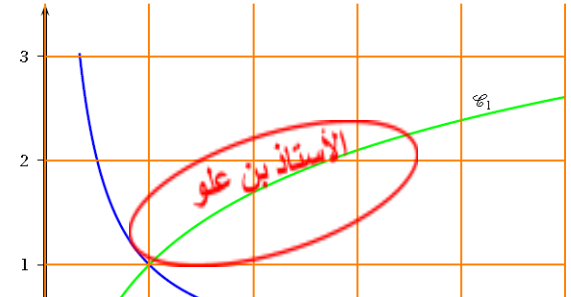
-6 ليكن a عدد حقيقي موجب تماما و لتكن $A(a)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ، محور الفواصل و المستقيمان اللذان معادلتان لهما: $x = a$ و $x = e$

1) بين أن $A(a) = \int_a^e f(x)dx$ و ذلك بملاحظة حالتين : $a < e$ و $a > e$

2) باستعمال مكاملة بالتجزئة ، أحسب $A(a)$ بدلالة a

التمرين 15: Baccalauréat S Pondichéry, avril 2011

الجزء I: على الشكل الموالي، مثلنا في معلم متعامد و متجانس ، المنحنيين C_1 و C_2 الممثلين لدالتين f_1 و f_2 المعرفتين على $]0 ; +\infty[$



نعلم أن :

- محور التراتيب مقارب للمنحنيين C_1 و C_2

- نحور الفواصل مقارب للمنحنى C_2
- الدالة f_2 مستمرة و متناقصة تماما على $]0 ; +\infty[$
- الدالة f_1 مستمرة و متزايدة تماما على $]0 ; +\infty[$
- نهاية $f_1(x)$ عند $+\infty$ هي $+\infty$

لكل من الأسئلة الأربعة التالية، جواب واحد فقط صحيح ، عينه.

1- النهاية لـ $f_2(x)$ عند 0 هي: ج1: 0 ج2: $+\infty$ ج3: لا يمكن الاستنتاج

2- النهاية لـ $f_2(x)$ عند $+\infty$ هي: ج1: 0 ج2: $0,2$ ج3: لا يمكن الاستنتاج

3- عند $+\infty$ ، المنحنى C_1 له مستقيم مقارب مائل: ج1: نعم ج2: لا ج3: لا يمكن الاستنتاج

4- جدول إشارة $f_2(x) - f_1(x)$ هو:

ج1:

x	0	$+\infty$
$f_2(x)-f_1(x)$	‖	$+$

ج2:

x	0	$+\infty$
$f_2(x)-f_1(x)$	‖	$-$

ج3:

x	0	$+\infty$
$f_2(x)-f_1(x)$	‖	$+0\ -$

الجزء II: نعتبر الدالة المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$

كما يلي: $f(x) = lnx - \frac{1}{x}$

1- عين النهايات للدالة f عند أطراف مجوعة تعريفها.

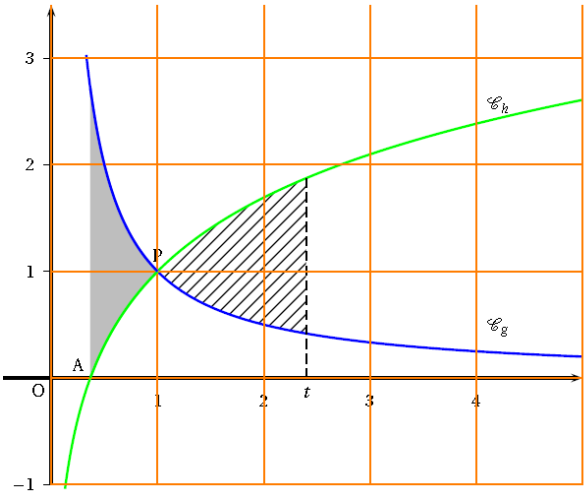
2- أدرس اتجاه تغيرات f على $]0 ; +\infty[$

3- استنتج إشارة $f(x)$ على $]0 ; +\infty[$

4- بين أن الدالة F الدالة المعرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي: $F(x) = x\ln x - \ln x$ هي دالة أصلية للدالة f

5- بين أن F متزايدة تماما على $]1 ; +\infty[$

6- بين أن المعادلة $F(x) = 1 - \frac{1}{e}$ تقبل حل وحيد α حيث : $1,9 < \alpha < 2,0$



الجزء III: لتكن f و g دالتان معرفتان على المجال $]0 ; +\infty[$ كما يلي :

$h(x) = \ln x + 1$ و $g(x) = \frac{1}{x}$

على الشكل الموالي ، مثلنا في معلم متعامد و متجانس ،

المنحنيين C_h و C_g الممثلين لدالتين h و g

1- A هي نقطة تقاطع المنحنى C_h و محور الفواصل. عين إحداثيات A

2- P هي نقطة تقاطع المنحنى C_h و C_g بين أن إحداثيات P هي $(1;1)$

3- لتكن A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين C_h و C_g

و المستقيمين اللذين معادلتين لهما : $x = \frac{1}{e}$ و $x = 1$

(الجزء المظلل في الشكل)

1) عبر عن المساحة A بواسطة الدالة f المعرفة في الجزء II ثم بين أن $A = 1 - \frac{1}{e}$

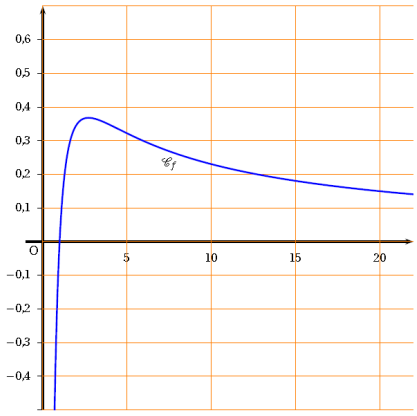
4- ليكن t عدد حقيقي من المجال $]1 ; +\infty[$. نسمي لتكن B_t مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين C_h و C_g و المستقيمين اللذين معادلتين لهما: $x = t$ و $x = 1$ (الجزء المظلل في الشكل)

نريد تعين قيمة لـ t حيث $B_t = A$. بين أن $B_t = t\ln t - \ln t$. استنتج.

التمرين 16: Baccalauréat S Asie, juin 2011

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- لتكن f الدالة المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{lnx}{x}$ و C_f تمثيلها البياني معطى في الشكل الموالي.



1) عين النهايات للدالة f عند 0 و عند $+\infty$

2) عين مشتقة الدالة f و استنتج تغيرات f

2- g دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{(lnx)^2}{x}$ و C_g تمثيلها البياني

.

1) عين النهايات للدالة g عند 0 و عند $+\infty$

2) عين مشتقة الدالة g

3) شكل جدول تغيرا ت g

3- أ) بين ان المنحنيين C_f و C_g لهما نقطتان مشتركتان يطلب تعيين إحداثيتها.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين C_f و C_g .

ج) أرسم في الشكل المعطى المنحنى C_g

4- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين C_f و C_g و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$

التمرين 17: Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, juin 2012

الأستاذ بن علو

الجزء I: g دالة معرفة على $]-1\ ;\ 3[$ كما يلي : $g(x) = 2ln(x+1) - \frac{x}{x+1}$

1- أدرس تغيرات الدالة g .

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α يحقق: $-0,8 < \alpha < -0,7$

3- عين حسب قيم x ، إشارة $g(x)$

4- h دالة معرفة على $]-1\ ;\ 3[$ بـ : $h(x) = [g(x)]^2$

1- أحسب $h'(x)$ بدلالة كل من $g(x)$ و $g'(x)$

2- عين إشارة $h'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة h

الجزء II: f دالة معرفة على $]-1\ ;\ 3[$ كما يلي: $\{f(x) = \frac{x^2}{ln(x+1)}\ ;\ x\neq 0\ f(0) = 0$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند الصفر، ثم أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

2- أ- بين أنه من أجل كل x من $]0\ ;\ 1-[\cup]3;0[$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{[ln(x+1)]^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير f

ب- بين أن: $f(\alpha) = 2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$

ج- أحسب $f(3)$ و $f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات f

3- أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1\ ;\ 3[$ فإن: $x - ln(x+1) \geq 0$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المماس (T)

4- عين معادلة للمستقيم (T') الموازي للمماس (T) و الذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3

5- أرسم (T) ، (T') و (C_f)

6- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = x + m$

التمرين 18: Baccalauréat TM Algérie, 2ème sujet, juin 2012

الجزء I: g دالة معرفة على $]0\ ;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + a + b\ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1- عين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل عند النقطة $A(1\ ;\ -1)$ مماسا معامل توجيهه 4

2- نضع : $a = -2$ و $b = 2$

1- أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α على $]0\ ;+\infty[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0\ ;+\infty[$

الجزء II: f دالة معرفة على $]0\ ;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 2 - \frac{2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2\ cm$)

1- أ- أحسب $f(x)$ و $f(x)$

ب- أحسب $f'(x)$ ، ثم تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ج- استنتج إشارة $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

2- أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x - 2$ مقارب لـ (C_f)، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ب- بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) ، ثم جد معادلة له.

ج- نأخذ $\alpha = 1,25$. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0,6 < x_1 < 0,7$ و $2,7 < x_2 < 2,8$ ثم أرسم كلا من (T) ، (Δ) و (C_f)

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $x + 2\ln x = 0$)

4- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$

التمرين 19: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2015

f الدالة المعرفة بـ: $f(0)=1$ و من أجل كل عدد حقيقي x من $]0\ ;+\infty[$ ، $f(x) = x^2\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أ- أدرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين

ب- أحسب $\frac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة هندسياً

2- أ- أحسب $f(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $[0;+\infty[$

ب- تحقق أن: $1,531 < \alpha < 1,532$

4- نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = f(|x|)$ و (C_g) تمثيلها البياني في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أدرس شفعية الدالة g

2- أنشئ (C_g) على المجال $[-2;2]$

5- باستعمال مكاملة بالتجزئة، عين الدالة الأصلية للدالة $x \longmapsto x^2\ln x$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و التي تنعدم من أجل 1

الأستاذ بن علو

-6 T عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$. نضع: $F(t)=\int_t^{\alpha} f(x)dx$

-1 أكتب العبارة $F(t)$ بدلالة t و α

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t من المجال $]0;\alpha]$ ، $F(t)=)\frac{-3tf(t)-t^3-6t+\alpha^3+6\alpha}{9}$

-3 أحسب $F(t)$

-7 M عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;\alpha]$ $S(m)$ مساحة الدائرة ذات المركز المبدأ O و نصف القطر m

نفرض أن مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) ، حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما على الترتيب: $x=-\alpha$ و $x=\alpha$

$A=\frac{2}{9}(\alpha^3+6\alpha)u.a.$ حيث A هي

-1 عين القيمة المضبوطة للعدد m حتى يكون $S(m)=2A$

-2 علماً أن $3,140 < \alpha < 3;142$ ، أعط حصراً للعدد m

التمرين 20: *Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2015*

-I h الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=(x+2)^2+2-2\ln(x+2)$

-1 أحسب $h(x)$ و $h(x)$

-2 أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

-3 استنتج أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $h(x)>0$

-II f الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+1+\frac{2}{x+2}\ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $1\ cm$)

-1 أحسب $f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً ثم أحسب $f(x)$

-2 أ- بين أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+2)^2}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-2;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

-3 أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

-4 أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها

ب- أرسم المستقيمين المقاربين و المنحنى (C_f)

-1 احسب بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=-1$ ، $y=0$ و $x=1$

-III g الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=|x+1|+\frac{2}{x+2}|\ln(x+2)|$

-1 أحسب $\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ و $\frac{g(x)-g(-1)}{x+1}$ ، ماذا تستنتج بالنسبة إلى g ؟

-2 أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة

-3 انطلاقا من المنحنى (C_f) ، ارسم المنحنى (C_g) الممثل للدالة g في المعلم السابق

التمرين 20: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2-5x+7)e^x$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

-2 أدرس تغيرات f

-2 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

-3 أحسب $f(-1)$; $f(-2)$; $f(3)$ و أنشئ (C) وَ المماس (T)

-4 h دالة عددية معرفة كما يلي: $h(x)=(ax^2+bx)e^x$ c)

-1 عين a ؛ b و c حتى تكون h دالة أصلية للدالة f .

-2 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x=0$ ؛ $x=1$ و $y=0$

التمرين 21: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x(e^x-1)$

نسمي (C) مثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$ و اعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 أدرس تغيرات f

-2 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

-3 عين إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (C)

-4 أحسب $f(1)$ و أنشئ (C) وَ المماس (T)

الأستاذ بن علو

-5 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = \ln 4$; $x = \lambda$ و $y = 0$ مع $\lambda > 0$ و $\lambda \neq \ln 4$ عين λ حتى يكون: $A(\lambda) = 2$

التمرين 22: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x\, e^{1-x})$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$ و اعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 أدرس تغيرات f

-2 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$

-3 عين إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) و أكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (C) عندها.

-4 أنشئ (C) وَ المماسين (T) و (T')

-5 باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب بـ: cm^2 ، المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x = 0$ ؛ $x = \lambda$ و $y = 0$ مع $\lambda > 0$. عين λ حتى يكون: $A(\lambda) = 4\,(e - 1 - \lambda)\ cm^2$

-6 g دالة عددية ذات متغير حقيقي معرفة كما يلي: $g(x) = (x\, e^{x+1})$. نسمي (γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

-1 أحسب $f(x) + g(-x)$

-2 استنتج أن (γ) يستنتج من (C) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه.

-3 أنشئ (γ)

التمرين 23: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)^2 e^{x+1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة البيانية: $1\ cm$)

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$ و اعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 أدرس تغيرات f

-2 أحسب $f(-3)$; $f(2)$ و أنشئ (C)

-3 h دالة عددية معرفة كما يلي: $h(x) = (ax^2 + bx)\, e^{x+1}$ c)

-1 عين a ؛ b و c حتى تكون h دالة أصلية للدالة f

-2 أحسب بـ: cm^2، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x = -1$ ؛ $x = 1$ و $y = 0$

التمرين 24: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = x - \frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 احسب $f(x) + f(-x)$. ماذا تستنتج ؟

-2 أ- أحسب النهاية للدالة f عند 0 و اعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 أحسب النهاية للدالة f عند $+\infty$ و بين أن (C) له مستقيمين مقاربين مائلين معادلتين لهما $y = x - 1$ و $y = x + 1$

-3 عين $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f.

-3 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها x_0 محصورة بين $1,1$ وَ $1,2$

-4 أنشئ (C)

-5 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = 1$; $x = \lambda$ و $y = x - 1$ مع $\lambda > 1$

التمرين 25: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R^* بـ: $f(x) = x - \frac{2\,e^x}{e^x - 1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة البيانية: $2\ cm$).

-1 احسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

-2 بين أن (C) له مستقيمين مقاربين مائلين معادلتين لهما $y = x - 2$ و وَ $y = x$

-3 أدرس تغيرات f .

-4 بين أن: $\omega(0\,;-1)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

-5 بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل α محصور بين $2,2$ وَ $2,3$. أنشئ (C)

-6 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = -2$; $x = \lambda$ و $y = x$ مع $\lambda < -2$

التمرين 26: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + 1 + \frac{1}{e^x+1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

-2 بين أن (C) له مستقيمين مقاربين مائلين معادلتين لهما $y = x + 1$ و وَ $y = x + 2$

-2 عين $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرات f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-3 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها x_0 محصورة بين $1,9$ وَ $-1,8$

-4 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$.

-5 بين أن : $\omega\left(0\,;\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C) . ماذا تستنتج؟

-6 أنشئ المستقيمين المقاربين و(C) و المماس (T)

الأستاذ بن علو

-7 أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = 0 \; ; \; x = \ln 2$ و $y = x + 2$

التمرين 27: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{e^x - 1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

-1 احسب $f(x) + f(-x)$. ماذا تستنتج ؟

-2 أ- أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. أعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 بين أن المستقيمين اللذين معادلتين لهما $y = x$ و $y = x + 1$ مقاربين مائلين للمنحنى (C).

-3 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-4 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث: $-1,4 < x_0 < -1,3$ و $0,8 < x_1 < 0,9$

-5 أنشئ (C)

-6 عين العددين الحقيقيين a وَ b حيث من كل عدد حقيقي x غير معدوم، : $f(x) = x + a + \frac{be^x}{e^x - 1}$

أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = \ln 2 \; ; \; x = \ln 3$ و $y = x$

التمرين 28: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

-1 احسب $f(x) + f(-x)$. ماذا تستنتج ؟

-2 أ- بين أن : $f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$ أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. أعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$ و استنتج اتجاه تغيرات f ثم أنجز جدول تغيرات f.

-3 أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$. أنشئ (C) و المماس (T)

-4 أحسب المساحة A للحيز المستوى بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = 0 \; ; \; x = \ln 2$ و $y = x + 2$

التمرين 29: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = \frac{2e^x + 2}{e^x - 1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 احسب $f(x) + f(-x)$. ماذا تستنتج ؟

-2 أ- أحسب $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. أعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f'(x) = -\frac{4e^x}{(e^x - 1)^2}$ و استنتج اتجاه تغيرات f

-3 شكل جدول تغيرات f و أنشئ (C)

-4 تحقق أنه من كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x) = -2 + \frac{4e^x}{e^x - 1}$

-5 أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = \ln 2 \; ; \; x = \ln 3$ و $y = 2$

التمرين 30: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f'(x) = x - 1 + e^{-2x}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-1 أكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة و أدرس الاستمرار و الاشتقاق للدالة f عند $x = 0$. أعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-2 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$

-2 أحسب $[f(x) - (x - 1)]$ و أعط تفسيرا هندسيا لذلك.

-3 أدرس تغيرات f

-4 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $0,7$ وَ $0,8$. أنشئ (C)

-5 أحسب بـ: cm^2 ، المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x = -\lambda \; ; \; x = \lambda$ و $y = x$

-1 مع $\lambda > 0$. ما هي $\lim_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$ ؟

التمرين 31:

الجزء I : نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 2 + (x - 2)e^{-x}$

-1 أدرس تغيرات h.

-2 بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حل ظاهري. استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2(1 - e^{-x})$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (الوحدة البيانية: $1\ cm$).

-1 أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = x\,h(x)$. أدرس اتجاه تغيرات f ثم أنجز تغيرات f

الأستاذ بن علو

-3 أحسب ; $f(1)$; $f(2)$; $f(3)$ $f(-1)$; $f(-2)$ وأنشئ (C) .

-4 g دالة عددية معرفة كما يلي: $g(x)=(ax^2+bx)e^{-x}$ c)

-1 عين a ؛ b و c حتى تكون g دالة أصلية للدالة $x \to x^2e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

-2 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x=0$ ؛ $x=1$ و $y=0$.

التمرين 32:

الجزء I : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x-2+2e^{\frac{1}{2}x+1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

-2 بين أن (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له $y=-x-2$ عند $-\infty$

ج- أدرس تغيرات f.

-2 أحسب $f(0)$; $f(1)$ و أنشئ (C) وَ المماس (T).

الجزء II : نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x-2\ln x$ و (γ) تمثيلها البياني في المستوي السابق.

-1 أحسب نهايات h عند $+\infty$ و عند 0.

-2 أدرس تغيرات h

-3 أكتب معادلة المماس (T') للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة $x=1$.

-4 أحسب $h(4)$; $h(5)$; $h(8)$; $h(10)$ و أنشئ (γ) وَ المماس (T').

-5 باستعمال المكاملة بالتجزئة؛ أحسب، المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات:

$x=1$; $x=\lambda$ و $y=x$ مع $\lambda > 1$. عين λ حتى يكون $A(\lambda)=2$

الجزء III : ليكن S التحويل النقطي من المستوي الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z-2$

-1 ما هي طبيعة و عناصر S ؟

-2 أكتب x' و y' إحداثيتي M' بدلالة x و y إحداثيتي M ثم x و y بدلالة x' و y' .

-3 بين أن (C) صورة (γ) بالتحويل S

التمرين 33: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x+2+2e^{-x}$ نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$

ب- بين أن (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له: $y=-x+2$ عند $(+\infty)$. أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x)=-2e^{-x}-1$ أدرس تغيرات f

-3 بين أن المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $2,2 < \alpha < 2,3$

-4 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

-5 أحسب $f(-1)$ وأنشئ (C) و (Δ) و (T)

-6 أ- أحسب المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x=\alpha$; $x=0$ و $y=0$.

ب- بين أن $A(\alpha)=(4-\alpha)(2+\alpha)$. أعط حصرا للمساحة $A(\alpha)$

-7 أ- n عدد طبيعي. أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=f(0)+f(1)+f(2)+\ldots+f(n)$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n \geq A(n)$

التمرين 34: في كل التمرين n يرمز إلى عدد طبيعي غير معدوم.

-1 لتكن g_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g_n(x)=n(x+1)+e^x$

-1 شكل جدول تغيرات g_n

-2 بر هن أن المعادلة $g_n(x)=0$ تقبل حل وحيد α_n حيث $-2 < \alpha_n < -1$ و استنتج إشارة $g_n(x)$ حسب قيم x.

-2 f_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_n(x)=\frac{xe^x}{n+e^x}$ و C_n لمنحنى f_n في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

-1 أحسب $\lim_{-\infty} f_n$ ، $\lim_{+\infty} f_n$ ، $\lim_{x\to+\infty}[f_n(x)-x]$ و استنتج أن C_n له مستقيمان مقاربان يطلب تعيين معادلتين لهما.

-2 بين أن: $f'_n(x)=\frac{e^x g_n(x)}{(n+e^x)^2}$

-3 بين أن: $f_n(\alpha_n)=\alpha_n+1$

-4 شكل جدول تغيرات الدالة f_n

-5 أدرس وضعية المنحنى C_n و المستقيم Δ ذو معادلة: $y=x$ و وضعية المنحنى C_n و C_{n+1}

-6 أنشئ C_1 و C_2 (نأخذ $2\,cm$ كوحدة طول ؛ $\alpha_1 \approx -1,4$ و $\alpha_2 \approx -1,2$)

التمرين 35:

-1 g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=xe^x-1$

-1 أدرس تغيرات g

الأستاذ بن علو

-2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0,56 < \alpha < 0,58$

-3 استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

-2 f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)= e^{x} - \ln x$

-1 أدرس النهايات للدالة f عند 0 و عند $+\infty$

-2 تحقق أنه، من أجل كل $x > 0$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

-3 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

-4 عين قيمة تقريبية للعدد $f(\alpha)$

-3 أنشئ C التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-4 نرمز بـ D لمجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي المزود بالمعلم السابق حيث: $1 \leq x \leq 2$ و $0 \leq y \leq f(x)$

تحقق أن الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $H(x)=x\ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)= \ln x$ استنتج دالة أصلية F للدالة f على $]0;+\infty[$. أحسب مساحة الحيز D

التمرين 36:

الجزء I : لتكن k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $\varphi(x)=(x^2+x+1)e^{-x}-1$

-1 أ- عين النهايات لـ k عند $-\infty$ و عند $+\infty$

ب- أدرس تغيرات k ثم أنشئ جدول التغيرات على $\mathbb{R}$

-2 برهن أن المعادلة $k(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ ، إحداهما في $]-1;+\infty[$ نرمز له بالرمز α . تحقق أن: $1,79 \leq \alpha \leq 1,80$

-3 استنتج إشارة $k(x)$ على $\mathbb{R}$ و مثلها في جدول.

الجزء II : نعتبر الدّالتان العدديتان f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=(2x+1)e^{-x}$ وَ $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$

وَ (C) وَ (Γ) تمثيليهما البياني على التوالي في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أدرس تغيرات كل من الدالتين f وَ g

-2 تحقق أن المنحنيين (C) وَ (Γ) يشملان النقطة $A(0;1)$ و لهما في هذه النقطة نفس المماس (T)

-3 أ- برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-g(x) = \frac{(2x+1)k(x)}{x^2+x+1}$

ب- باستعمال جدول أدرس إشارة $f(x)-g(x)$ على $\mathbb{R}$

ج- أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين (C) وَ (Γ)

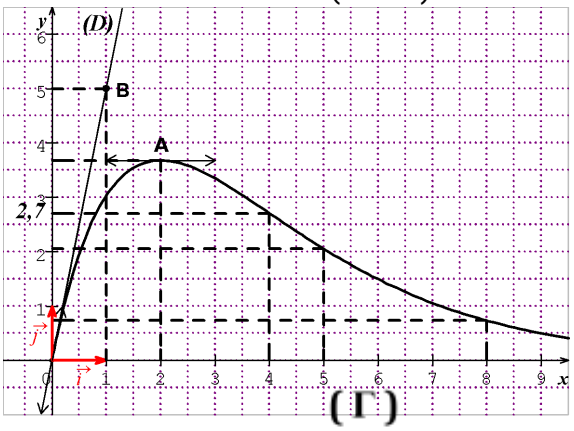
د. أنشئ (C) وَ (Γ) و المماس (T)

-4 أ- بين أن الدّالة H المعرفة بـ: $H(x)=(-2x-3)e^{-x}-\ln(x^2+x+1)$ هي دالة أصلية للدالة $x \to f(x)-g(x)$

ب- استنتج المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C) وَ (Γ) وَ المستقيمات ذات معادلات $x=-\frac{1}{2}$ وَ $x=0$

اعط قيمة دقيقة ثم قيمة تقريبية بتقريب 10^{-4} لهذه المساحة.

التمرين 37: المنحنى (Γ) المقابل هو التمثيل البياني، في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، لدالة عددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ و قابلة للاشتقاق على هذا المجال. نوضح أن:



- المبدأ O للمعلم ينتمي إلى المنحنى (Γ)
- المستقيم (D) المار بالنقطة O و الذي يشمل $B(1;5)$ هو مماس للمنحنى (Γ) عند O
- المماس عند النقطة A ذات الفاصلة 2 للمنحنى (Γ) يوازي محور الفواصل.
- محور الفواصل هو مستقيم مقارب للمنحنى (Γ)

-1 باستعمال المنحنى و المعطيات أعلاه:

-1 وضح $f'(2)$ ، $f'(0)$ ، $f(0)$

-2 عين النهاية للدالة f عند $+\infty$

-3 وضح اتجاه تغيرات f و شكل جدول تغيراتها.

-2 الدالة f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي:

$f(x)=(ax+b)e^{cx}$ حيث c ، b ، a أعداد حقيقية.

-1 باستعمال $f(0)$ ، عين b

-2 أحسب $f'(x)$

-3 باستعمال $f'(0)$ و $f'(2)$، أحسب a و c و استنتج أن $f(x) = 5xe^{-\frac{x}{2}}$

-4 أحسب إذن قيمة مقربة بتقريب 10^{-1} لـ $f(5)$ ، $f(4)$ ، $f(2)$ و $f(8)$.

-3 لتكن F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $F(x) = 20 - 10(x+2)e^{-\frac{x}{2}}$

الأستاذ بن علو

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة البيانية $cm\ 1$)

-1 بين أنه ، من أجل كل x من $]-\infty;0[$ ، $F'(x)=f(x)$

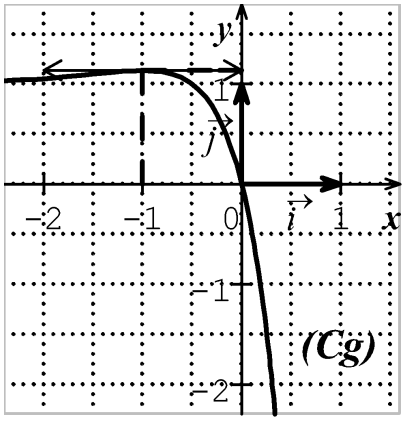
-2 أدرس اتجاه تغيرات الدالة F.

-3 باستعمال 1. ب) عين النهاية للدالة F عند $-\infty$. استنتج أن (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

-4 شكل جدول تغيرات الدالة F

-5 وضح معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم أنشئ (C) و (Δ)

-4 أحسب $I=\int_0^5 f(x)dx$. فسر بيانيا هذه النتيجة باستعمال المنحنى (Γ) ، ثم باستعمال (C)



التمرين 38:

الجزء I : المنحنى (C_g) المقابل هو التمثيل البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ لدالة عددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1-e^{2x}-2xe^{2x}$

-1 باستعمال المنحنى وضح:

-1 شكل جدول تغيرات g

-2 حساب $g(0)$

-3 إشارة $g(x)$

-2 عين عددين حقيقيين a و b حتى تكون الدالة m المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $m(x)=(ax+b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة $x\to -xe^{2x}$.

استنتج الدالة الأصلية G للدالة g على $\mathbb{R}$ و التي تحقق $g(0)=3$

الجزء II : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+3-xe^{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس.

-1 أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

-2 بين أن المستقيم (D) ذو معادلة $y=x+3$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ، أدرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) و (D)

-3 بين أن $f'(x)=g(x)$. أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها.

-4 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β في $\mathbb{R}$. هو الحل السالب. تحقق أن $-3<\alpha<-3,01$ و $0,78<\beta<0,79$

-5 أرسم (C_f) و (D) و استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

الجزء III : نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

-1 ماذا تمثل الدالة F بالنسبة للدالة f ؟

-2 استنتج اتجاه تغيرات F

-3 باستعمال السؤال 2 من الجزء 1 ، عين $F(x)$

-4 أحسب النهايات للدالة F عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ثم شكل جدول تغيرات F

-5 ليكن (Γ) منحنى F في المعلم السابق.

-1 أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

-2 نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\frac{2}{x}-\frac{1}{4}+\left(-\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)e^{2x}$

- أدرس اتجاه تغيرات h و شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)
- استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

-3 أدرس وضعية (Γ) بالنسبة للمماس (Δ). ماذا تستنتج ؟ أرسم (Γ) و المماس (Δ)

التمرين 39:

الجزء I : g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-1)e^{x-1}+1$

أدرس اتجاه تغيرات g ثم شكل جدول تغيراتها.(لا يطلب حساب النهايات) .استنتج إشارة $g(x)$

الجزء II : f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=e^{x-1}+\ln|x-1|$

نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و عند 1

-2 بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x-1}$ ثم شكل جدول التغيرات

-3 أحسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ، $f(3)$ ، $f(2)$ ، $f(-5)$ و أرسم (C)

-4 أ- n عدد طبيعي غير معدوم. أحسب المساحة a_n للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C) و المنحنى (Γ) الذي معادلة له $y=\ln(x-1)$ و المستقيمين اللذين معادلتين لهما: $x=-n$ و $x=-n+1$

2- برهن أن (a_n) متتالية هندسية ثم أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$

التمرين 40:

الأستاذ بن علو

الجزء I : نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-\infty\,;\,1[$ بـ: $h(x) = (x-1)e^{x-1} - 1$

أدرس تغيرات h ثم شكل جدول تغيراتها. استنتج إشارة $h(x)$ على $]-\infty\,;\,1[$

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty\,;\,1[$ بـ: $f(x)=\ln(1-x) - e^{x-1}$

نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الوحدة البيانية: $1\ cm$)

1- أحسب النهايات للدالة f عند 1 وَ $-\infty$. ماذا تستنتج ؟

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x) = \frac{h(x)}{x-1}$

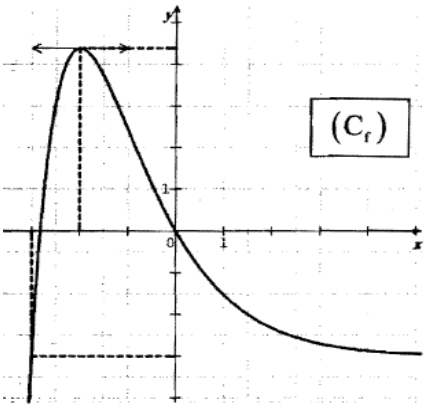
3- أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

4- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0{,}35 < \alpha < 0{,}25$

5- أحسب $f(-4)$ و أنشئ (C)

6- باستعمال مكاملة بالتجزئة؛ أحسب التكامل $\int_{-2}^{-1} \ln(1-x)\,dx$ و استنتج المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات: $x = -1$ ؛ $x = -2$ و $y = 0$

التمرين 41: f دالة معرفة على R بالعبارة : $f(x)= (x + a)e^{-x}+ b$ حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني



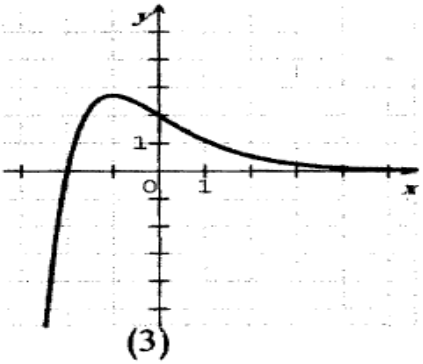
في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

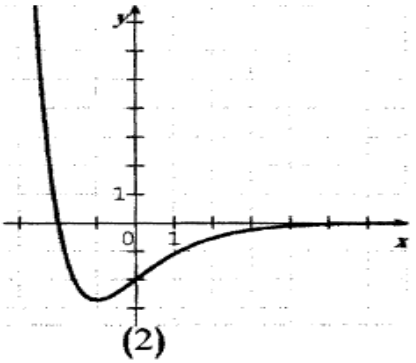
1- بقراءة بيانية للمنحنى (C_f):

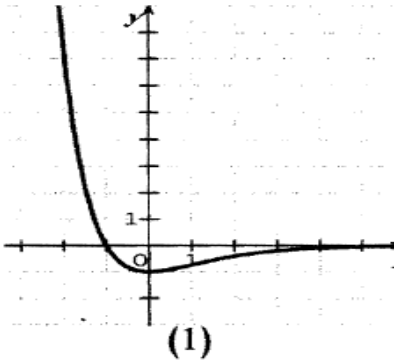
1- عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-3)$

2- عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$

3- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين ، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة f'


(3)


(2)


(1)

2- أ- بين أنه من أجل كل x من R ، $f(x)=(x+3)e^{-x} - 3$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

3- بين أن المعادلة $f(x)=-2$ تقبل في المجال $[0\,;+\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين $1{,}50$ و $1{,}52$

4- نعتبر الدالة F المعرفة على R كما يلي: $F(x)=(-x-4)e^{-x}$ وليكن I العدد الحقيقي حيث: $I = \int_{-2}^{0} f(x)dx$

1- أحسب $F'(x)$ و استنتج دالة أصلية للدالة f على R

أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4{,}5 < I < 5$ باعتبارات بيانية محضة. أحسب العدد I

التمرين 42: *Baccalauréat S Polynésie française, septembre 2000*

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)= 2x+1 - xe^{x-1}$. نسمي (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1- أحسب النهايات للدالة f عند $+\infty$ وَ $-\infty$

2- بين أن (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له: $y = 2x + 1$ عند $(-\infty)$. أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

3- أ- أحسب المشتقة f' و المشتقة الثانية f'' للدالة f

2- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f'(x)$ و أنشئ جدول التغيرات للدالة f'

3- أحسب $f'(1)$ و استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم أنشئ جدول التغيرات للدالة f

4- بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حل α حيث $1{,}92 < \alpha < 1{,}93$

الأستاذ بن علو

-5 أحسب f(2) و f(3) و أنشئ (C) و (Δ)

-6 باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل $I = \int_1^{\alpha} xe^{x-1}dx$

-7 أحسب المساحة A للحيز المحدد بالمنحنى (C)، محور الفواصل و المستقيمان اللذان معادلتان لهما: $x = \alpha$ و $x = 1$.

-8 برهن أنه يمكن كتابة: $A = (\alpha-1)\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)$. استنتج قيمة تقريبية للعدد A

التمرين 43: Baccalauréat S Antilles Guyanes, juin 2001

الجزء I : حل المعادلة التفاضلية: 1) ... $(y' - 2y = x e^x)$:

-1 حل المعادلة التفاضلية (2) : $y' - 2y = 0$، حيث y تُرمز لدالة عددية قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

-2 ليكن a وَ b عددان حقيقيان و h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $h(x) = (ax+b)e^x$

-1 عين a وَ b حتى تكون h حل للمعادلة (1)

-2 بين أن الدالة g حل للمعادلة (2) إذا و فقط إذا كانت g+h حل للمعادلة (1)

-3 استنتج مجموعة حلول المعادلة (1). عين الحل للمعادلة (1) الذي ينعدم عند x = 0

الجزء II : لتكن k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $k(x) = 2e^x - x - 2$

-1 عين النهاية للدالة k عند $-\infty$ و النهاية للدالة k عند $+\infty$

-2 أدرس اتجاه تغيرات k ، ثمَّ شكل جدول تغيرات k

-3 أ- بين أن للمعادلة k(x) = 0 حلين في $\mathbb{R}$

ب- تحقق أن إحدى الحلين هو 0 و الآخر نرمز له بالرمز α . بين أن: $1,6 \leq \alpha \leq 1,5$

-4 عين إشارة k(x) حسب قيم العدد الحقيقي x

الجزء III : لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بِـ: $f(x)=e^{2x} - (x+1)e^x$

-1 عين النهاية للدالة f عند $-\infty$ و النهاية للدالة f عند $+\infty$

-2 أحسب f'(x) و بين أن f'(x) وَ k(x) لهما نفس الإشارة.

-3 أدرس تغيرات f

-4 بين أن: $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}$ ، حيث α هو العدد المعرف في الجزء II. استنتج حصراً للعدد f(α)

-5 أنشئ (C) منحنى f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (الوحدة البيانية: 2 cm)

الجزء IV : حساب المساحة:

-1 ليكن m عدد حقيقي سالب. فسر بيانياً التكامل $\int_m^0 f(x)dx$ (نبرر الجواب)

-2 باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل $\int_m^0 xe^x dx$

-3 استنتج $\int_m^0 f(x)dx$ وَ أحسب نهايته لمّا m يؤول إلى $-\infty$

التمرين 44: Baccalauréat S Antilles - Guyane, juin 2001

إن أهداف المسألة هي دراسة الدالة f المعرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$ ثمّ البحث عن دوال أصلية لها.

-1 نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]1 ; +\infty[$ بِـ: $h(x) = 2x - (x-1)\ln(x-1)$

-1 أحسب النهاية للدالة h عند 1 و عند $+\infty$

-2 أحسب h'(x) من أجل x ينتمي إلى المجال $]1 ; +\infty[$

-3 حل المتراجحة: $\ln(x-1) > 0$ في المجال $]1 ; +\infty[$

-4 أدرس تغيرات h على المجال $]1 ; +\infty[$

-5 بين أن المعادلة h(x)=0 تقبل حل وحيد α ، في المجال $[e+1 ; e^3+1]$ ، و أدرس إشارة h(x) حسب قيم x

-2 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]1 ; +\infty[$ بِـ: $g(x) = \frac{\ln(x^2-1)}{x}$

-1 أحسب النهاية للدالة g عند 1 و أثبت أن : $g(x) = 0$

-2 أحسب g'(x) و بين أن g'(x) له إشارة $h(x^2)$ على المجال $]1 ; +\infty[$ ثم أدرس تغيرات g على المجال $]1 ; +\infty[$

-3 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0 ; +\infty[$ ؛ لدينا: $f(x) = g(e^x)$

-4 استنتج النهاية للدالة f عند 0 و عند $+\infty$ و اتجاه تغيرات f على المجال $]0 ; +\infty[$

-5 بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]0 ; +\infty[$ ، $f(x) \leq \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$

-6 أكمل الجدول التالي بإعطاء قيم تقريبية بقريب 10^{-2}

x	0,1	0,5	1	1,5	2	3

الأستاذ بن علو

$f(x)$						

-7 مثل بيانيا الدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول: $\|\vec{i}\| = 5\ cm$ و $\|\vec{j}\| = 10\ cm$)
نأخذ 10 كقيمة تقريبية للعدد α

-8 تحقق أن f حل للمعادلة التفاضلية: $y' + y = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{e^x}{e^x+1}$

-9 نضع : $k(x) = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{e^x}{e^x+1}$. أوجد دالة أصلية φ للدالة k على $]0\ ;+\infty[$ وَ استنتج دوال أصلية للدالة f

التمرين 45: *Baccalauréat S Nouvelle Calédonie, décembre 2001*

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x-(x^2+4x+3)e^{-x}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة البيانية: $1\ cm$

الجزء I : لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)= 1 + (x^2+2x-1)e^{-x}$

-1 أدرس النهايتين للدالة g عند $+\infty$ و عند $-\infty$
-2 أحسب $g'(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات g
-3 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$. تحقق أن $g(0) = 0$. نسمي α الحل الآخر. أثبت أن $-2,4 < \alpha < -2,3$
-4 استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء II :

-1 أدرس النهايتين للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
-2 بين أن $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f
-3 برهن أن المستقيم (D) ذو معادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C)
-4 أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و المستقيم (D) وأنشئ (C) و (D) (نأخذ $f(\alpha) \cong 6,9$)

الجزء III : ليكن H الدالة المعرفة على R كما يلي: $H(x)=(a\,x^2+b\,x+c)e^{-x}$

-1 عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c حتى تكون H دالة أصلية للدالة h المعرفة بـ $h(x)=(x^2+4x+3)e^{-x}$
-2 عين مساحة، بوحدة المساحة، للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (D)
-3 ليكن m عدد حقيقي أكبر تماما من -1

-1 أحسب المساحة A_m للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (D) و المستقيمان ذات معادلتان: $x = -1$ و $x= m$
-2 عين النهاية لـ A_m عندما يؤول m إلى $+\infty$

التمرين 46: *Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, mars 2004*

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)= 1+e^{-x} - 2\,e^{-2x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- ليكن P كثير الحدود المعرف على $\mathbb{R}$ كما يلي: $P(X)=1+X-2X^2$. أدرس إشارة $P(X)$
ب- استنتج إشارة $f(x)$
ج- ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحنى (C) ؟
-2 عين النهاية للدالة f عند $+\infty$. ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للمنحنى (C) ؟
-3 تحقق أن: $f(x) = e^{-2x}(e^{2x} + e^x - 2)$ ، ثم استنتج النهاية للدالة f عند $-\infty$
-4 أ- أحسب $f'(x)$
ب- أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f . نبين أن القيمة الحدية الكبرى هي عدد ناطق.
-5 أ- بين أن المنحنى (C) و المستقيم D ذو معادلة $y = 1$ يتقاطعان في نقطة وحيدة A يطلب تعيين إحداثياتها.
ب- أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم D
-6 عين معادلة للمماس T للمنحنى (C) عند النقطة A
-7 أنشئ D ، T و (C)

التمرين 47: *Baccalauréat S Amérique du Nord, mai 2007*

-1 f دالة معرفة على R بـ: $f(x) = \frac{1}{4}xe^{-\frac{1}{2}x}$ و C_f تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أدرس إشارة $f(x)$
-2 عين النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$. ماذا تستنتج ؟
-3 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

-2 نعتبر الدالة F المعرفة على $]0\ ;+\infty[$ بـ: $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

-1 باستعمال مكاملة بالتجزئة، عين $F(x)$
-2 عين النهاية للدالة F عند $+\infty$
-3 أدرس اتجاه تغيرات F ثم شكل جدول تغيراتها
-4 بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $3,35 < \alpha < 3,36$ يحقق : $F(\alpha)=0,5$

الأستاذ بن علو

-3 ليكن n عدد طبيعي غير معدوم. نرمز بـ A_n لمساحة الجزء من المستوي المحدد بمحور الفواصل، المنحنى (C) و المستقيمين ذات معادلتين: $x = 0$ و $x = n$ عين أصغر عدد طبيعي n حيث: $A_n \geq 0,5$

التمرين 48: *Baccalauréat S Antilles-Guyane, septembre 2008*

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x+3}$ و C تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

-1 أ) عين النهايات للدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

ب) برهن أن C له مستقيمين مقاربين معادلتين لهما $y = x + 2$ و $y = x - 2$

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \left(\frac{e^x-3}{e^x+3}\right)^2$ ثم شكل جدول تغيرات f

-3 أكتب معادلة للمماس T عند النقطة ذات الفاصلة 0

-4 بين أن النقطة $I(\ln 3 ; \ln 3)$ هي مركز تناظر للمنحنى C

-5 أرسم C و المستقيمات المقاربة و المماس T

-6 λ عدد حقيقي سالب تماما . عين المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى C و المستقيمات ذات المعادلات: $x = \lambda$ و $x = 0$ و $y = x + 2$. عين نهاية $A(\lambda)$ عند $-\infty$

التمرين 49: *Baccalauréat M Algérie, 2eme sujet, juin 2008*

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

-1 أدرس تغيرات الدالة f

-2 بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس (C_f) عند النقطة ω . أثبت أن ω مركز تناظر للمنحنى (C_f)

-3 أحسب $[f(x) - (x - 1)]$ و $[f(x) - (x + 3)]$

استنتج أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

-4 بين أن (C_f) يقطع مخور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 من المجال $]-2,77;-2,76[$

-5 أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ (ندور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ارسم (C_f) و المستقيمين المقاربين و المماس

-6 g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = -x + 3 - \frac{4}{e^x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

-1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)=f(-x)$. استنتج أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول (C_f) إلى (C_g)

-2 أنشئ (C_g) (لا يطلب دراسة g)

التمرين 50: *Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, novembre 2009*

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 e^{-x}$

-1 أ) عين النهايات للدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

ب) أحسب $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f ثم استنتج إشارة f على $\mathbb{R}$

-2 من أجل كل عدد حقيقي a ، نعتبر التكامل : $I(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x)dx$

1) عين حسب قيم a ، إشارة $I(a)$

2) باستعمال مكاملتين بالتجزئة ، بين أنه من أجل كل عدد حقيقي a : $I(\alpha) = 2 - 2e^{-\alpha}\left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2}\right)$

3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي a: $\frac{1}{2}e^{\alpha}I(\alpha) = e^{\alpha} - \left(1 + \alpha + \frac{\alpha^2}{2}\right)$

-3 لتكن g و h دالتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x$ و $h(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$

نسمي C التمثيل البياني للدالة g و P التمثيل البياني للدالة h في المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) بين أن المنحنيين C و P لهما نفس المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0

2) استنتج مما سبق الوضعية النسبية للمنحنيين C و P

التمرين 51: *Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2009*

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + \frac{2}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

-1 أحسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن $w(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

-2 أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

-3 بين أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

-4 أحسب $\lim_{x \to -\infty}[f(x) - (x + 2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

-5 بين أن للمعادلة $f(x)=0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$

-6 أرسم (C_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$

-7 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$

الأستاذ بن علو

-8 أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات: $x = \alpha$ ، $x = 0$ ، $y = x+2$
بين أن $A(\alpha)=2\ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $A(\alpha)$

التمرين 52: Baccalauréat S Algérie, 2eme sujet, juin 2010

نعتبر الدالة العددية f على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$

نرمز بـ (C_f) لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ- أحسب $\lim f(x)$ $x \to -\infty$ و $\lim f(x)$ $x \to +\infty$

ب- أحسب $\lim f(x)$ $x > \to 0$ و $\lim f(x)$ $x < \to 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

-2 أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

-3 أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتين لهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x+1$

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')

-4 أثبت أن النقطة $\omega(0\ ;\ \frac{1}{2})$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f)

-5 أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $\ln 2 < \alpha < 1$ و $-1,4 < \beta < -1,3$

ب- هل توجد مماسات للمنحنى (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟ أرسم (Δ) و (Δ') ثم المنحنى (C_f)

ج- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(m-1)e^{-x} = m$

التمرين 53: Baccalauréat M Algérie, 1er sujet, juin 2010

الجزء I : g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(3-x)e^x - 3$

-1 أدرس تغيرات الدالة g

-2 بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $2,82 < \alpha < 2,83$

-3 استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

الجزء II : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3}{e^x-1}$ $si\ x \neq 0$ $f(0) = 0$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند $x_0 = 0$ ، أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند المبدأ O

-2 أ- بين أن $\lim x^3 e^{-x} = 0$ $+\infty$ ثم أحسب $\lim f(x)$ $+\infty$ ، أحسب $\lim f(x)$ $-\infty$

ب- بين انه من أجل كل $x \neq 0$ فإن: $f'(x) = \frac{x^2}{(e^x-1)^2} g(x)$

ج- تحقق أن $f(\alpha)=\alpha^2(3-\alpha)$ ثم عين حصرا له. أنشئ جدول تغيرات الدالة f

-3 أحسب $f(x)+x^3$ و استنتج الوضعية النسبية لـ (C_f) و (C) منحنى الدالة x^3 - $x \to -\infty$.

بين أن $\lim [f(x) + x^3] = 0$ $+\infty$ وفسر النتيجة بيانيا.

-4 أنشئ في نفس المعلم المماس (T) و المنحنيين (C_f) و (C)

التمرين 54: Baccalauréat TM Algérie, 1er sujet, juin 2010

f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي $f(x) = \frac{3x e^x - 3x - 4}{3(e^x-1)}$ و (C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 عين العددين الحقيقيين a و b بحيث: من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x) = ax + \frac{b}{3(e^x-1)}$

-2 أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها.

-3 بين أن f متزايدة تماما على كل مجال من $\mathbb{R}^*$ ثم شكل جدول تغيراتها.

-4 أ- (D) و (D') المستقيمان اللذان معادلتان لهما على الترتيب: $y = x$ و $y = x + \frac{4}{3}$

بين أن (D) و (D') مقاربان للمنحنى (C_f) ، ثم حدد وضعيته بالنسبة لكل منهما.

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث: $0,9 < x_0 < 0,91$ و $-1,66 < x_1 < -1,65$

ج- أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x)+f(-x)$. فسر النتيجة هندسيا.

د- أرسم (D)، (D') و (C_f)

د-m عدد حقيقي، (D_m) مستقيم معادلة له $y= x +m$. ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة: $f(x)=x + m$

-5 g دالة معرفة على المجال $]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $g(x) = [f(x)]^2$. أدرس تغيرات g دون حساب $g(x)$ بدلالة x

الدوال اللوغاريتمية – مسائل -

التمرين 55: f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 3\ln x$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند 0 و $+\infty$

-2 أدرس تغيرات f

الأستاذ بن علو

-3 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $4,5$ و $4,6$
-4 عين نقطة تقاطع (C) مع المستقيم (Δ) ذو معادلة: $y = x$ و أكتب معادلة للمماس (T) عند هذه النقطة.
-5 أحسب $f(6)$; $f(8)$ و أنشئ (Δ) و (T) و (C)
-6 باستعمال مكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_1^e \ln ln\, x\, dx$
-7 استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x = e$ ، $x = 1$ و $y = x$

التمرين 21: f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x)= - x^2 +10x -9 -8\, lnx$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج ؟
-2 بين أن: $f'(x) = \frac{-2(x-1)(x-4)}{x}$. عين إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f
-3 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل α محصور بين $6,2$ و $6,1$ ثم أنشئ (C)
-4 أ) باستعمال مكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_1^{\alpha} \ln ln\ x\ dx$
2) أحسب بـcm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى(C)والمستقيمات ذات معادلات$x=\alpha$، $x=1$ و $y = 0$
3) أكتب $A(\alpha)$ بدون اللوغاريتم و أعط قيمة تقريبية له بتقريب 10^{-2}

التمرين 56: f دالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = - x +1+ \frac{2}{x} + 3 lnx$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند 0 و $+\infty$
-2 أدرس تغيرات f
-3 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $7,2$ و $7,3$
-4 أحسب $f(10)$ و $f(11)$ أنشئ (C)
-5 F دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $F(x) = x\, ln\, x - x$
1) عين $F'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة f على $]0 ; +\infty[$
2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x = e$ ، $x = 1$ و $y = 0$

التمرين 22: دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x)=(2-lnx)lnx$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.. ماذا تستنتج ؟
2) بين أن $f'(x) = \frac{2(1-\ln ln\, x)}{x}$ ثم أدرس اتجاه تغيرات f و شكل جدول تغيرات f
-2 عين نقطتي تقاطع (C_f) مع $(x'x)$.
-3 عين إحداثيتي نقطة الانعطاف لـ (C_f) .
-4 أكتب معدلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 1$.
-5 أحسب $f(10)$ و أنشئ (T) و (C).
-6 F دالة معرفة على المجال $]0 ; +\infty[$ بـ: $F(x) =x [a (ln\, x)^2 + b\, ln\, x +c]$
1) عين $F'(x)$ ثم عين c ، b ، a حتى تكون F دالة أصلية للدالة f على $]0 ; +\infty[$
2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x = e^2$ ، $x = 1$ و $y = 0$

التمرين 23: f دالة معرفة على $]-\infty ; 0[\cup]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 + ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.
-2 بين ان المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = 2x - 1$ مقارب للمنحنى (C)
-3 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.
-4 أحسب $f\left(-\frac{1}{2} + x\right) + f\left(-\frac{1}{2} - x\right)$. ماذا تستنتج؟
-5 أنشئ المستقيمات المقاربة و المنحنى (C)
-6 باستعمال مكاملة بالتجزئة، أوجد دالة أصلية للدالة $x \to ln(x-\alpha)$ على المجال $]\alpha ; +\infty[$
-7 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات المعادلات: $x=3$ ، $x=1$ و $y = 2x-1$

التمرين 24: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x) = - x + 3 + ln\, |x+1|$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند -1 و $+\infty$ و $-\infty$
-2 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.
-3 بين أن(C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين $4,7$ و $4,8$
-4 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x = -2$
-5 أحسب $f(6)$; $f(8)$ $f(-6)$; $f(-8)$ و أنشئ (T) و (C)

الأستاذ بن علو

-6 باستعمال مكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_0^{e-1} (x+1)\,dx$

-7 استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: x= e -1 ، x = 0 و y = 0

التمرين 25: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x-2}{x-1}-ln|x-1|$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

-2 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

-3 بين أن (C) يقطع (x'x) عند نقطة فاصلتها محصورة بين 2,5- و 2,6-

-4 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة x = 0

-5 أحسب f(4) ; f(5) f(6) ; f(-8) f(-8) و أنشئ (T) و (C)

-6 باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل $\int_2^4 \ln ln\,(x-1)\,dx$

-7 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: x= 4 ، x= 2 و y = 0

التمرين 26: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=-\frac{x}{x+1}+ln|x+1|$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

-2 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

-3 بين أن (C) يقطع (x'x) عند نقطة فاصلتها محصورة بين 4,5- و 4,6-

-4 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة x = - 2

-5 أحسب f(5) ; f(8) f(10) ; f(-8) f(-8) و أنشئ (T) و (C)

-6 لتكن F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: F(x)= -2x+(x+2)ln(x+1)

1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$

2) أحسب المساحة A(λ) للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: λx ، x = 0 و y = 0 مع λ > 0

عين العدد λ حتى يكون: A(λ) = 2ln(λ+1)

التمرين 27: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x-1}+ln|x-1|$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف و أدرس تغيرات f

-2 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة x= 0

-3 عين إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (C)

-4 أحسب f(5) ; f(8) f(10) ; f(-8) f(-8) و أنشئ (T) و (C)

-5 لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: F(x) = x ln | x-1 |

1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$

2) أحسب المساحة A(λ) للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C)و المستقيمات ذات معادلات: λx ، x =2 و y = 0 مع λ >2 .

عين العدد λ حتى يكون: A(λ) = λ.

التمرين 28: f دالة معرفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-2x+4ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ و(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ – أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج ؟

2) بين أن المنحنى (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلته y = - 2 x

-2 بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{-2(x-1)(x+2)}{x(x+1)}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-3 بين أن $\omega\left(-\frac{1}{2};1\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

-4 أنشئ (Δ) و (C)

-5 لتكن F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)= -x^2+4x\ln x-4(x+1)\ln(x+1)$

1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$

2) أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: x=3 ; x=1 و y = -2x

التمرين 29: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x+1+ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|$ و(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ – أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج؟

2) بين أن المنحنى (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلة له $y=\frac{1}{3}x+1$

الأستاذ بن علو

-2 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-2\ ;\ 2\}$ فإن: $f'(x)=\frac{x^2-}{3(x^2-4)}$. أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

-3 بين أن $\omega(0\ ;\ 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

-4 أنشئ (Δ) و (C)

-5 لتكن F الدالة المعرفة على $]\alpha\ ;+\infty[$ بـ: $F(x)=-x+(x-\alpha)\ln(x-\alpha$

1) عين $F'(x)$

2) أحسب مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و(Δ) و المستقيمين اللذين معادلتين لهما: $x=4$ و $x=3$

التمرين 30: f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ و(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج؟

-2 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

-3 عين نقطة تقاطع (C) مع $(x'x)$ و أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x=1$

-4 أنشئ (T) و (C)

-5 أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x=1\ ;\ x=e$ و $y=0$

التمرين 31: f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1+\ln x}{x}$ و(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج؟

-2 أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

-3 عين نقطة تقاطع (C) مع $(x'x)$

-4 أنشئ (Δ) و (C)

-5 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x=\lambda\ ;\ x=\frac{1}{e}$ و $y=0$ حيث: $\lambda>\frac{1}{e}$

عين العدد λ حتى يكون: $A(\lambda)=1+\ln\lambda$.

التمرين 32: f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1+2\ln x}{x^2}$ و(C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج؟

-2 أدرس تغيرات f

-3 عين A نقطة تقاطع (C) مع $(x'x)$

-4 أنشئ (C)

-5 أ- باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\,dx$

ب- أحسب المساحة A للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) وَ المستقيمات ذات معادلات: $x=1\ ;\ x=e$ و $y=0$

التمرين 33: f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\frac{2x-1}{2(x^2-1)}-\frac{1}{2}+\ln|x+1|$ و(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج ؟

-2 تحقق من أن: $f'(x)=\frac{x^2(x-2)}{(x^2-1)^2}$

-3 أدرس تغيرات f ثم شكل جدول تغيرات f

-4 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا x_0 حيث: $3,4<x_0<3,3$ -

-5 أحسب $f(4)$ ، $f(3)$ ، $f(-2)$ و أنشئ المنحنى (C)

-6 أ) أحسب مشتقة F المعرفة على $]-1\ ;\ 1[$ بـ: $F(x)=\left(x+\frac{7}{4}\right)\ln(x+1)+\frac{1}{4}\ln(x-1)-\frac{3}{2}x$

2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلات لها: $y=1$ ؛ $x=2$ ؛ $x=3$

التمرين 34:

الجزء I. h دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $h(x)=1-x^2-\ln x$

-1 أدرس اتجاه تغيرات h

-2 أحسب $h(1)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء II. f دالة معرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ: $f(x)=2-x+\frac{\ln x}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها. ماذا تستنتج ؟

2) بين أن المنحنى (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y=2-x$. أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بين أن: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-2 عين النقطة A من (C) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ). أكتب معادلة للمماس (T)

الأستاذ بن علو

-3 أنشئ (Δ) و (T) و (C)(الوحدة البيانية: 2 cm)

-4 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمات ذات معادلات: $x=1$; $x=\lambda$ و $y=-x+2$ حيث: $\lambda>1$

عين العدد λ حتى يكون: $A(\lambda)=2$

التمرين 35:

الجزء I. h دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x^2+2-2\ln x$

عين $h'(x)$ و انشئ جدول تغيرات h و استنتج إشارة $h(x)$.

الجزء II. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-1+\frac{2\ln x}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ - أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج؟

2) بين أن المنحنى (C) له مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y=x-1$. أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3) بين أن: $f'(x)=\frac{h(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-2 عين النقطة A من (C) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ).أكتب معادلة للمماس (T)

-3 أنشئ (Δ) و (T) و (C) (الوحدة البيانية: 2 cm)

-4 أحسب بـ: cm^2، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات: $x=1$ ؛ $x=e$ و $y=x-1$

التمرين 36:

الجزء I. h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=x+\ln|x|$

-1 عين $h'(x)$ وأدرس تغيرات h . أنشئ جدول تغيرات h

-2 بين أن للمعادلة $h(x)=0$ حل وحيد α محصور بين $0,5$ و $0,6$.استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{2}(\ln|x|)^2$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج؟

2) بين أن: $f'(x)=\frac{h(x)}{x}$ و شكل جدول تغيرات f

-2 بين أن : $f(\alpha)=\alpha+\frac{1}{2}\alpha^2$ و استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

-3 أكتب معادلة للمماس (T) عند $x=1$ و معادلة للمماس (T') عند $x=-1$

-4 أحسب $f(5)$; $f(10)$; $f(-8)$; $f(-10)$ و أنشئ (T) و (T') و (C)

-5 F دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

1) بين أن F دالة أصلية للدالة $x\to(\ln x)^2$ على المجال $]0;+\infty[$

2) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات: $x=1$ ؛ $x=e$ و $y=x$

التمرين 37:

الجزء I. h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=1+\frac{1}{x}+\ln|x|$

-1 عين $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات h

-2 أحسب $h(-1)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x

الجزء II. f دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=(x+1)\ln|x|$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج؟

2) بين أن: $f'(x)=h(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f

-2 استنتج من الجزء I)إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) و أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) عندها

-3 أحسب $f(3)$; $f(2)$; $f(-3)$; $f(-5)$ و أنشئ (T) و (C)

-4 باستعمال مكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات $x=1$; $x=e$ و $y=0$

التمرين 38:

الجزء I. f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=-\frac{2x}{x+1}+\ln|x+1|$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف و أدرس تغيرات f

-2 أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x=0$

-3 عين إحداثيتي نقطة الانعطاف للمنحنى (C)

-4 ما هو عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ في $\mathbb{R}$. نسمي α الحل الموجب تماما. أعط حصرا بعددين طبيعيين متتابعين للعدد α

-5 أحسب $f(5)$; $f(8)$; $f(10)$; $f(-9)$; $f(-10)$; $f(-11)$ و أنشئ (T) و (C).

-6 استنتج إشارة $f(x)$ على $]0;+\infty[$

-7 أ- باستعمال مكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل $\int_0^{\alpha}\ln\ln(x+1)\,dx$. ($\alpha$ هو العدد المعرف سابقاً)

2) بملاحظة أن: $-\frac{2x}{x+1}=-2+\frac{2}{x+1}$ ؛ أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات :

الأستاذ بن علو

$x = \alpha$ ، $x = 0$ و $y = 0$

الجزء II. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x}\ln(e^{2x}+1)$ و (γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

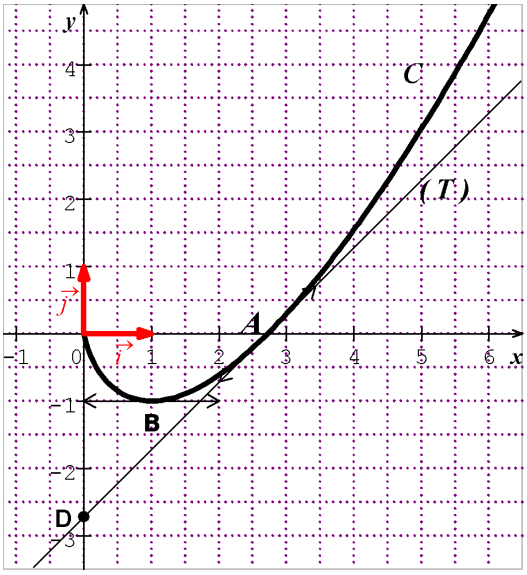
1- أحسب النهايات للدالة g عند أطراف مجموعة التعريف . ماذا تستنتج؟

2- قارن بين $g'(x)$ و $f(e^{2x})$. أدرس تغيرات g

3- ليكن x_0 حل المعادلة $g'(x) = 0$.أحسب x_0 بدلالة α و أعط حصرا للعدد x_0 و $g(x_0)$. أنشئ (γ)

التمرين 39:

الجزء I. f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$، تمثيلها البياني C في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ معطى في الشكل مع المماس (T) عند النقطة $A(e ; 0)$ و الذي يشمل النقطة $D(0 ; -e)$ والمماس الموازي لـ$(x'x)$ عند النقطة $B(1 ; -1)$



1- عين معادلة للمماس (T)

2- بقراءة بيانية:

1) عين $f(1)$ و $f'(1)$

2) شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0 ; +\infty[$

3) شكل جدول تغيرات الدالة f' على المجال $]0 ; +\infty[$

4) لتكن F دالة أصلية للدالة f على $]0 ; +\infty[$

عين اتجاه تغيرات F على $]0 ; +\infty[$

5) أحصر بعددين طبيعيين متتابعين مساحة الحيز المستوي المحدد بمحور الفواصل، المنحنى C و المستقيمين اللذين معادلتين لهما: $x=4$ و $x = 5$

الجزء II. المنحنى C المرسوم في الجزء I هو للدالة f المعرفة على $]0 ; +\infty[$ كما يلي: $f(x)= x(\ln x - 1)$

1- عين النهايات للدالة f عند $+\infty$ و عند 0

2- أ) بين أنه من أجل كل x من $]0 ; +\infty[$: $f'(x) = \ln x$

2) شكل جدول تغيرات f على $]0 ; +\infty[$

3- h دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ $h(x) = x\ln x$

أ) برهن أن الدالة H المعرفة بـ: $H(x) = \frac{1}{2}x^2\ln x - \frac{1}{4}x^2$ هي دالة أصلية للدالة h على $]0 ; +\infty[$

2) استنتج دالة أصلية F للدالة f على $]0 ; +\infty[$ و أحسب $\int_1^e f(x)\,dx$

3) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بمحور الفواصل، المنحنى C و المستقيمين اللذين معادلتين لهما $x=1$ و $x = e$

التمرين 40: f دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{2+2\ln x}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- g دالة معرفة على $]0 ; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2\ln x$

أدرس اتجاه تغيرات g و شكل جدول تغيراتها. استنتج إشارة $g(x)$

2- أ) عين النهايات للدالة f عند 0 و عند $+\infty$.فسر بيانيا هذه النتيجة.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C). عين وضعية (C)بالنسبة إلى (Δ)

3) أدرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها

3- عين النقطة A من (C)التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ). أكتب معادلة للمماس (T)

4- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0,34 < \alpha < 0,35$

5- أنشئ (T) و(Δ) و (C) (الوحدة البيانية : $2\ cm$)

6- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد نقط تقاطع (C) مع المستقيم ذو معادلة $y = x + m$

التمرين 41:

الجزء I. h دالة معرفة على $]-\frac{b}{2} ; +\infty[$ بـ: $h(x)= -x^2 + a x - \ln(2x + b)$ مع a و b عددان حقيقيان.

عين a و b حتى يشمل منحنى h المبدأ O وله مماس موازي لـ$(x'x)$ عند $x = \frac{1}{2}$

الجزء II. f دالة معرفة على $]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ بـ: $f(x)= -x^2 + 2x - \ln(2x+1)$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج؟

2- بين أن: $f'(x) = \frac{2x(1-2x)}{2x+1}$. عين إشارة $f'(x)$ و شكل جدول تغيرات f

3- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل α محصور بين $0,8$ و $0,9$

4- أنشئ (C) (الوحدة البيانية: $4\ cm$)

5- استنتج إشارة $f(x)$ حسب قيم x

الأستاذ بن علو

-6 أ) باستعمال مكاملة بالتجزئة أحسب التكامل $\int_0^{\alpha} \ln ln\,(2x+1)dx$

2) أحسب بـ cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات ذات معادلات: $x=\alpha$ ، $x=0$ و $y=0$

3) أكتب $A(\alpha)$ بدون اللوغاريتم و أعط قيمة تقريبية له بتقريب 10^{-2}

التمرين 42:

-1 g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x^2}{2}+1-ln\,x$

أدرس اتجاه تغيرات g ثم شكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات). استنتج إشارة $g(x)$

-2 f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{\ln ln\,x}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-3 أ) أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف. ماذا تستنتج؟

2) أحسب النهاية $\lim_{+\infty}\left[f(x)-\frac{x}{2}\right]$. ماذا تستنتج ؟ أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

-4 بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f

-5 (T) المماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 . عين x_0 علما أن ميل (T) هو $\frac{1}{2}$. أكتب معادلة للمماس (T)

-6 بين أن (C) يقطع $(x'x)$ عند نقطة فاصلتها α حيث: $0,5 < 1 < \alpha$.

-7 أرسم (T) و (C). (نأخذ $2\ cm$ كوحدة طول).

-8 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتين لهما: $x=1$ و $x=e$

-9 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد نقط تقاطع (C) مع المستقيم (Δ_m) ذو معادلة: $y=\frac{1}{2}x+m$

التمرين 43:

الجزء I- g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=x^2-4x+3+6\ln|x-2|$

-1 أحسب $g(1)$ و $g(3)$

-2 أدرس تغيرات g و استنتج إشارة $g(x)$

الجزء II- f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=x+2-\frac{5}{x-2}-\frac{6ln|x-2|}{x-2}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $y=x+2$ مقارب للمنحنى (C)

-2 بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-2)^2}$ و استنتج تغيرات f ثم شكل جدول تغيرات f

-3 أحسب $f(-4)$ ، $f(4)$ ، $f(0)$ ، $f(-1)$ بالتقريب إلى 10^{-1}

-4 تحقق أن النقطة $\omega\ (2\ ;\ 4)$ مركز تناظر للمنحنى (C). أرسم (C)

-5 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C)، و المستقيمات اللاتي معادلات لها: $x=3$ ، $y=x+2$ و $x=4$

التمرين 44:

الجزء I. H دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x^2-2\ln x$

عين $h'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات h. استنتج إشارة $h(x)$

الجزء II. F دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x-3}{2}+\frac{1+lnx}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

-1 أ) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ مقارب للمنحنى (C)

3) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ).

4) بين أن: $f'(x)=\frac{h(x)}{2x^2}$ و استنتج إشارة $f'(x)$. أنشئ جدول تغيرات f

-2 عين النقطة A من (C) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ). أكتب معادلة للمماس (T)

-3 أنشئ (Δ) و (T) و (C) (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-4 أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم القارب المائل (Δ) وَ المستقيمين ذات معادلتين: $x=1$; $x=\lambda$ حيث: $\lambda > 1$. عين العدد λ حتى يكون: $A(\lambda)=2$

التمرين 45: g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=1+\frac{3}{4x^2}-\frac{3lnx}{2x^2}$

-1 أدرس تغيرات الدالة g (لا يطلب حساب النهايات) و أدرس إشارة $g(x)$

-2 f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{3}{4x}+\frac{3lnx}{2x}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

الأستاذ بن علو

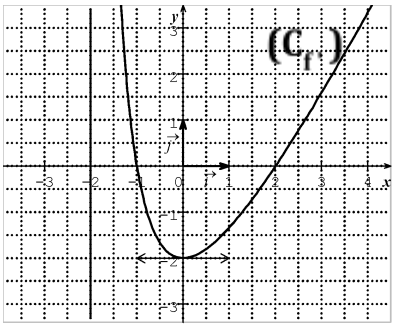
2) أحسب $[f(x) - x]$. ماذا تستنتج ؟
3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات f
-3 جد معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 1
-4 بين أن (C) له نقطة انعطاف
-5 بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $0,5 < \alpha < 0,6$
-6 أرسم (C) و (T)
-7 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y = x$ ؛ $x = 1$ و $x = e$

التمرين 46:

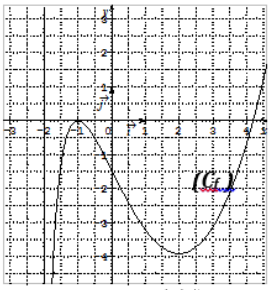
-1 g دالة معرفة على $]0 ; + \infty[$ بـ: $g(x)=\ln x+2x^2 - 3$
1) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g
2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $1,18 < \alpha < 1,19$
3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

-2 f دالة معرفة على $]0 ; + \infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 5 + \frac{2}{x} - \frac{\ln x}{x}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
1) أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.
2) بين أن المستقيم Δ ذو معادلة $y = 2x-5$ مستقيم مقارب للمنحنى (C). أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم Δ
-3 أ) أحسب $f'(x)$ و بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات f
2) أكتب $f(\alpha)$ على شكل عبارة لا تشمل على $\ln \alpha$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$
-4 أنشئ (C) و Δ.
-5 أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم Δ و المستقيمين ذات معادلتين $x = 1$ و $x = e$

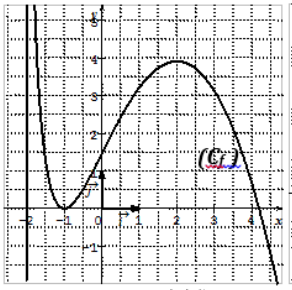
التمرين 47: لتكن f دالة عددية مستمرة و قابلة للاشتقاق على المجال $]-2 ; + \infty[$ ، f' الدالة المشتقة للدالة f و (C_f) التمثيل البياني للدالة f' في معلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المعطى في الشكل الموالي.



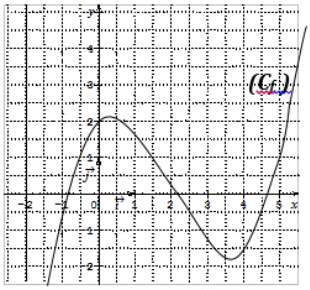
-1 بقراءة بيانية :
1) عين $f'(2)$ ، $f'(-1)$ و $f'(0)$ و عين $f''(0)$
2) شكل جدول تغيرات f
-2 ثلاث منحنيات مرسومة في الأشكال التالية . واحد فقط يمثل الدالة f عينه مع تبرير الإجابة.



المنحنى 3



المنحنى 2



المنحنى 1

-3 نفرض أن الدالة f معرفة بالشكل التالي: $f(x) = a x^2 + b x + c + 8 \ln(x + 2)$ مع c ، b ، a أعداد حقيقية.
1) عين $f'(x)$ و $f''(x)$
2) باستعمال $f'(0)$ ، عين b
3) باستعمال $f''(0)$ ، عين a
4) باستعمال المنحنى (C_f) و بعد تعيين $f(-1)$ ، بين أن $f(x) = x^2 - 6x - 7 + 8 \ln(x + 2)$

-4 نعتبر التكامل: $I = \int_{-1}^{0} - f'(x)\, dx$
1) باستعمال المنحنى المناسب ، أعط حصرا بعددين طبيعيين متتابعين للعدد I
2) أعط تفسيرا هندسيا للعدد I باستعمال المنحنى (C_f) ثم باستعمال المنحنى (C_f)
3) عين القيمة المضبوطة للعدد I

التمرين05:

-1 حل في $\mathbb{C}$ كلا من المعادلتين: $z^2 - 2z + 5 = 0$ و $z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3} = 0$
-2 نعتبر في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ A ؛ B ؛ C ؛ D صور الأعداد المركبة:

الأستاذ بن علو

$z_A = 1+2i$ ، $z_B = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C = 1-2i$ ، $z_D = 1+\sqrt{3}-i$ على الترتيب.

1) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

2) أكتب معادلة للدائرة (Γ) المحيطة بالمثلث ABC

أثبت أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (Γ). أنشئ (Γ) و النقط A ؛ B ؛ C ؛ D في المعلم السابق

التمرين06: المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: 1) $(z^2-2(1-\sin\theta)z+2(1-\sin\theta)=0$ حيث θ عدد حقيقي من المجال $\left[0;\frac{}{2}\right]$

-2 ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (1)

1) أحسب بدلالة θ طويلة z_1 و z_2

2) عين θ بحيث يكون $|z_1|=|z_2|=1$ ثم عمدة لكل من z_1 و z_2

-3 نعتبر النقطة M_1 ذات اللاحقة z_1 و النقطة M_2 ذات اللاحقة z_2 .

بين أنه عندما يتغير θ على المجال $\left[0;\frac{}{2}\right]$ فإن النقطتين M_1 و M_2 ترسمان مجموعة (E) يطلب تحديدها.

التمرين07: نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول 1) $(z: 3|z|^2-2z^2+z-2=0$

-1 أ) أثبت أن المعادلة (1) تقبل حلين حقيقيين يطلب تحديديهما.

ب) بين أن المعادلة (1) لا تقبل أي حل تخيلي صرف.

-2 بين أنه إذا كان z_0 حلا للمعادلة (1) فإن مرافقه $\overline{z_0}$ هو أيضا حل لها.

-3 حل المعادلة (1) . (يمكن وضع $z=x+iy$).

التمرين08: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية: $5\ cm$

نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=1$ و $z_B=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$

-1 أ) بين ان A و B تنتميان إلى الدائرة (C) التي مركزها O و نصف قطرها 1

ب) عين عمدة للعدد z_B . أنشئ الدائرة (C) و علم النقطتين A و B

د) ليكن I منتصف القطعة $[AB]$ و z_I لاحقته. علم I و بين أن $z_I=\frac{2+\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}i$

-2 أ) أحسب المسافة OI و أثبت أن $OI=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

ب) برهن أن المستقيم (OI) هو منصف الزاوية $A\hat{O}B$. استنتج عمدة للعدد z_I

ج) عين الشكل الأسي للعدد z_I

-3 باستعمال النتائج السابقة بين أن: $\cos\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

التمرين09: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. الوحدة البيانية: $2\ cm$

-1 من أجل كل عدد مركب z ، نضع $P(z)=z^3-(2\sqrt{3}+2)z^2+(4+4\sqrt{3})z-8$

1) أحسب $P(2)$

2) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث: من أجل كل عدد مركب z ، $P(z)=(z-2)(az^2+bz+c)$

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$ و أكتب الحلول على الشكل الأسي.

-2 نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A=2$ و $z_B=2e^{\frac{\pi}{6}}$ و ليكن C منتصف $[AB]$ و z_C لاحقتها.

1) علم النقط A ، B و C و بين أن OAB مثلث متساوي الساقين.

2) عين بالراديان، قيس للزاوية $(\vec{OB};\vec{OC})$

3) أكتب z_C على الشكل الجبري.

4) عين الطويلة للعدد z_C و بين أن $|z_C|=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

5) بين أن $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

التمرين10: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. الوحدة البيانية: $2\ cm$

-1 من أجل كل عدد مركب z ، نضع $P(z)=z^3+(2\sqrt{2}-4)z^2+(8-8\sqrt{2})z+16\sqrt{2}$

1) أحسب $P(-2\sqrt{2})$

2) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث: من أجل كل عدد مركب z، $P(z)=(z+2\sqrt{2})(az^2+bz+c)$

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$

-2 نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات $z_A=2+2i$ ، $z_B=2-2i$ و $z_C=-2\sqrt{2}$

1) بين أن A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة Γ ذات المركز O ، يطلب تعيين نصف قطرها.

الأستاذ بن علو

2) علم النقط A ، B و C

3) ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

-3 أ) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي . استنتج قيس للزاوية $\left(\vec{OB}\ ;\ \vec{OA}\right)$

2) عين إذن قيس الزاوية $\left(\vec{CB}\ ;\ \vec{CA}\right)$

3) برهن أن قيس الزاوية $\left(\vec{AC}\ ;\ \vec{AB}\right)$ هي $\frac{3\pi}{8}$

4) استنتج المساواة : $\tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2}$

التمرين11: المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. الوحدة البيانية: $2\ cm$

-1 من أجل كل عدد مركب z ، نضع $P(z) = z^3 + (2\sqrt{3} - 2)z^2 + (4 - 4\sqrt{3})z - 8$

1) أحسب $P(2)$

2) عين الأعداد الحقيقية a، b و c حيث: من أجل كل عدد مركب z ، $P(z)=(z-2)(az^2 + bz + c)$

3) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$

-2 نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات $z_A = 2$ و $z_B = -\sqrt{3} + i$ و $z_C = -\sqrt{3} - i$

1) أكتب z_B و z_C على الشكل الأسي واستنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

2) علم النقط A ، B و C و الدائرة (γ) و بين أن OCB مثلث متقايس الأضلاع.

3) استنتج بالراديان، قيس للزاوية $\left(\vec{OB};\vec{OC}\right)$ ثم قيس للزاوية $\left(\vec{AB};\vec{AC}\right)$

التمرين12: Baccalauréat S Nouvelle-Calédonie, Décembre 1999

-1 أرسم في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ الدائرتين ذات المركز O و نصفي قطريهما 1 و 2 وعلم النقط A ، B وَ D ذات اللاحقات على الترتيب $\sqrt{3} + i$ ، $\sqrt{3} - i$ و $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-2 نعتبر الدوران R ذو المركز O و الزاوية $\frac{\pi}{3}$ و الإنسحاب T ، لاحقة شعاعه 1 .

1) عين اللاحقتين $z_{A'}$ و $z_{B'}$ للنقطتين A' و B' ، صورتي النقطتين A و B على الترتيب بالدوران R .

2) عين اللاحقة $z_{D'}$ للنقطة D' ، صورة النقطة D بالإنسحاب T ثم علم النقط B ، A' وَ D' .

-3 عين عمدة للعدد المركب $\frac{z_{A'} - z_{B'}}{z_{D'}}$. تحقق أن المستقيم (OD') هو محور للمثلث $OA'B$.

التمرين13: Baccalauréat S Liban, Juin 1999

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. (الوحدة: $1\ cm$)،
النقط C ، B ، A و D ذات اللاحقات $8-4i+3$ ، $-1-7i$ ، $7-i$ ، i على التوالي.

-1 علم النقط C، B ، A و D. ما هي طبيعة المثلث ABC ؟

-2 برهن أن D ، C، B ، A تنتمي إلى نفس الدائرة. نوضع لاحقة المركز I لهذه الدائرة و نصف قطرها.

-3 بكل نقطة M لاحقتها z ، مع z غير معدوم ، نرفق النقطة M' لاحقتها z' حيث $z' = \frac{10}{z}$.

1) أكتب على الشكل الجبري اللاحقات z_C ، $z_{B'}$ ، $z_{A'}$ للنقط C، B' ، A' (مرفقة على الترتيب بـ C، B ، A)

2) تحقق أن: $\frac{z_{C'} - z_{A'}}{z_{B'} - z_{A'}} = 2$ و استنتج قيس للزاوية $\left(\vec{A'B'}\ ;\ \vec{A'C'}\right)$.

3) ما يمكن استنتاجه بالنسبة للنقط C، B' ، A' ؟

التمرين14: Baccalauréat S Amérique du Nord, Juin 1999

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$. (الوحدة: $4\ cm$).

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 1$ و $z_B = e^{i\frac{\pi}{12}}$ على الترتيب. النقطة C صورة B بالدوران r ذو المركز O و الزاوية $\frac{\pi}{12}$.

-1 أ) أحسب اللاحقة z_C للنقطة C على الشكل الأسي ثم الشكل الجبري.

ب) ليكن I منتصف القطعة $[AC]$. أحسب لاحقة النقطة I .

ج) ضع شكلاً.

-2 أ) أثبت أن المستقيمين (OI) و (OB) متطابقان.

ب) أكتب على الشكل المثلثي لاحقة النقطة I .

ج) عين القيمة المظبوطة للعددين $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$ (علما أن $\sqrt{4\sqrt{3} + 8} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$)

التمرين15: Baccalauréat S Antilles-Guyane, Septembre 1999

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

-1 نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E) : z^3 + 8 = 0$

الأستاذ بن علو

1) عين الأعداد الحقيقية a ، b وَ c حيث: $(z^3+8)=(z+2)(az^2+bz+c)$ من أجل كل عدد مركب z

2) حل المعادلة (E). (تعطى الحلول على الشكل الجبري).

3) أكتب هذه الحلول على الشكل الأسي.

-2 A ، B ،C نقط لاحقاتها: -2 ، $\sqrt{3}i-1$ ، $\sqrt{3}i+1$ ، النقطة D منتصف $[OB]$ و الدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$

1) بين أن $R(A)=B$ وَ $R(B)=C$ وَ $R(C)=A$ و استنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع. علم النقط C، B ، A

2) نعتبر النقطة L حيث: $\vec{AL}=\vec{OD}$. عين لاحقته z_L. عين عمدة للعدد $\frac{z_L}{z_D}$. استنتج أن الشعاع $\vec{OL}$ عمودي على الشعاع $\vec{OD}$ و على الشعاع $\vec{AL}$. بين أن L يقع على دائرة قطرها $[OA]$.علم النقطة L على الشكل.

التمرين16: ___ Baccalauréat S Asie, juin 2000

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية $2\ cm$)

نرمز بـ C ، B ، A وَ D للنقط ذات اللاحقات $z_C=2+3i$ ، $z_B=3$ ، $z_A=-1$ وَ $z_D=-1+2i$ على التوالي.

-1 علم النقط C ، B ، A وَ D

-2 أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_B}$ على الشكل الأسي. ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للقطعتين $[AC]$ و $[BD]$

-3 ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ أحسب المساحة s للرباعي $ABCD$

التمرين17: ___ Baccalauréat S Inde, Avril 2000

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.(الوحدة البيانية: $4\ cm$).

نسمي B النقطة التي لاحقتها i وَ M_1 النقطة التي لاحقتها $z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

-1 عين الطويلة وَ عمدة للعدد z_1

-2 لتكن M_2 النقطة ذات اللاحقة z_2، صورة M_1 بالدوران الذي مركزه O و قيس لزاويته $\frac{\pi}{2}$.

عين الطويلة و عمدة للعدد z_2 و بين أن النقطة M_2 هي نقطة من المستقيم (D) ذو معادلة $y=x$.

-3 لتكن M_3 النقطة ذات اللاحقة z_3 ، صورة M_2 بالتحاكي الذي مركزه O و نسبته $2+\sqrt{3}$

1) بين أن: $z_3=\frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$

2) بين أن النقطتان M_1 وَ M_3 تنتميان إلى الدائرة التي مركزها B و نصف قطرها $\sqrt{2}$

-4 باستعمال الأسئلة السابقة ، أنشئ النقط M_3، M_2، M_1 مع توضيح مختلف مراحل الإنشاء

-5 بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z (متمايزة مع B)، نرفق النقطة M' ذات اللاحقة Z حيث: $Z=\frac{1}{i-z}$. عين و انشئ المجموعة (F) للنقط M من المستوي (متمايزة مع B)حيث M' تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 1

التمرين18: ___ Baccalauréat S Pondichéry, Mai 2001

f دالة ترفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1، العدد المركب $f(z)=\frac{2-iz}{1-z}$

المستوي مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$(وحدة الطول: $2\ cm$).A نقطة من المستوي لاحقتها($z_A=-2i$)

-1 نضع: $z=x+iy$ مع x و y عددان حقيقيان.

1) أكتب $f(z)$ على الشكل الجبري.

2) استنتج مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $f(z)$ عدد حقيقي ومثل هذه المجموعة.

-2 نضع : $f(z)=z'$

1) تحقق أن i ليس له سابقة بالدالة f و أكتب z بدلالة z' من أجل z' يختلف عن i.

2) M نقطة لاحقتها z يختلف عن 1 و M' نقطة لاحقتها z' z' يختلف عن i.

بين أن : $OM=\frac{M'C}{M'D}$ حيث C و D هما نقطتان لاحقتهما 2 و i.

3) بين أنه لما M يمسح الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 1 منقوصة من A، صورتها M' تنتمي إلى مستقيم ثابت يطلب تعيينه هندسياً.

4) بين أنه لما M هي نقطة من المحور الحقيقي ماعدا O و A فإن M' تنتمي إلى المستقيم (CD).

التمرين19: ___ Baccalauréat S Polynésie française, Juin 2001

في المستوي المركب (π) المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، (الوحدة البيانية: $2\ cm$)، نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب: $z_A=-1$ وَ $z_B=3i$

f دالة من (π) ماعدا A في (π) و الذي ترفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=i\left(\frac{z-3i}{z+1}\right)$ (1)

-1 لتكن C النقطة ذات اللاحقة $z_C=2-i$ ، بين أنه توجد نقطة وحيدة D حيث: $f(D)=C$.

-2 عين طبيعة المثلث ABC .

-3 أ) باستعمال العلاقة (1) ، بين أنه، من أجل كل نقطة M متمايزة مع A و B:

الأستاذ بن علو

$\left(\vec{u}\,;\,\vec{OM'}\right) \equiv \frac{\pi}{2} + \left(\vec{MA}\,;\,\vec{MB}\right)[2\pi]$ و $OM' = BM$

ب) استنتج و أنشئ مجموعات النقط التالية:

- المجموعة (E) للنقط M بحيث أن الصورة M' تنتمي إلى الدائرة (γ) ذات المركز O و نصف القطر 1.
- المجموعة (F) للنقط M حيث لاحقة M' عدد حقيقي.

-4 R دوران مركزه O و قيس لزاويته $\frac{\pi}{2}$. نرمز بـ C_1 لصورة C بالدوران R. عين لاحقة C_1 وَ بين أن C_1 تنتمي إلى المجموعة (E)

التمرين20: Baccalauréat S Asie, Juin 2001

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

f دالة ترفق بكل نقطة M لاحقتها z $(z \neq -1)$ النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$

لتكن A؛ B وَ C النقط ذات اللاحقات $z_A = -1$ ؛ $z_B = 2i$ ؛ $z_C = -i$ على الترتيب.

-1 لتكن C' صورة C بالدالة f. عين اللاحقة $z_{C'}$ للنقطة C' على الشكل الجبري ثمّ على الشكل المثلي و الأسي.

-2 أحسب اللاحقة z_D للنقطة D صورتها بالتطبيق f النقطة D' ذات اللاحقة $z_{d'} = \frac{1}{2}$

-3 من أجل كل عدد مركب z يختلف عن -1، نرمز بِـ p لطويلة $z+1$ و p' طويلة $z'+i$

(1 برهن أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن -1 ؛ لدينا: $pp' = \sqrt{5}$

(2 M نقطة من الدائرة (Γ) التي مركزها A و نصف قطرها 2. بين أن $M' = f(M)$ تنتمي إلى دائرة (Γ')، يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

-4 من أجل كل عدد مركب z يختلف عن -1، نعتبر العدد المركب $\omega = \frac{z-2i}{z+1}$، فسر هندسيا عمدة للعدد المركب ω

-5 بين أن: $z' = -i\,\omega$ ثم عين المجموعة (F) للنقط M ذات اللاحقة z حيث z' عدد حقيقي غير معدوم.

-6 تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المجموعتين (Γ) و(F) ثم مثل المجموعات (Γ) و(F) و(Γ')، نأخذ $4\ cm$ كوحدة بيانية

التمرين21: Baccalauréat S Amérique du Sud, Novembre 2001

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-1 **أ)** عين الكتابة الجبرية للعدد المركب الذي طويلته 2 و عمدة له $\frac{\pi}{2}$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z - 2 = 4i - iz$. نكتب الحل على الشكل الجبري.

-2 نرمز بـ A، I و B النقط ذات اللاحقات على الترتيب 1، $2i$ و $3+i$. ضع شكلا يُتمم فيما بعد.

(1 أحسب اللاحقة z_C للنقطة C صورة A بالتناظر الذي مركزه I.

(2 أكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ و استنتج الطويلة و عمدة لهذا العدد (z_A و z_B لاحقتي A وB)

(3 لتكن D النقطة التي لاحقتها z_D حيث $z_D - z_C = z_A - z_B$. بين أن $ABCD$ مربع.

-3 من أجل كل نقطة M من المستوي، نعتبر الشعاع $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$.

(1 عبر عن الشعاع $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ بدلالة الشعاع $\vec{MI}$

(2 بين أن النقطة K المعرفة بـ $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} + \vec{KD} = 2\vec{AB}$ هي منتصف القطعة $[AD]$.

(3 عين المجموعة Γ للنقط M من المستوي حيث: $\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\| = \|2\vec{AB}\|$. أنشئ Γ.

التمرين22: Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2002

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

F دالة من المستوي في نفسه يرفق بكل نقطة M لاحقتها z، النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = (1+i)z + 2$

-1 لتكن A النقطة ذات اللاحقة $2i - 2$. عين لاحقتي النقطتين A' وB حيث: $A' = F(A)$ و $F(B) = A$

-2 **أ)** بين أنه توجد نقطة متطابقة مع صورتها. نرمز بـ Ω هذه النقطة و ω لاحقتها

ب) بين أنه من أجل كل عدد مركب z مختلف عن ω، $\frac{z'-z}{\omega-z} = -1$.

-3 لتكن M نقطة متمايزة مع Ω. قارن بين MM' و $M\Omega$ و عين قيس الزاوية $\left(\vec{M}\,;\,\vec{MM'}\right)$.

استنتج طريقة لإنشاء M' انطلاقا من M

-4 **أ)** عين طبيعة و عناصر المجموعة Γ للنقط $M(z)$ حيث: $|z + 2 - 2i| = \sqrt{2}$. تحقق أن B هي نقطة من Γ.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد مركب z، $z' + 2 = (1+i)(z+2-2i)$

ج) برهن أن الصورة بالدالة F لكل نقطة من Γ تنتمي إلى الدائرة Γ' التي مركزها A' و نصف قطرها 2

د) علم النقط Γ، A'، B، A، O و Γ' على نفس الشكل.

التمرين23: Baccalauréat S France, juin 2002

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 2\sqrt{3}\,z + 4 = 0$

الأستاذ بن علو

-2 A و B نقطتين من المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ لاحقتاهما على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ و $z_B=\sqrt{3}-i$. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي و علم النقطتين A و B (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-3 أ) ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$. أحسب على الشكل الأسي اللاحقة z_A، للنقطة A' صورة A بالدوران r
أكتب z_A، على الشكل الجبري و علم النقطة A' في الشكل السابق.

ب) لتكن h التحاكي الذي مركزه O و نسبته $-\frac{3}{2}$.
أحسب اللاحقة z_B، للنقطة B' صورة B بالتحاكي h . علم النقطة B' على الشكل السابق.

-4 لتكن C مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $OA'B'$ و R نصف قطرها. نرمز بـ z_C للاحقة النقطة C .

(1 أثبت المساواة التالية: $z_C=\overline{z_C}$ ، $(z_C-2i)(\overline{z_c}+2i)=R^2$ ، $\left(z_C+\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_c}+\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)=R^2$

(2 استنتج أن $z_C-\overline{z_C}=2i$ ثم $z_C+\overline{z_C}=-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ و استنتج z_C و قيمة R

التمرين24: **Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2003**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$).
نعتبر النقط A ، B و C ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=2$

-1 أ . علم النقط A ، B و C و تحقق أن: $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC

ب . عين مركز و نصف قطر الدائرة Γ_1 المحيطة بالمثلث ABC . أرسم Γ_1 .

-2 بين أن المجموعة Γ_2 للنقط M ذات اللاحقة z التي تحقق $z\overline{z}+2(z+\overline{z})=0$ هي دائرة مركزها Ω لاحقته -2 .
وضح نصف قطرها. أنشئ Γ_2 . تحقق أن A و B نقطتان من Γ_2

-3 نسمي r_1 الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$

(1 ما هي صورتي A و B بالدوران r_1 ؟ أنشئ C_1 صورة C الدوران r_1 ثم أحسب لاحقته.

(2 عين صورة Γ_2 بالدوران r_1

-4 ليكن r دوران. من أجل كل نقطة M لاحقتها z ، نسمي M' صورتها بالدوران r و z' لاحقة M'
نضع: $z'=az+b$ مع $|a|=1$ و $a\neq 1$. نفرض أن Γ_1 صورة Γ_2 بالدوران r

(1 ما هي صورة Ω بالدوران r ؟ استنتج علاقة بين a و b

(2 عين بدلالة a لاحقة النقطة $r(C)$ (و استنتج أن $r(C)$ تنتمي إلى دائرة ثابتة يطلب تعيينها. تحقق أنها تشمل C_1

التمرين25: **Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2003**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$
نعتبر النقط A_0 ؛ A_1 ؛ A_2 ذات اللاحقات: $z_0=5-4i$ ؛ $z_1=-1-4i$ ؛ $z_2=-4-i$ على التوالي

-1 بين أنه يوجد تشابه مباشر وحيد T حيث: $T(A_0)=A_1$ و $T(A_1)=A_2$. عين عناصره المميزة. (ω لاحقة المركز Ω)

-2 نعتبر النقطة M ذات اللاحقة z مع $z\neq -1+2i$ و صورتها M' ذات اللاحقة z' بالتحويل T
تحقق أن $(z'-\omega)=i(z-z')$ ؛ استنتج طبيعة المثلث $\Omega MM'$

-3 من أجل كل عدد طبيعي n، النقطة A_{n+1} معرفة بـ: $A_{n+1}=T(A_n)$. نضع $u_n=A_nA_{n+1}$
علم النقط A_0 ؛ A_1 ؛ A_2 و أنشئ هندسيا النقط A_3 ؛ A_4 ؛ A_5 ؛ A_6 . برهن أن (u_n) متتالية هندسية.

-4 (v_n) متتالية معرفة على N كما يلي: $v_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$. عبر عن v_n بدلالة n . هل (v_n) متقاربة ؟

-5 أحسب بدلالة n نصف القطر r_n للدائرة المحيطة بالمثلث ΩA_nA_{n+1}

-6 عين أصغر عدد طبيعي n حيث: $r_n<10^{-2}$

التمرين26: **Baccalauréat S Pondichéry, avril 2004**

الجزء I:

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$ ، نرمز بـ z' للحل الذي جزءه التخيلي موجب و z'' للحل الآخر

-2 أكتب حلي المعادلة على الشكل الأسي

-3 أعط القيمة الدقيقة على الشكل الأسي ثم الشكل الجبري للعدد $(z')^{2004}$

الجزء II: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

-1 بين أن النقطتين A ذات اللاحقة $z_A=1+i\sqrt{3}$ و B ذات اللاحقة $z_B=1-i\sqrt{3}$ تنتميان إلى نفس الدائرة التي مركزها O ، يطلب تعيين نصف قطرها. أرسم الدائرة و علم A و B

-2 لتكن O' صورة O بالدوران r_1 الذي مركزه A و زاويتها $-\frac{\pi}{2}$ و B' صورة B بالدوران r_2 الذي مركزه A و زاويته $+\frac{\pi}{2}$
أحسب لاحقتي O' و B' و علمهما

-3 ليكن I منتصف القطعة $[OB]$

(1 أعط تخمينا حول المستقيم (AI) في المثلث $AO'B'$

الأستاذ بن علو

(2 عين لاحقة الشعاع $\vec{AI}$. بين أن لاحقة الشعاع $\vec{O'B'}$ هي $3\sqrt{3} - i$. هل تخمين السؤال أ) صحيح ؟

التمرين27: **Baccalauréat S Liban, juin 2004**

التمرين28: **Baccalauréat S Amérique du Sud, novembre 2006**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، الوحدة البيانية : 1 cm

1- علم النقط C، B، A و D ذات اللاحقات $z_C = 5i$ ، $z_D = -3 - i$ ، $z_B = 1+i$ ، $z_A = 4 + i$ على شكل.

2- T تحويل نقطي من المستوي في نفسه يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1+2i)z - 2 - 4i$

(1 وضح صورتي A و B بالتحويل T

(2 بين أن T يقبل نقطة صامدة وحيدة Ω ، يطلب تعيين لاحقته z_Ω

3- أ) بين أنه من أجل كل عدد مركب z ($z \neq 2 - i$) $z' - z = -2i(2 - i - z)$

ب) استنتج، من أجل كل نقطة M متمايزة مع Ω ، قيمة $\frac{MM'}{M}$ و قيس بالراديان للزاوية $(\vec{M}; \vec{MM'})$

ج) ما هي طبيعة المثلث $\Omega MM'$ ؟

د) E نقطة لاحقتها $z_E = -1 - i\sqrt{3}$. أكتب z_E على الشكل الأسي ثم علم E . أرسم 'E صورة E بالتحويل T

التمرين29: **Baccalauréat S Pondichéry, avril 2007**

1- نعتبر النقطتين I و B ذات اللاحقتين $z_I = 1+i$ و $z_B = 2+2i$ و R الدوران الذي مركزه B و زاوية له $\frac{\pi}{3}$.

(1 عين الكتابة المركبة للدوران R

(2 أحسب اللاحقة z_A للنقطة A صورة I بالدوران R

(3 بين أن A، O و B تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها I . استنتج أن المثلث OAB قائم في A .

(4 أعط قيس للزاوية $(\vec{OA}; \vec{OB})$. استنتج قيس للزاوية $(\vec{u}; \vec{OA})$.

2- أحسب اللاحقة z_A، للنقطة 'A صورة A بالانسحاب T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{IO}$.

3- ما هي طبيعة الرباعي 'OIAA ؟

4- بين أن $-\frac{\pi}{12}$ هو عمدة للعدد z_A،

التمرين30: **Baccalauréat S France, spécialité, juin 2007**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

نعتبر النقط B ، A و C ذات اللاحقات على الترتيب: $z_C = 3 - 2i$ ، $z_B = -7 - 2i$ ، $z_A = -5 + 6i$

1- بين أن النقطة F ذات اللاحقة $z_F = -2+i$ هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

2- H نقطة لاحقتها $z_H = -5$. عين العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه A و يحول C إلى H . عين عناصره المميزة

3- ليكن I منتصف [AC]. عين لاحقة G صورة I بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{2}{3}$.

4- برهن أن النقط G ، H و F على استقامة واحدة.

التمرين31: **Baccalauréat S La Réunion, juin 2007**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$

لتكن النقط B ، A و C ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A = -2\sqrt{3}$ ، $z_B = \sqrt{3} - 3i$ و $z_C = 2i$

1- أ) أكتب z_B على الشكل الأسي.

ب) علم النقط B ، A و C .

2- ليكن E مرجح الجملة $\{(A;1);(C;3)\}$ و F مرجح الجملة $\{(A;2);(B;1)\}$. عين z_E و z_F لاحقتي E و F .

3- أ) أكتب العدد $\frac{z_E - z_C}{z_E - z_B}$ على الشكل الجبري و الأسي. استنتج أنه في المثلث (BE) ، (ABC) هو ارتفاع مرسوم من B

ب) علم E ثم بين أن النقطة F لها نفس الخاصية . علم F .

4- ليكن H مرجح الجملة $\{(A;2);(B;1);(C;6)\}$.

بين أن H هي نقطة تقاطع المستقيمين (BE) و (CF). ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة H ؟

التمرين32: **Baccalauréat S France, juin 2008**

I، B، A نقط من المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ لواحقها على التوالي $1 + 2i$ ، $-3 - i$ ، i.

بكل نقطة $M(z)$ نرفق النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = z^2 - 4z$. النقطة M' تسمى صورة النقطة M

1- ضع شكل و أتممه أثناء حل التمرين.

2- أحسب لاحقتي النقطتين A' و B' صورتا A و B على التوالي. ماذا تلاحظ ؟

3- عين النقط التي لاحقة صورتها 5 –

4- أ) تحقق أنه من أجل كل عدد مركب z، $z' + 4 = (z - 2)^2$.

ب) استنتج علاقة بين $|z' + 4|$ و $|z - 2|$ و لما يكون z مختلف عن 2، علاقة بين $\arg(z' + 4)$ و $\arg(z - 2)$.

الأستاذ بن علو

ج) ما يمكن قوله عن النقطة M' ، لما تمسح النقطة M الدائرة التي مركزها I و نصف قطرها 2 ؟

-5 لتكن النقطة E ذات اللاحقة $2 + 2e^{\frac{\pi}{3}}$ ، J النقطة ذات اللاحقة 4 - و E' صورة E.

(1 أحسب المسافة IE و قيس بالراديان للزاوية $(\vec{IE}\ ;\ \vec{u})$

(2 أحسب المسافة JE' و قيس بالراديان للزاوية $(\vec{JE'}\ ;\ \vec{u})$

(3 أنشئ بالمسطرة و المدور النقطة E' ؛ نترك ظاهرا خطوط الإنشاء.

التمرين33: Baccalauréat S France, juin 2008 (للممتحنين الذين يتابعون التعليم في الاختصاص)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

A و B و C نقط من المستوي لاحقاتها على التوالي z_A=1 - i و $z_B = 7 + \frac{7}{2}i$ و z_C =- 2 + 3 i

-1 عين الزاوية و النسبة للتشابه المباشر الذي مركزه A و يحول B إلى C

-2 ليكن التحويل s للمستوي الذي يرفق بالنقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{2}{3}iz + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}i$.

عين صورة A بالتحويل s ثم عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل s.

التمرين34: Baccalauréat S Centre Etranger, juin 2008

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: 1 cm)

-1 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 4z + 8 = 0$. تعطى الحلول على الشكل الجبري و الأسي.

-2 A و B نقطتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A = 2 - 2i$ و $z_B = -z_A$. علم النقطتين A و B في شكل يُتمم فيما بعد.

(1 عين اللاحقة z_C للنقطة C صورة B بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

(2 لتكن D صورة C بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$. برهن أن لاحقة D هي $z_D = 2 - 6i$

(3 علم النقطتين C و D . ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

-3 α عدد حقيقي غير معدوم. G_α مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;\alpha)\}$.

(1 عبر عن الشعاع $\vec{CG_\alpha}$ بدلالة $\vec{BA}$

(2 استنتج مجموعة النقط G_α لما α يمسح $\mathbb{R}^*$. أنشئ هذه المجموعة.

(3 ما هي قيمة α التي يكون من أجلها $G_\alpha = D$ ؟

-4 نفرض في هذا السؤال $\alpha = 2$. عين و أنشئ مجموعة النقط M حيث: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 4\sqrt{2}$

التمرين35: Baccalauréat S Amérique du Nord, juin 2008

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: 4 cm)

A ، B و C نقط لاحقتها: $z_A = 2+i$ و $z_B = 1$ و $z_C = 3$ و الدائرة (Γ) ذات المركز A و نصف القطر $\sqrt{2}$.

-1 ضع شكلا و الذي يُتمم في سياق التمرين

-2 أ) عين لاحقتي نقطتي تقاطع (Γ) مع المحور $(O;\vec{u})$.

ب) عين اللحقة z_D للنقطة D منتاظرة قطريا مع B في الدائرة (Γ) .

-3 M نقطة لاحقتها $z_M = \frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$. أحسب العدد المركب $\frac{z_D - z_M}{z_B - z_M}$ ثم فسر بيانيا عمدة للعدد $\frac{z_D - z_M}{z_B - z_M}$ ؛ استنتج أن M تنتمي إلى (Γ)

-4 نرمز بـ (Γ') للدائرة ذات القطر $[AB]$. المستقيم (BM) يقطع مرة ثانية الدائرة (Γ') في النقطة N .
بين أن المستقيمين (DM) و (AN) متوازيان. عين لاحقة N

-5 لتكن M' صورة M بالدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{2}$. عين لاحقة M' ثم بين أن M' تنتمي إلى الدائرة (Γ')

التمرين36: Baccalauréat S Pondichéry, avril 2008

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية : 2 cm

A ، B ، C و D نقط لواحقها: $z_A = -\sqrt{3} - i$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = \sqrt{3} + i$ ، $z_D = -1 + i\sqrt{3}$

-1 أ) عين الطويلة و عمدة لكل من الأعداد المركبة z_D ، z_C ، z_B ، z_A .

ب) علم النقط A ، B ، C و D

ج) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟

-2 ليكن r الدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ و E و F نقطتان من المستوي معرفتين بـ: $E = r(A)$ و $F = r(C)$

(1 علم النقطتين E و F

(2 عين الكتابة المركبة للدوران r

(3 عين لاحقة E

التمرين37: Baccalauréat S Nouvelle - Calédonie, novembre 2008

الأستاذ بن علو

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

1- لتكن النقط B ، A و C ذات اللاحقات $z_B=2i$ ، $z_A=2+2i$ و $z_C=2$ و الدائرة Γ ذات المركز A و نصف القطر 2 .
المستقيم (OA) يقطع الدائرة Γ في نقطتين H و K حيث $OH<OK$. نرمز بـ z_H و z_K للاحقتي H و K .

1) ضع شكلا يتمم في سياق التمرين
2) أحسب الطول OA . استنتج OK و OH
3) بين أن : $z_K=\left(2\sqrt{2}+2\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_H=\left(2\sqrt{2}-2\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$

2- فيما تبقى من التمرين، نعتبر الدالة f من المستوي التي ترفق بكل نقطة M لاحقتها $z\neq 0$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=-\frac{4}{z}$

1) عين و علم النقط صور B و C بالدالة f
2) عين النقط الصامدة بالدالة f (أي النقط M التي تحقق $f(M)=M$)
3- بين أنه من أجل كل نقطة $M\neq O$ ، لدينا: $OM\times OM'=4$. عين $\arg(z')$ بدلالة $\arg(z)$.
4- لتكن K' و H' صورتي K و H بالدالة f على التوالي.

1) أحسب OK' و OH'
2) برهن أن : $z_{K'}=\left(2\sqrt{2}-2\right)e^{i\frac{3\pi}{4}}$ و $z_{H'}=\left(2\sqrt{2}+2\right)e^{i\frac{3\pi}{4}}$
3) اشرح كيف ننشئ K' و H' باستعمال المسطرة و المدور فقط انطلاقا من النقطتين H و K . أنجز الرسم.

التمرين38: **Baccalauréat S Amérique du Sud, Novembre 2008**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$
A ، B ، C و G نقط لاحقاتها: $z_C=4i$ ، $z_B=1+3i$ ، $z_A=-1+2i$ و $z_G=-3$. ضع شكلا و الذي يُتمم في سياق التمرين

1- بين أن ABC مثلث متساوي الساقين في A .
2- ليكن I منتصف $[BC]$

1) عين مجموعة النقط $M(z)$ المتمايزة مع A بحيث $\frac{z-z_I}{z-z_A}$ عدد حقيقي.
2) عين العدد الحقيقي الوحيد x حيث $\frac{x-z_I}{x-z_A}$ عدد حقيقي.
3) ليكن $z_{\vec{AI}}$ لاحقة الشعاع $\vec{AI}$. عين الشكل الأسي للعدد $z_{\vec{AI}}$

3- أ) بين أنه يوجد دورانان مركزهما G ، يطلب تعيين زاويتيهما ، يحولان النقطتان A و I إلى نقطتين من المحور الحقيقي.
ب) ليكن r_1 الدوران الذي مركزه G و زاويته $-\frac{\pi}{4}$. عين الكتابة المركبة للدوران r_1

4- ليكن A' ، B' ، C' صور A ، B ، C بالدوران r_1 لواحقها على التوالي $z_{A'}$ ، $z_{B'}$ ، $z_{C'}$.
ما هي صورة محور المثلث ABC بالدوران r_1 ؟ استنتج أن $z_{C'}=z_{B'}$.

التمرين39: **Baccalauréat S Polynésie juin 2009**

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية : $1\ cm$
ليكن T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=iz+4+4i$

1- أ) عين اللاحقة z_Ω للنقطة Ω حيث $T(\Omega)=\Omega$
ب) بين أنه من أجل كل عدد مركب z ، لدينا: $z'-4i=i(z-4i)$. استنتج طبيعة وعناصر T
2- نرمز بـ A و B لاحقتهما على الترتيب $z_A=4-2i$ و $z_B=-4+6i$

1) علم النقط Ω ، B ، A على شكل يتمم في سياق التمرين.
2) عين لاحقتي النقطتين A' و B' صورتي A و B بالتحويل T على الترتيب.

3- نسمي z_P ، z_N ، z_M و z_Q لاحقات النقط P ، N ، M و Q منتصفات على الترتيب $[BB']$ ، $[A'B]$ ، $[A'A]$ و $[B'A]$

1) عين z_M .نقبل أن $z_P=-3+3i$ ، $z_N=1+7i$ و $z_Q=1-i$.
2) عين الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_Q-z_M}{z_N-z_M}$ و استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$

4- برهن أن المستقيمين $(B'A)$ و (ΩN) متعمدان.

التمرين40:

التمرين41: **Baccalauréat S Liban, Juin 2009**

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية: $2\ cm$)

الجزء I: نعتبر النقط A ؛ B وَ C ذات اللاحقات على الترتيب: $z_A=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ $z_B=\overline{z_A}$ ؛ $z_C=-3$.

1- أكتب العددين المركبين z_A و z_B على الشكل الأسي.
2- علم النقط A ؛ B وَ C ثم برهن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

الأستاذ بن علو

الجزء II: T تحويل نقطي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي ، النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث: $z' = \frac{1}{3}iz^2$

نرمز بـ A ، B' ؛ O' وَ C' للنقط المرفقة بالدالة f للنقط B ، A ، O وَ C على الترتيب.

1- أ) عين الشكل الأسي للاحقات النقط A' ؛ B' وَ C' ثم علم النقط A' ؛ B' وَ C'

ب) برهن على استقامية النقط A ، B' ؛ O وَ كذلك النقط A، O' ؛ B .

2- ليكن G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، O ؛ B و C . نرمز بـ G' للنقطة المرفقة بالنقطة G بالتحويل T .

1) عين لاحقتي G و G' .

2) هل G' مركز المسافات المتناسبة للنقط A ، O' ؛ B' و C' ؟

3- برهن أنه إذا كانت نقطة M من المستقيم (AB) فإن M' تنتمي إلى القطع المكافئ الذي معادلة له: $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{4}$

التمرين42: Baccalauréat S Amérique du Sud, Novembre 2009

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$. A و B نقطتان لاحقاتهما على الترتيب: $z_A = 2$ و $z_B = -2$ و نعرف الدالة f التي ترفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث $z' = \frac{z(z-2)}{\bar{z}-2}$ مع $z \neq 2$

1- أ) عين z_P، لاحقة P' صورة النقطة P التي لاحقتها $z_P = 1 + i$.

ب) بين أن المستقيمين (AP) و(BP') متوازيان.

ج) بين ان المستقيمين (AP) و (AP') متعامدان.

2- عين مجموعة النقط الصامدة بالدالة f (أي مجموعة النقط M التي تحقق $f(M)=M$)

3- أ) بين أنه من أجل كل عدد مركب $(z-2)$ ، $(z\bar{z}-2)$ عدد حقيقي.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد مركب $z \neq 2$ ، $\frac{z+2}{z-2}$ عدد حقيقي.

ج) بين أن المستقيمين (AM) و (BM') متوازيان.

د) لتكن M نقطة كيفية لا تنتمي إلى المستقيم (AB) . بين أن المستقيمين (AM) و (MM') متعامدان.

التمرين43: Baccalauréat S Amérique du sud, Novembre 2010

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و P لواحقها: $z_P=10$ ، $z_B= 5 - 5i$ ، $z_A= 5 +5i$ و M نقطة لاحقتها z متمايزة مع O.

لتكن U لاحقتها z_U، صورة M بالدوران R_A ذو المركز A و الزاوية $-\frac{\pi}{2}$ و T احقتها z_T ، صورة M بالدوران R_B ذو المركز B و الزاوية $\frac{\pi}{2}$ و D نظيرة M بالنسبة إلى O .

1- برهن أن $z_U = i(10 - z)$. عبر عن z_T بدلالة z ثم أثبت أن الرباعي $MUDT$ متوازي أضلاع مركزه O

2- عين المجموعة Γ للنقط $M(z)$ حيث: $z\bar{z} - 5z - 5\bar{z} = 0$. أثبت أن الرباعي $OAPB$ مرسوم في Γ

3- نفرض أن M متمايزة مع A ، O و P . النقط M ، O و U هي إذن متمايزة مثنى مثنى.

1) برهن أن النقط M ، O و U في استقامية إذا و فقط إذا كان $\frac{z_U}{z} = \frac{\bar{z}_U}{\bar{z}}$

2) برهن أن النقط M ، O و U في استقامية إذا و فقط إذا كانت M نقطة من Γ

4- عين مجموعة النقط M من المستوي حيث OMU مثلث متساوي الساقين في O . ما هي طبيعة الرباعي $MUDT$ ؟

5- عين مجموعة الأعداد المركبة z حيث $\frac{z_U}{z}$ تخيلي صرف. استنتج طبيعة الرباعي $MUDT$ في الحالة التي تكون فيها M نقطة من المستقيم (OP) منقوص من O و P .

6- في الأخير أثبت أنه توجد نقطة وحيدة M حيث $MUDT$ مربع.

التمرين44: Baccalauréat S Centres étrangers, Juin 2010

A نقطة من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u} ; \vec{v})$ لاحقتها $z_A = -1$، الوحدة البيانية: $4\ cm$

T تحويل نقطي يرفق بالنقطة $M(z)$ ، المتمايزة مع A ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{iz}{z+1}$

1- عين لاحقة النقط M حيث : $M' = M$

2- برهن أنه من أجل كل نقطة M ، متمايزة مع A و ، O $OM' = \frac{OM}{AM}$ و $(\vec{u} ; \vec{OM'}) \equiv (\vec{MA} ; \vec{MO}) + \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

3- أ) لتكن B النقطة ذات اللاحقة i $z_B = -\frac{1}{2} + i$. علم في نفس المعلم النقطة B والمحور (Δ) للقطعة $[OA]$

ب) أحسب على الشكل الجبري اللاحقة z_B، للنقطة B' صورة B بـ T .

4- أ) أثبت أن B' تنتمي إلى الدائرة (γ) التي مركزها O و نصف قطرها 1.

ب) علم B' و أرسم الدائرة (γ) في المعلم السابق.

ج) باستعمال السؤال 2 ، برهن أنه إذا كانت M نقطة من المحور (Δ) فإن صورتها M' تنتمي إلى الدائرة (γ)

5- C نقطة من المستوي حيث AOC مثلث متقايس الأضلاع مباشر.

بالاستعانة بنتائج السؤال 2، أنشئ بالمسطرة و المدور، صورة النقطة C بـ T (نترك أثار خطوط الرسم)

6- عين المجموعة (Γ) للنقط M ، متمايزة مع A و O و التي صورتها M' بـ T تنتمي إلى محور الفواصل.

الأستاذ بن علو

التمرين45: Baccalauréat S Amérique du Nord, Juin 2010

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية: 2 cm .
A و B و D نقط لاحقاتها i و $-2i$ و 1 على التوالي و E النقطة حيث المثلث ADE متقايس الأضلاع مباشر
T تحويل نقطي يرفق بالنقطة $M(z)$ ، المتمايزة مع A ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = \frac{2z-i}{iz+1}$

1- برهن أن لاحقة E هي $z_E = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1+i)$

2- عبر على الشكل الجبري عن لاحقة D' ، النقطة المرفقة بالنقطة D بالتحويل T

3- أ) برهن أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن i ، $(z'+2i)(z-i)=1$

ب) استنتج أنه من أجل كل نقطة $M(z)$ ($z \neq i$)، $BM' \times AM = 1$ و $(\vec{u};\vec{BM'}) \equiv -(\vec{u};\vec{AM})\ [2\pi]$

4- أ) برهن أن النقطتين D و E تنتميان إلى الدائرة (C) ذات المركز A ونصف القطر $\sqrt{2}$

ب) باستعمال نتائج السؤال 3 – ب، علم النقطة E' المرفقة بـ E بالتحويل T . نترك خطوط الرسم ظاهرة.

5- ما هي طبيعة المثلث $BD'E'$ ؟

التمرين46: Baccalauréat S Polynésie, Juin 2010

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر المعادلة $(E): z^4 = -4$ حيث z عدد مركب.

1- بين أنه إذا كان عدد مركب z حل للمعادلة (E) فإن العددان المركبان $-z$ و $\overline{z}$ هما كذلك حلان للمعادلة (E)

2- نعتبر العدد المركب $z_0 = 1+i$

1) اكتب العدد المركب z_0 على الشكل الأسي

2) تحقق أن z_0 حل للمعادلة (E)

3- استنتج من السؤالين السابقين الحلول الثلاثة الأخرى للمعادلة (E)

4- C ، B ، A و D نقط لواحقها : $z_C = -1-i$ ، $z_B = -1+i$ ، $z_A = 1+i$ و $z_D = 1-i$ و r الدوران الذي مركزه C و زاويته $-\frac{\pi}{3}$

عين الكتابة المركبة للدوران r

5- أ) عين z_E و z_F لاحقتي E و F صورتي B و D بالدوران r

ب) برهن أن الكسر $\frac{z_A - z_E}{z_A - z_F}$ هو عدد حقيقي.

ج) ماذا يمكن استنتاجه بالنسبة للنقط E ، A و F ؟

التمرين47: Baccalauréat S Polynésie, Septembre 2010

S ، B ، A و Ω نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ لواحقها $z_A = -2+4i$ و $z_B = -4+2i$ و $z_S = -5+5i$ و $z_\Omega = -2+2i$ على التوالي. ضع شكلا يمم في سياق التمرين.

1- أ) عين الكتابة المركبة للتحاكي h الذي مركزه S و نسبته 3

ب) عين لاحقتي C و D صورتي A و B بالتحاكي h

2- بين أن النقط D ، C ، B ، A تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

3- بين أن المستقيم $(S\Omega)$ محور القطعة $[AB]$.

4- ليكن P منتصف القطعة $[AC]$. عين z_P لاحقة P .

5- برهن أن $\frac{z_\Omega - z_P}{z_D - z_B} = -\frac{1}{2}i$. استنتج قيس للزاوية $(\vec{BD};\vec{P\Omega})$.

6- ليكن Q منتصف القطعة $[BD]$. ماذا تمثل Ω بالنسبة إلى المثلث PQS ؟

التمرين48: Baccalauréat S France, Septembre 2010

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1- نعتبر النقطة I ذات اللاحقة $z_I = i$ و النقطة A ذات اللاحقة $z_A = 2+i\sqrt{3}$

1) بين أن A تنتمي إلى دائرة Γ مركزها I و نصف قطرها 2 . ضع شكلا تتممه خلال التمرين.

ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$. بين ان لاحقة B صورة A بالدوران r هي $z_B = -1+(1+\sqrt{3})i$

تحقق أن B تنتمي إلى الدائرة Γ .

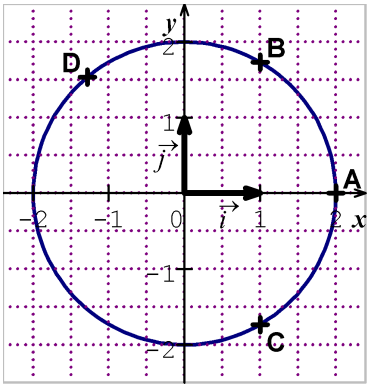
2- عين z_C لاحقة C نظيرة A بالنسبة إلى I . ما هي طبيعة المثلث ABC .

3- نعتبر النقطتين E و F حيث: $\vec{AE} = \vec{IB}$ و $\vec{AF} = \vec{BI}$. ماذا يمكن تخمينه بالنسبة للمستقيمين (BF) و (CE) ؟ برهن على ذلك.

التمرين49: Baccalauréat S France, Juin 2010

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $z_A = 2$ و الدائرة (γ) ذات المركز O و التي تشمل A . نضع $\alpha = 1+i\sqrt{3}$

الأستاذ بن علو



1- أ) برهن أن $\alpha^2 - 4\alpha = 2\overline{\alpha} - 8$

ب) برهن أن النقطتين B و C ذات اللاحقتين α و $\overline{\alpha}$ على التوالي تنتميان إلى الدائرة (γ).

2- لتكن D نقطة من الدائرة (γ) لاحقتها $2e^{i\theta}$ حيث $\theta \in]-\pi;\pi]$. أنشئ على الشكل المقابل النقطة E صورة D بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$ ثم بين أن لاحقة E هي $z_E = \alpha e^{i\theta}$

3- لتكن F و G منتصفات القطعتين $[CE]$ و $[BD]$

1) بين أن لاحقة F هي $z_F = \frac{\alpha}{2} + e^{i\theta}$.

2) نقبل أن $z_G = \frac{\alpha e^{i\theta} + \overline{\alpha}}{2}$

3) برهن أن $\frac{z_G - 2}{z_F - 2} = \frac{\alpha}{2}$. استنتج أن المثلث AFG متقايس الأضلاع

التمرين50: Baccalauréat S La réunion, Juin 2010

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$، الوحدة البيانية: $1\ cm$.

A نقطة لاحقتها $z_A = 1+i$. بكل نقطة M لاحقتها $z \neq 0$، نرفق النقطة M' (z') حيث $z' = \frac{z-1-i}{z}$ و M' تسمى صورة M.

1- أ) عين على الشكل الجبري، لاحقة النقطة B'، صورة B ذات اللاحقة i

ب) بين أنه من أجل كل نقطة M لاحقتها $z \neq 0$، اللاحقة z' للنقطة M' تحقق $z' \neq 1$

2- عين مجموعة النقط M لاحقتها $z \neq 0$، التي من أجلها $|z'| = 1$

3- عين مجموعة النقط M لاحقتها $z \neq 0$، التي من أجلها z' عدد حقيقي

التمرين51: (Baccalauréat S Liban, Mai 2011 (spécialité

نعتبر المثلث القائم و المتساوي الساقين ABC حيث $(\vec{AB};\vec{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

نرمز بـ D لنظيرة A بالنسبة إلى النقطة C و s للتشابه المباشر الذي يحول D إلى C و يحول C إلى B.

1- عين النسبة و زاوية للتشابه s

2- نسمي Ω مركز s.

1) باستعمال العلاقة $\vec{DC} = \vec{\Omega C} - \vec{\Omega D}$، برهن أن $DC^2 = \Omega D^2$

2) استنتج طبيعة المثلث ΩDC

3- نضع $t = s \circ s$

1) ما هي طبيعة التحويل σ ؟ وضح عناصره المميزة.

2) عين صورة النقطة D بالتحويل t

4- برهن أن الرباعي $AD\Omega B$ مستطيل

5- في هذا السؤال، المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(A;\vec{u};\vec{v})$ مختار بحيث النقط C ، B ، A و D لواحقها 0 ، 1 ، i و $2i$ على الترتيب.

1) برهن أن الكتابة المركبة للتشابه المباشر s هي $z' = (1+i)z + 2 - i$

2) نضع: $z = x + iy$ و $z' = x' + iy'$ مع x ، y ، x' و y' أعداد حقيقية. برهن أن:

$$\begin{cases} x' = x - y + 2 \\ y' = x + y - 1 \end{cases}$$

3) لتكن J النقطة ذات اللاحقة $1+3i$ و M' هي صورة النقطة M بالتحويل s

هل توجد نقط M من المستوي إحداثياتها أعداد صحيحة و حيث $\vec{AM'} \cdot \vec{AJ} = 0$ ؟

التمرين52: Baccalauréat S Amérique du nord, Mai 2011

A ، B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لاحقاتها $z_A = i$ ، $z_B = 1+i$ و $z_C = 3i$

نرمز بـ r_A: دوران مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ، r_B: دوران مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و r_O: دوران مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$

الجزء I: لتكن D صورة C بـ r_A و G صورة D بـ r_B و H صورة C بـ r_O. نرمز بـ z_H ، z_G ، z_D لواحق النقط H ، G ، D

1- عين z_D و z_G و z_H

2- برهن أن الرباعي $CDGH$ مستطيل

الجزء II: لتكن M نقطة متمايزة مع O و A لاحقتها z_M.

نسمي $N(z_N)$ صورة M بالدوران $P(z_P)$ ، r_A صورة N بـ r_B و $Q(z_Q)$ صورة M بـ r_O.

1- بين أن $z_N = iz_M + 1 + i$ ، نتقبل أن $z_P = -z_M + 1 + i$ و $z_Q = -iz_M$

2- بين أن الرباعي $MNPQ$ متوازي أضلاع.

3- أ) بين المساواة: $\frac{z_M - z_N}{z_P - z_N} = i + \frac{1}{z_M}$

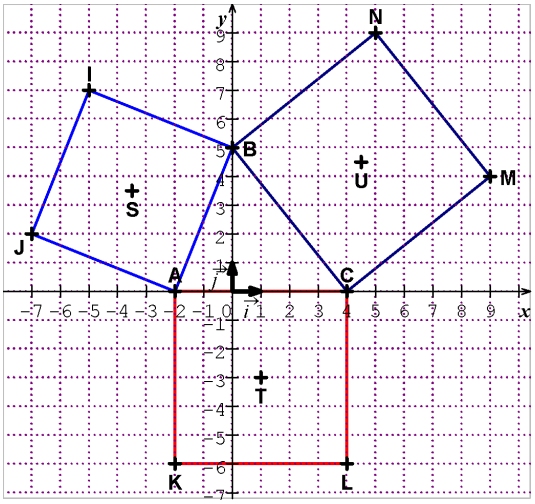
ب) عين المجموعة (Γ) للنقط M بحيث الرباعي $MNPQ$ مستطيل.

التمرين53: Baccalauréat S Asie, Juin 2011

الأستاذ بن علو

A و B و C نقط من المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، لاحقتاهما $z_A = -2$ و $z_B = 5i$ و $z_C = 4$ و المربعات $ABIJ$ و $AKLC$ و $BCMN$ المرسومة خارج المثلث ABC ، مراكزها T ، S و U (انظر الشكل)

-1 عين الكتابة المركبة للدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$. استنتج أن لاحقة النقطة J هي $z_J = -7 + 2i$



نتقبل أن لاحقة K هي $z_K = -2 - 6i$

-2 بين أن المستقيمين (BK) و (JC) متعامدين و أن القطعتين JC و BK لهما نفس الطول. أحسب هذا الطول.

-3 أ) أحسب لاحقتي النقطتين S و T

ب) عين لاحقة النقطة U

ج) برهن أن المستقيم (AU) هو ارتفاع للمثلث STU

-4 عين قيس للزاوية $(\vec{JC};\vec{AU})$

-5 نقبل أن المستقيمين (BK) و (JC) يتقاطعان في النقطة V لاحقتها $z_V = -0,752 + 0,864\,i$

1) بين أن النقط V ، A و U على استقامة واحدة.

2) ماذا يمثل المستقيم (AU) بالنسبة للزاوية $B\hat{V}C$ ؟

التمرين54: Baccalauréat S Antilles- Guyane, Juin 2011

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$، الوحدة $2\ cm$.

-1 H، C، B، A و J نقط من المستوى لواحقها $z_H = -2$ ، $z_C = 3 - i$ ، $z_B = -2+4i$ ، $z_A = -3 - i$ و $z_J = i$. علم هذه النقط في شكل يتمم في سياق التمرين.

-2 بين أن J هي مركز الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC. عين نصف قطرها.

-3 أكتب على الشكل الجبري و الأسي العدد $\frac{z_B - z_C}{z_H - z_A}$. استنتج أن المستقيمين (AH) و (BC) متعامدين.

فيما تبقى نقبل أن H هي نقطة ارتفاعات المثلث ABC

-4 عين z_G لاحقة G مركز ثقل المثلث ABC . علم G

-5 بين أن H، J ، G على استقامة واحدة.

-6 لتكن A' و K منتصفا القطعتين $[BC]$ و $[AH]$.

1) عين لاحقتي A' و K

2) بين أن الرباعي $KHA'J$ متوازي أضلاع

التمرين55: Baccalauréat S France, Juin 2012

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية $2\ cm$) .

A ، B ، C نقط لواحقها على الترتيب: $z_C = 1 + 3i$ ، $z_B = 2i$ ، $z_A = -1 + i$ و المستقيم D ذي المعادلة: $y = x + 2$

-1 أثبت أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى المستقيم D . علم النقط A ، B ، C و أرسم المستقيم D

-2 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(1+i)z + 3 - i = 0$ و تحقق أن حل هذه المعادلة هو لاحقة نقطة لا تنتمي إلى المستقيم D

-3 ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $z \neq -1 + 2i$ ، النقطة $M'(z')$ حيث $z' = \frac{1}{(1+i)z+3-i}$

ليكن g التحويل النقطي من المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ ، النقطة $M'(z')$ حيث: $z' = (1+i)z + 3 - i$

1) عين طبيعة و عناصر التحويل g

2) أحسب لاحقات النقط C_1 ، B_1 ، A_1 صور النقط C ، B ، A بالتحويل g

3) عين الصورة D_1 للمستقيم D بالتحويل g و أرسمها في الشكل.

-4 ليكن h التطبيق الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $z \neq 0$ ، النقطة $M_2(z_2)$ حيث $z_2 = \frac{1}{z}$

1) عين لاحقات النقط $h(C_1)$ ، $h(B_1)$ ، $h(A_1)$ و علمها في الشكل.

2) برهن أنه من أجل كل عدد مركب غير معدوم z ، لدينا : $\left|\frac{1}{z} - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow |z - 2| = |z|$

3) استنتج أن صورة المستقيم D_1 بالتحويل النقطي h هي دائرة γ يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها. أرسم γ.

-5 عين صورة المستقيم D بالتحويل النقطي f

التمرين56: Baccalauréat S Antilles, Juin 2012

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (الوحدة البيانية $2\ cm$)

نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللاحقات على الترتيب : $z_C = -3 + i$ ، $z_B = -2 - i$ ، $z_A = -1 + 2i$

-1 علم النقط A ، B ، C

-2 أحسب $\frac{z_B}{z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث OAB

-3 نعتبر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $z \neq z_B$ ، النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \frac{z+1-2i}{z+2+i}$

الأستاذ بن علو

1) أحسب z_C ، لاحقة C' ، صورة C بالتحويل النقطي f ثم علم C'

2) عين المجموعة E للنقط M حيث : $|z'| = 1$

3) أثبت أن E تشمل النقطتين O و C . أرسم E

4- نسمي J صورة A بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و K صورة C بالدوران r' الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و L منتصف $[JK]$. برهن أن المتوسط المرسوم من O في المثلث OJK هو الارتفاع المرسوم من O في المثلث OAC

التمرين57: ***Baccalauréat S Algérie, 1er sujet, Juin 2013***

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ذات المجهول المركب z التالية: $z^2 - (4\cos\alpha)z + 4 = 0$ حيث α وسيط حقيقي .

2- من أجل $\alpha = \frac{\pi}{3}$ ، نرمز لحلي المعادلة (1) بـ z_1 و z_2 . بين أن: $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2013} = 1$

3- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A ، B و C النقط التي لاحقاتها على الترتيب :

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = 4 + i\sqrt{3}$

1) أنشئ النقط A ، B و C

2) أكتب على الشكل الجبري و الأسي العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ ، ثم استنتج أن C هي صورة B بالتشابه المباشر S الذي مركزه A و يطلب تعيين نسبته و زاويته

3) عين النقطة G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;2)\}$، ثم أنشئ G

4) أحسب z_D لاحقة النقطة D ، بحيث يكون الرباعي $ABDG$ متوازي أضلاع

الأستاذ بن علو