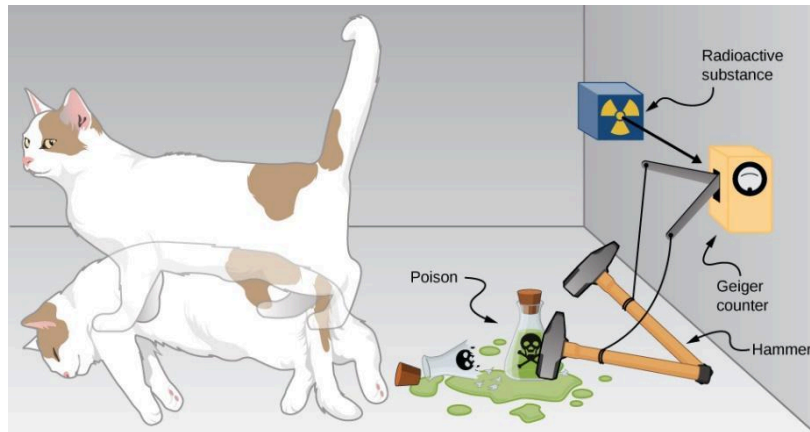


Στοιχεία Κβαντομηχανικής



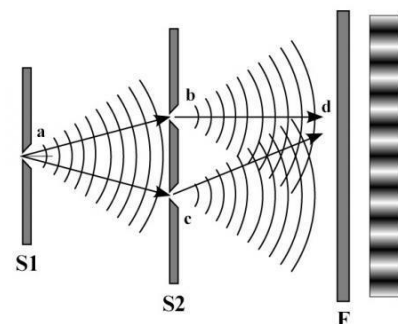
Για τις σημειώσεις αυτές αντλήθηκε υλικό από το σχολικό βιβλίο, πανεπιστημιακά συγγράμματα και το διαδίκτυο, ιδιαίτερα δε από το www.ylikonet.gr και τα διαδικτυακά μαθήματα 'Εισαγωγή στην Κβαντική Φυσική Ι' του Στέφανου Τραχανά από το <https://mathesis.cup.gr>.

Εισαγωγή

Οι άνθρωποι προβληματίζονται για την φύση του φωτός από την αρχαιότητα, με τις πρώτες ιδέες να διατυπώνονται από φιλόσοφους και μελετητές στην Αίγυπτο, την Μεσοποταμία, την Ινδία και την Ελλάδα. Από το τέλος του 17ου μέχρι τις αρχές του 20ού αιώνα, στην επιστημονική κοινότητα υπήρχε διαμάχη ως προς τη φύση του φωτός: είναι σωματίδιο ή κύμα;

Το 1690, ο Christiaan Huygens δημοσίευσε μια πραγματεία για το φως, στην οποία υποστήριξε ότι το φως είναι κύματα που διαδίδονται στον αιθέρα, την αόρατη και μυστηριώδη ουσία που νόμιζαν ότι καταλαμβάνει όλο το σύμπαν. Ο Isaac Newton διατύπωσε την διαφωνία του στο βιβλίο με τίτλο 'Opticks', που δημοσιεύθηκε το 1704. Κατά τον Newton το φως αποτελείται από σωματίδια, διαφόρων μεγεθών, τα οποία καθορίζουν την ταχύτητα διάδοσης του φωτός και το χρώμα του. Όμως ενώ το σωματιδιακό μοντέλο του Newton εξηγούσε ικανοποιητικά την ανάκλαση και την ανάλυση του φωτός στα χρώματά του, δεν μπορούσε να ερμηνεύσει τα φαινόμενα περίθλασης, που συνέβαιναν καθώς το φως περνούσε από μικρές οπές (όταν το φως διέρχεται μέσα από μια μικρή τρύπα, στη συνέχεια διαδίδεται όπως οι κυματισμοί στο νερό), πράγμα που η κυματική θεώρηση του Huygens το κατάφερνε. Επίσης κατά το μοντέλο του Huygens το φως έπρεπε να διαδίδεται στον αέρα με ταχύτητα μεγαλύτερη από ότι σε κάποιο άλλο διαφανές μέσο (πχ. νερό), ενώ το μοντέλο του Newton προέβλεπε το ακριβώς αντίθετο.

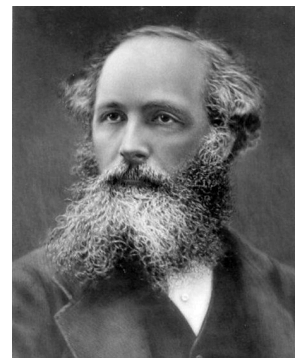
Και ενώ γενικά υπήρξε μια προτίμηση στο μοντέλο του Newton (ίσως λόγω της αυθεντίας του), το μοντέλο του Huygens άρχισε να κερδίζει έδαφος το 1801, όταν ο Thomas Young πραγματοποίησε το



πείραμα της διπλής σχισμής. Στο πείραμα του Young το φως προσπίπτει σε ένα διάφραγμα στο οποίο είναι χαραγμένες δύο παράλληλες πολύ λεπτές σχισμές. Το αποτέλεσμα είναι να σχηματίζεται σε ένα πέτασμα πίσω από τις σχισμές μία εικόνα από εναλλασσόμενες φωτεινές και σκοτεινές ζώνες, δηλαδή μια εικόνα συμβολής, που είναι ένα κατεξοχήν κυματικό φαινόμενο.

Περίπου πέντε δεκαετίες αργότερα, ένα άλλο πείραμα ανέδειξε οριστικά το μοντέλο του Huygens. Το 1850, ο Léon Foucault συνέκρινε την ταχύτητα διάδοσης του φωτός στον αέρα με την ταχύτητα διάδοσης στο νερό και διαπίστωσε ότι, σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς του Newton, το φως είχε μικρότερη ταχύτητα στο πυκνότερο μέσο. Όπως ακριβώς θα συνέβαινε με ένα κύμα.

Ο Maxwell, με την ενοποιημένη θεωρία του για τον ηλεκτρομαγνητισμό (1864), προέβλεψε την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων ως μηχανισμού διάδοσης της ενέργειας του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στο χώρο και επισήμανε την ομοιότητά τους με τα κύματα φωτός, καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι ταυτίζονται. Αρκετά χρόνια αργότερα, το 1886, και ενώ ο Maxwell είχε πεθάνει, ο Γερμανός Heinrich Hertz παρήγαγε ηλεκτρομαγνητικά κύματα με ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα και απέδειξε ότι αυτά διαδίδονται στο χώρο με την ταχύτητα του φωτός. Είχε ανοίξει ο δρόμος για τη διερεύνηση της αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας και ύλης. Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα μπορούσε να μεταφέρει ενέργεια σ' ένα άτομο θέτοντάς το σε εξαναγκασμένη ταλάντωση και, αντίστροφα, ένα ταλαντούμενο άτομο παρήγαγε ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα.



James Clerk Maxwell (1831 – 1879)

Η κλασική θεωρία προβλέπει ότι η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μπορεί να μεταφέρει οποιοδήποτε ποσό ενέργειας, ανάλογα με τη συχνότητά της. Εντούτοις μια σειρά από φαινόμενα, όπως **η ακτινοβολία του μέλανος σώματος, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, τα γραμμικά φάσματα εκπομπής και το φαινόμενο της σκέδασης των ακτίνων Χ (φαινόμενο Compton), δεν μπορούσαν να ερμηνευτούν με την κλασική θεωρία.**

Το 1900 ο Max Planck κάνει την πολύ ριζοσπαστική υπόθεση ότι η ενέργεια εκπέμπεται ή απορροφάται από ένα αντικείμενο κατά διακριτές ποσότητες (κατά κβάντα) ή, πιο απλά, κατά μικρά πακέτα. Η συνολική ενέργεια λοιπόν δεν μπορεί παρά να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του κβάντου ενέργειας. Η υπόθεση αυτή αποδείχθηκε επιτυχής στην αντιμετώπιση των αδιεξόδων στα οποία είχε οδηγηθεί η κλασική θεωρία.

Η κβάντωση ενός μεγέθους δεν μας είναι άγνωστη υπόθεση. Για παράδειγμα το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο μέγεθος με κβάντο το φορτίο του ηλεκτρονίου.

Οποιαδήποτε ποσότητα φορτίου είναι πάντα ακέραιο πολλαπλάσιο του φορτίου του ηλεκτρονίου.

Γενικά στη φυσική, ο όρος **κβάντο** ή **κβάντουμ (quantum)** αναφέρεται σε μια αδιάστατη μονάδα ποσότητας, ένα «ποσό από κάτι». Είναι δηλαδή η μικρότερη δυνατή μονάδα της έννοιας στην οποία αναφέρεται και όλες οι ποσότητες αυτής της έννοιας είναι πάντα ακέραια πολλαπλάσια αυτής της μονάδας. Δεν μπορούν να υπάρξουν δεκαδικές ποσότητες. Για παράδειγμα ένα κβάντο φωτός είναι μία μονάδα φωτός (ή αλλιώς φωτόνιο) και οι αναφορές σε κβάντα φωτός γίνονται πάντα με ακέραιους αριθμούς.

Η υπόθεση του Planck ήταν το θεμέλιο μιας νέας θεωρίας, της **κβαντικής θεωρίας**. Η κβαντική θεωρία προβλέπει κβάντωση κι άλλων μεγεθών όπως η ορμή και η στροφορμή.

Η κβαντική θεωρία ερμηνεύει φαινόμενα σε ατομικό επίπεδο τα οποία αδυνατεί να ερμηνεύσει η κλασική θεωρία. Όταν εξετάζουμε φαινόμενα του μακρόκοσμου η κβάντωση των μεγεθών γίνεται δυσδιάκριτη και τα συμπεράσματα της κβαντικής θεωρίας ταυτίζονται με αυτά της κλασικής.

Μέλαν σώμα

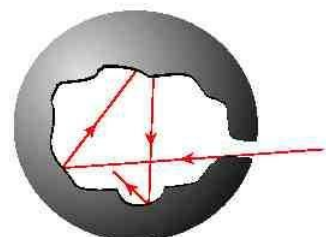
Ένα οποιοδήποτε σώμα δε φαίνεται στο σκοτάδι, ενώ αν το φωτίσουμε το βλέπουμε. Αυτό συμβαίνει γιατί όλο ή ένα μέρος από το φως που πέφτει στο σώμα επανεκπέμπεται (διαχέεται) στο περιβάλλον με αποτέλεσμα κάποιες από τις επανεκπεμπόμενες φωτεινές ακτίνες να φτάνουν στα μάτια μας. Με βάση αυτή τη διαδικασία καθορίζεται και το χρώμα που αποδίδουμε στο σώμα. Πιο συγκεκριμένα, αν φωτίσουμε ένα σώμα με λευκό φως, εν γένει απορροφά κάποια μήκη κύματος ενώ άλλα τα επανεκπέμπει. Από τα επανεκπεμπόμενα μήκη κύματος καθορίζεται το χρώμα του σώματος που βλέπουμε. Στην ειδική περίπτωση που επανεκπέμπονται όλα τα μήκη κύματος του λευκού φωτός το σώμα φαίνεται λευκό. Στην αντίθετη περίπτωση, δηλαδή όταν το σώμα απορροφά όλα τα μήκη κύματος, φαίνεται μαύρο.

Μέλαν σώμα στη φυσική θεωρείται το σώμα που απορροφά την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που προσπίπτει σ' αυτό, σε όλο το φάσμα της (όλες τις συχνότητες).

◆ Ο Kirchhoff είχε διατυπώσει το νόμο: «Όσο περισσότερη ακτινοβολία απορροφά ένα σώμα σε δεδομένη

θερμοκρασία τόσο περισσότερη ακτινοβολία εκπέμπει». Αφού λοιπόν το μέλαν σώμα απορροφά όλες τις συχνότητες της προσπίπτουσας ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, θα τις επανεκπέμπει. Το μέλαν σώμα είναι λοιπόν ιδανικός εκπομπός ακτινοβολίας και αποτελεί ένα μοντέλο.

Το φυσικό «αντικείμενο» που προσεγγίζει καλύτερα το μέλαν σώμα, δεν είναι καν σώμα, αλλά μια μικρή οπή σε ένα κοίλο σώμα (όπως π.χ. η είσοδος μιας σπηλιάς, η είσοδος ενός ξυλόφουρνου, η ίριδα του ματιού). Το φως που μπαίνει μέσα στην κοιλότητα από την οπή θα ανακλαστεί πολλές φορές πάνω στα τοιχώματα της κοιλότητας και κάθε φορά ένα μέρος του θα απορροφάται από αυτά. Η πιθανότητα για ένα τμήμα της ακτινοβολίας που



μπήκε μέσα στην κοιλότητα από την οπή να ξαναβγεί από αυτήν είναι πολύ μικρή, αν η οπή είναι αρκετά μικρή σε σχέση με την κοιλότητα, πράγμα που σημαίνει ότι μόνο ένα πολύ μικρό μέρος από το προσπίπτον φως «ανακλάται» από την οπή, ενώ το υπόλοιπο έχει απορροφηθεί. Αυτό συμβαίνει ανεξάρτητα από το υλικό των τοιχωμάτων, το σχήμα και το μέγεθος της κοιλότητας και το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, διότι, καθώς τα στερεά σώματα έχουν συνεχές φάσμα εκπομπής και απορρόφησης, όλα τα μήκη κύματος σταδιακά θα απορροφηθούν. Δεδομένου ότι το φως που παίρνουμε πίσω είναι αμελητέο, η μόνη ακτινοβολία που θα παίρνουμε από την οπή είναι η θερμική ακτινοβολία που παράγεται στο εσωτερικό της κοιλότητας και εξαρτάται μόνο από την θερμοκρασία της, υπό την προϋπόθεση ότι αυτή βρίσκεται σε θερμική ισορροπία.

Τι χρώμα έχει το μέλαν σώμα; Μαύρο θα απαντούσε κάποιος βιαστικά.

Και θα έκανε μέγα λάθος, αφού θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, ότι μπορεί να έχει **οποιοδήποτε χρώμα!** Το χρώμα που βλέπουμε εξαρτάται από τα μήκη κύματος που εκπέμπει ένα σώμα, όχι από αυτά που απορροφά και επίσης από την ανιχνευτική διάταξη που θα χρησιμοποιήσουμε. Ένα μέλαν σώμα σε θερμοκρασία δωματίου μοιάζει μαύρο, αφού το μεγαλύτερο μέρος της ακτινοβολίας που εκπέμπει είναι στην υπέρυθρη περιοχή και δεν μπορεί να ανιχνευθεί από το ανθρώπινο μάτι. Ο ήλιος μας, ο οποίος προσεγγίζει το μοντέλο του μέλανος σώματος, φαίνεται λευκός, διότι εκπέμπει κυρίως στην ορατή περιοχή του φάσματος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Η ακτινοβολία του μέλανος σώματος

Κάθε σώμα σε οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια με μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η ακτινοβολία αυτή ονομάζεται θερμική ακτινοβολία. Το φάσμα της θερμικής ακτινοβολίας είναι συνεχές (σε αντίθεση με τα γραμμικά φάσματα εκπομπής των αερίων) και ανεξάρτητο από τη χημική σύσταση του σώματος. Ο μόνος παράγοντας που καθορίζει το φάσμα αυτό είναι η θερμοκρασία του σώματος, επομένως δύο σώματα από διαφορετικό υλικό που βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία εκπέμπουν το ίδιο είδος θερμικής ακτινοβολίας. Για παράδειγμα ένα κομμάτι πυρακτωμένου σίδερου σε ένα αναμένο τζάκι και τα κάρβουνα φαίνονται κόκκινα, επειδή βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.

Το μέγεθος που εκφράζει την ενέργεια που εκπέμπεται από τη μονάδα της επιφανείας ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου ονομάζεται **ένταση της ακτινοβολίας**, συμβολίζεται με το I και ορίζεται ως

$$I = \frac{dE}{dA \cdot dt} \quad \text{ή ισοδύναμα} \quad I = \frac{P}{dA}$$

δηλαδή η ισχύς της ακτινοβολίας ανά μονάδα επιφάνειας. Η μονάδα μέτρησης της

έντασης ακτινοβολίας στο S.I. είναι $\frac{J}{m^2 \cdot s}$ ή $\frac{W}{m^2}$.

Η ένταση της ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα σώμα εξαρτάται από τη θερμοκρασία του.

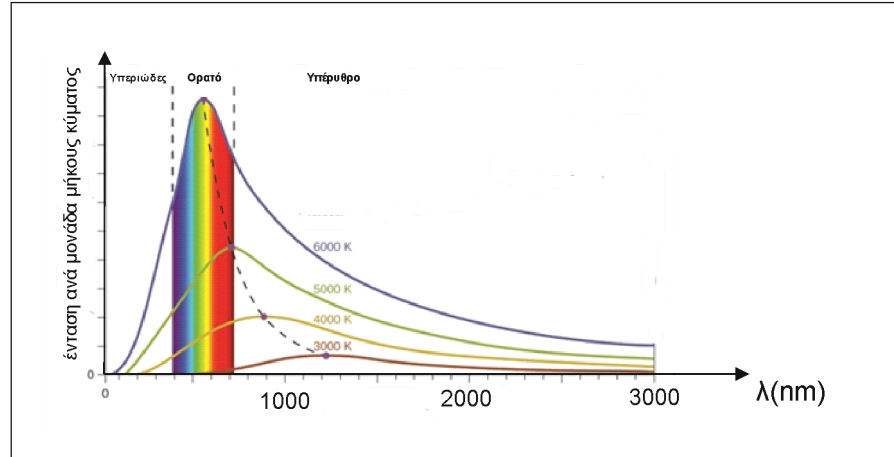
Η παραπάνω πρόταση ποσοτικοποιήθηκε από τον νόμο των Stefan – Boltzmann σύμφωνα με τον οποίο, η ένταση I της ακτινοβολίας που εκπέμπει ένα μέλαν σώμα θερμοκρασίας T είναι ανάλογη της τέταρτης δύναμης του T

$$I = \sigma \cdot T^4$$

όπου $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4$ η σταθερά Stefan - Boltzmann και T η απόλυτη θερμοκρασία του σώματος.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον, λόγω του ρόλου που έπαιξε στην εξέλιξη της φυσικής, έχει η μελέτη της θερμικής ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.

Το μέλαν σώμα (black body), σ' οποιαδήποτε θερμοκρασία κι αν βρίσκεται εκπέμπει ενέργεια (black body radiation) με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σ' όλο το φάσμα της. Το μεγαλύτερο όμως



τμήμα της ενέργειας που εκπέμπεται μ' αυτό τον τρόπο περιορίζεται σε μια στενή περιοχή, με "αιχμή" κάποιο μήκος κύματος (το οποίο το συμβολίζουμε με $\lambda_{\max}$) διαφορετικό για κάθε θερμοκρασία. Σε θερμοκρασίες γύρω στους 1000 K το μέλαν σώμα εκπέμπει κυρίως στην υπέρυθη περιοχή, ενώ σε ψηλότερες θερμοκρασίες το $\lambda_{\max}$ μετατοπίζεται σε μικρότερα μήκη κύματος (μεγαλύτερες συχνότητες), στην περιοχή του ορατού.

Η σχέση που συνδέει την απόλυτη θερμοκρασία (T) του μέλανος σώματος με το μήκος κύματος αιχμής ($\lambda_{\max}$) είναι

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{σταθερά} \quad (\text{νόμος μετατόπισης Wien})$$

Στην πραγματικότητα ο νόμος Wien γράφεται $\lambda_{\max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}$

Δηλαδή το μήκος κύματος, στο οποίο παρατηρείται μεγιστοποίηση της έντασης της ακτινοβολίας, είναι αντιστρόφως ανάλογο της θερμοκρασίας του σώματος.

♦ Προσοχή: το σύμβολο $\lambda_{\max}$ δεν αναφέρεται σε κάποια μέγιστη τιμή μήκους κύματος, αλλά το μήκος κύματος στο οποίο παρατηρείται η μέγιστη ένταση ακτινοβολίας σε δεδομένη θερμοκρασία.

♦ Από το νόμο του Wien προκύπτουν ως παραδείγματα τα παρακάτω:

α. η θερμοκρασία του αναμμένου κάρβουνου όταν το βλέπουμε κόκκινο ($\lambda_{\max} = 700\text{nm}$) είναι περίπου $T = 4300\text{K}$. Τα πιο «ζεστά» κάρβουνα έχουν χρώμα που μετατοπίζεται προς το ιώδες.

β. Με την ίδια λογική τα αστέρια που βλέπουμε στον ουρανό κόκκινα είναι πιο «ψυχρά» από αυτά που φαίνονται μπλε. Ο Ήλιος μας έχει θερμοκρασία επιφανείας $T = 5800\text{K}$, άρα το $\lambda_{\max}$ ανήκει στην ορατή περιοχή, γι αυτό φαίνεται λευκός.

♦ Από την μελέτη των πειραματικών καμπύλων προκύπτουν οι εξής παρατηρήσεις:

α. η καμπύλη της φασματικής κατανομής είναι **συνεχής και η μορφή της εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία T . Είναι ανεξάρτητη από τον όγκο, το σχήμα και κυρίως από το υλικό των τοιχωμάτων του σώματος.**

β. για πολύ μικρές και πολύ μεγάλες συχνότητες η τιμή της έντασης ακτινοβολίας τείνει στο μηδέν.

γ. για κάθε θερμοκρασία προκύπτει διαφορετική συνεχής καμπύλη. Κάθε καμπύλη εμφανίζει μέγιστο σε ένα μήκος κύματος $\lambda_{\max}$. Το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης μειώνεται, καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, ενώ αυξάνεται η ένταση της ακτινοβολίας. Δηλαδή **με την αύξηση της θερμοκρασίας, η γραφική παράσταση έντασης ακτινοβολίας και μήκους κύματος μετατοπίζει το μέγιστό της προς τα αριστερά και «ψηλώνει».**

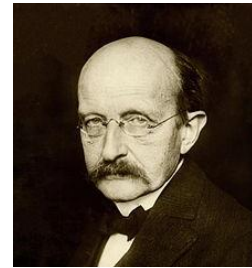
Για την ερμηνεία των πειραματικών δεδομένων σύμφωνα με την κλασική θεώρηση, οι ερευνητές δέχτηκαν ότι τα άτομα των σωμάτων ταλαντώνονται, απορροφώντας και εκπέμποντας ακτινοβολία με συχνότητα ίση με τη συχνότητα ταλάντωσης. Επειδή λοιπόν στα τοιχώματα της κοιλότητας υπάρχει τεράστιο πλήθος τέτοιων ταλαντωτών με ανάλογο πλήθος συχνοτήτων, η ακτινοβολία εμφανίζεται να έχει συνεχές φάσμα συχνοτήτων. Όπως ένας απλός αρμονικός ταλαντωτής ορισμένης συχνότητας μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή ενέργειας μεταξύ του 0 και μιας μέγιστης τιμής, έτσι και τα άτομα (ταλαντωτές) της κοιλότητας μπορούν να εκπέμπουν ή να απορροφούν ακτινοβολία με οποιαδήποτε ενέργεια μεταξύ του 0 και μιας ανώτατης τιμής. Το πλάτος της ταλάντωσής τους είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας στην οποία βρίσκονται τα σώματα. Αποτέλεσμα αυτής της ταλάντωσης των ατόμων, που μπορούμε να τα δούμε ως στοιχειώδη ταλαντούμενα ηλεκτρικά δίπολα, είναι η εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Η υπόθεση όμως αυτή δεν μπόρεσε να ερμηνεύσει ικανοποιητικά τα πειραματικά αποτελέσματα.

Οι Rayleigh και Jeans πρότειναν μια θεωρία που βασιζόταν στη θερμοδυναμική και τους νόμους του Maxwell προκειμένου να ερμηνεύσουν τα πειραματικά δεδομένα. Η θεωρία βασιζόταν στη δημιουργία στάσιμων ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων μέσα στην κοιλότητα. Όταν έχουμε πολύ μικρά μήκη κύματος, τότε σε δεδομένο μήκος μπορούν να δημιουργηθούν πολλές στάσιμες καταστάσεις. Επειδή η κάθε στάσιμη κατάσταση περιέχει το ίδιο ποσό ενέργειας σύμφωνα με το θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας, η ισχύς της πηγής θα πρέπει ν' αυξάνεται όσο μικραίνουν τα μήκη κύματος. Η θεωρία συμφωνούσε με το πείραμα στις χαμηλές συχνότητες, ενώ στις υψηλές αποτύγχανε, αφού προέβλεπε ότι για μεγάλες συχνότητες η ένταση ακτινοβολίας θα έπρεπε να απειρίζεται (υπεριώδης καταστροφή), πράγμα εντελώς παράλογο, αλλά και σε αντίθεση με αυτό που παρατηρείται πειραματικά.

Το φαινόμενο ερμηνεύτηκε πλήρως το 1900, με τις δύο υποθέσεις που διατύπωσε ο Planck.

A. Η ενέργεια των ταλαντούμενων ατόμων δε μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή. Μπορεί να πάρει μόνο διακριτές (κβαντισμένες) τιμές. Οι τιμές της ενέργειας που μπορεί να έχει το ταλαντούμενο άτομο είναι

$$E_n = n \cdot h \cdot f$$



Max Planck (1858 – 1947)
Νόμπελ Φυσικής
1918

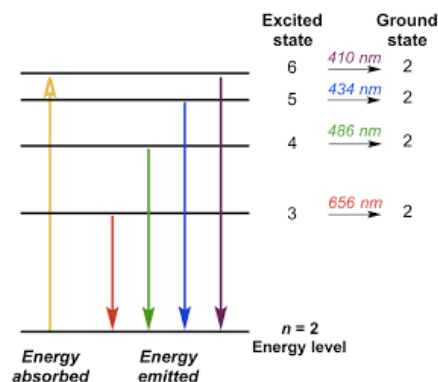
όπου n ένας θετικός ακέραιος αριθμός που ονομάζεται **κβαντικός αριθμός**, f η συχνότητα ταλάντωσης του ατόμου και h μια σταθερά που αργότερα έπαιξε μεγάλο ρόλο στη διαμόρφωση της κβαντομηχανικής και ονομάστηκε **σταθερά δράσης του**

Planck. Η τιμή της βρέθηκε ίση με $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

B. Το ποσό της ενέργειας, που μπορεί να απορροφήσει ή να εκπέμψει ένα άτομο, υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές.

$$\Delta E = \Delta n \cdot h \cdot f$$

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μία εικόνα των ενεργειακών σταθμών στις οποίες μπορεί να βρεθεί το άτομο. Αν το άτομο απορροφήσει ένα κβάντο ενέργειας δηλαδή ενέργεια $E = h \cdot f$, αυξάνει την ενέργειά του κατά ένα σκαλοπάτι στην κλίμακα των ενεργειακών σταθμών. Αν πάλι το άτομο εκπέμψει ένα



κβάντο ενέργειας υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας τότε κατεβαίνει ένα σκαλοπάτι στην ίδια κλίμακα. Όσο ένα άτομο παραμένει στην ίδια ενεργειακή κατάσταση (στάθμη), ούτε εκπέμπει ούτε απορροφά ενέργεια. Τα άτομα, λοιπόν, απορροφούν ή εκπέμπουν ενέργεια όχι συνεχώς αλλά κάνοντας ενεργειακά άλματα.

♦ Παρά το γεγονός ότι κάθε άτομο (ταλαντωτής) της κοιλότητας εκπέμπει ή απορροφά ακτινοβολία ορισμένης συχνότητας, το φάσμα της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας του μέλανος σώματος είναι συνεχές, λόγω του μεγάλου πλήθους των ατόμων του.

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι το φαινόμενο κατά το οποίο, μια μεταλλική επιφάνεια απελευθερώνει ηλεκτρόνια στο περιβάλλον όταν πάνω της προσπίπτει φως.

Τα ηλεκτρόνια που υπάρχουν στο εσωτερικό ενός αγωγού περιορίζονται στο χώρο που καταλαμβάνει ο αγωγός, από δυνάμεις που εμποδίζουν τη διάχυσή τους στο περιβάλλον. Όταν μια δέσμη φωτός προσπίπτει πάνω στην επιφάνεια του αγωγού κάποια ηλεκτρόνια απορροφούν ενέργεια αρκετή για να υπερνικήσουν αυτές τις δυνάμεις και βγαίνουν από το μέταλλο (**φωτοηλεκτρόνια**).

Για τη μελέτη του φωτοηλεκτρικού φαινομένου θα χρησιμοποιήσουμε τη διάταξη του διπλανού σχήματος.

G

E

Κάθοδος (C)

Άνοδος (A)

 e^- e^-

φωτοηλεκτρόνια

διαιρέτης τάσης

 i

αερόκενος κύλινδρος

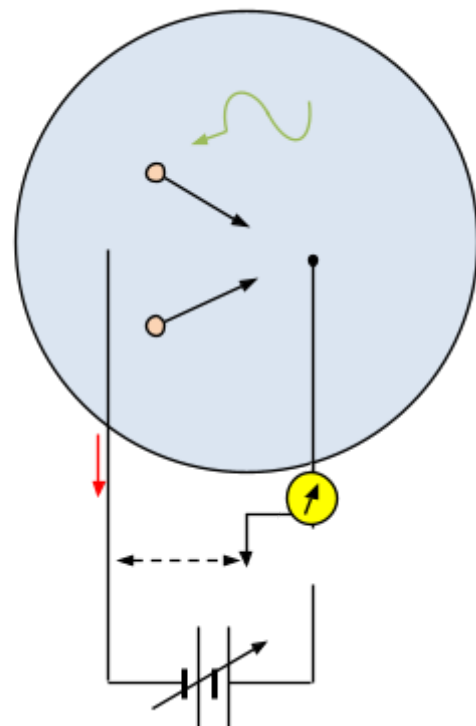
φως έντασης I_λ V_{AC}

Μέσα σε ένα σωλήνα υψηλού κενού ($\approx 10^{-7} \text{ atm}$) τοποθετούμε δύο ηλεκτρόδια. Το πρώτο, που χρησιμεύει ως **κάθοδος (συνδεδεμένη με τον αρνητικό πόλο της πηγής)**, έχει μεγάλη επιφάνεια, φέρει επίστρωση από ένα αλκαλιμέταλλο (K ή Cs) και όταν φωτίζεται εκπέμπει ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια αυτά συλλέγονται από το δεύτερο ηλεκτρόδιο την **άνοδο (συνδεδεμένη με το θετικό πόλο της πηγής)**. Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής αντίστασης (διαιρέτης τάσης) μπορούμε να μεταβάλλουμε την τάση V_{AC} που εφαρμόζεται στα ηλεκτρόδια. Η τάση αυτή είναι ίση με iR , όπου R είναι το τμήμα της αντίστασης που έχει τα άκρα του στην άνοδο και την κάθοδο. Η πηγή με ΗΕΔ Ε μπορεί να αλλάζει και πολικότητα.

Τέλος, με ένα μικροαμπερόμετρο που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα μπορούμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που οφείλεται στα ηλεκτρόνια που εκπέμπει η φωτιζόμενη κάθοδος. Όταν η κάθοδος φωτίζεται, εκπέμπει ηλεκτρόνια (φωτοηλεκτρόνια) τα οποία επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των ηλεκτροδίων και καταλήγουν στην άνοδο.

Πειραματικά διαπιστώνεται ότι

A. Εκπομπή φωτοηλεκτρονίων έχουμε μόνο όταν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι μεγαλύτερη ή ίση μιας ορισμένης συχνότητας, η οποία είναι χαρακτηριστική για το μέταλλο. Αυτή η οριακή συχνότητα ονομάζεται **συχνότητα**



κατωφλίου (f_0). Όταν το φως έχει συχνότητα μικρότερη από τη συχνότητα κατωφλίου, από την κάθοδο δεν εξέρχονται φωτοηλεκτρόνια, **ανεξάρτητα από το πόσο μεγάλη είναι η ένταση της φωτεινής ακτινοβολίας.**

Β. Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποσπώνται από το μέταλλο ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογος της έντασης της φωτεινής ακτινοβολίας που προσπίπτει στο μέταλλο.

Γ. Η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια **δεν εξαρτάται από την ένταση** της φωτεινής ακτινοβολίας **αλλά μόνο από τη συχνότητά της** και αυξάνεται όταν η συχνότητα της ακτινοβολίας μεγαλώνει.

Δ. Το φαινόμενο είναι «ακαριαίο», δηλαδή από τη στιγμή που θα προσπέσει η ακτινοβολία - με την κατάλληλη φυσικά συχνότητα - μέχρι να εκπεμφθούν τα φωτοηλεκτρόνια από την κάθοδο περνά χρόνος της τάξης του 10^{-9} s, ακόμη κι αν η ένταση της ακτινοβολίας είναι ασθενής.

Ε. Υπάρχει μια διαφορά δυναμικού $-V_0$ (**τάση αποκοπής** - αντίθετης πολικότητας από αυτή που φαίνεται στο σχήμα), με την οποία μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα ανασχετικό ηλεκτρικό πεδίο και να μηδενίσουμε το ρεύμα των φωτοηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με διάφορες κινητικές ενέργειες. Είναι προφανές πως αν επιτύχουμε να αποκόψουμε τα πιο κινητικά, δηλαδή αυτά που φεύγουν από την κάθοδο με τη **μέγιστη κινητική ενέργεια K_{max}** , θα μηδενίσουμε το ρεύμα. Η τάση αποκοπής εξαρτάται από τη συχνότητα της προσπίπτουσας στην κάθοδο ακτινοβολίας.

Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η ένταση του ρεύματος σε συνάρτηση με την διαφορά δυναμικού V_{AC} μεταξύ ανόδου καθόδου στο κύκλωμα, για δύο διαφορετικές τιμές έντασης της ακτινοβολίας $I_1, I_2 > I_1$.

$-V_0$

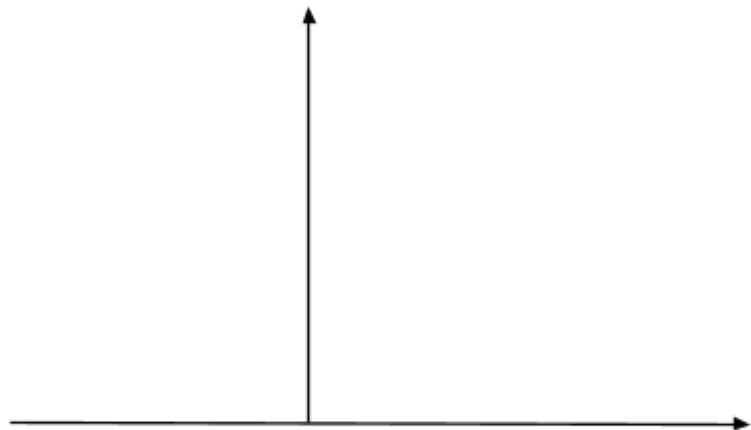
i

V_{AC}

$I_2 > I_1$

I_1

$0,0$



Παρατηρήστε ότι για τάση μηδέν έχουμε ρεύμα, που σημαίνει ότι τα φωτοηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με κινητική ενέργεια που τους επιτρέπει να κινηθούν μέχρι την άνοδο. Ρεύμα έχουμε και για διαφορές δυναμικού λίγο μικρότερες από το μηδέν. Αρνητική διαφορά δυναμικού, εδώ, σημαίνει ότι η άνοδος έχει μικρότερο δυναμικό από την κάθοδο (έχουμε αντιστρέψει την πολικότητα της πηγής). Στην περίπτωση αυτή το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ ανόδου - καθόδου παρεμποδίζει τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο να φτάσουν στην άνοδο. Εφόσον για κάποιες αρνητικές τιμές της τάσης έχουμε ρεύμα, η κινητική ενέργεια ορισμένων ηλεκτρονίων, όταν εξέρχονται από την κάθοδο, είναι αρκετά μεγάλη ώστε να

υπερνικήσουν το αντιτιθέμενο ηλεκτρικό πεδίο και να φτάσουν στην άνοδο. Όταν η τάση γίνει ίση με την τάση αποκοπής, το ρεύμα μηδενίζεται, δηλαδή τα πιο κινητικά ηλεκτρόνια που έφυγαν από την κάθοδο, φτάνουν στην άνοδο με μηδενική ταχύτητα.

Φαίνεται ότι η τάση αποκοπής δεν επηρεάζεται από την ένταση I της ακτινοβολίας, αλλά η ένταση του ρεύματος των φωτοηλεκτρονίων αυξάνεται όταν αυξάνεται η ένταση του φωτός.

Η αδυναμία της κλασικής Φυσικής να ερμηνεύσει το φαινόμενο

A. Η ένταση I της ακτινοβολίας εξαρτάται από το πλάτος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, δηλαδή την μεταφερόμενη ενέργεια και όχι από τη συχνότητα, άρα θα έπρεπε να συμβαίνει το φαινόμενο για οποιαδήποτε συχνότητα f .

B. Χρειάζεται ένα ελάχιστο ποσό ενέργειας να απορροφηθεί από ένα ηλεκτρόνιο ώστε να εξέλθει από το μέταλλο, που λέγεται **έργο εξαγωγής ϕ** . Αν το φως είναι αμυδρό (μικρής έντασης I), θα χρειαζόταν χρόνος για να μεταφερθεί από το ηλεκτρομαγνητικό κύμα αυτό το ποσό, άρα καθυστέρηση στην έναρξη του φαινομένου.

Γ. Επειδή η ένταση I της ακτινοβολίας εξαρτάται από την μεταφερόμενη ενέργεια από την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, θα έπρεπε η τάση αποκοπής να αυξάνεται με την αύξηση της έντασης I . Καθώς η ένταση ακτινοβολίας δεν εξαρτάται από τη συχνότητα f , θα έπρεπε η τάση αποκοπής να μην επηρεάζεται από τη συχνότητα.

Η εξήγηση του φαινομένου από τον Einstein

Το 1905 ήταν το annus mirabilis για τον Einstein. Τη χρονιά αυτή διατυπώνει την ειδική θεωρία της Σχετικότητας, ερμηνεύει την κίνηση Brown και εξηγεί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, αξιοποιώντας την ιδέα του Planck περί κβάντωσης, η οποία ήταν από το 1900 στα αζήτητα...

A. Στο Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο, το φως συμπεριφέρεται σαν ένα σύνολο «σωματιδίων». Κάθε ένα από αυτά, ονομάζεται **φωτόνιο** και μεταφέρει ενέργεια και ορμή, παρόλο που έχει μηδενική μάζα ηρεμίας.

- Ενέργεια φωτονίου:

$$E = E \cdot f h = \frac{c}{\lambda}$$

όπου $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ η σταθερά του Planck, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

- Ορμή φωτονίου:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Παρατήρηση: η σχέση $p = \frac{E}{c}$ προέρχεται από τη θεωρία της σχετικότητας...

Β. Ένα ηλεκτρόνιο μπορεί να εξέλθει από την επιφάνεια της καθόδου μόνο αν απορροφήσει ένα φωτόνιο ενέργειας E μεγαλύτερης από το έργο εξαγωγής φ .

- Συνθήκη εξόδου φωτοηλεκτρονίου:

$$E > \varphi \rightarrow h \cdot f > \varphi \rightarrow f > \frac{\varphi}{h}$$

Δηλαδή μόνο πάνω από μια τιμή **συχνότητας κατωφλίου** $f_0 = \frac{\varphi}{h}$ θα υπάρξει εξαγωγή.

Γ. Για δεδομένη συχνότητα $f > f_0$, αύξηση στην ένταση I της ακτινοβολίας, προκαλεί αύξηση στον αριθμό των απορροφούμενων φωτονίων ανά s . Άρα αύξηση στον αριθμό των εκπεμπόμενων φωτοηλεκτρονίων και στην ένταση i του ρεύματος.

Δ. Δεν υπάρχει καμία καθυστέρηση έναρξης του φαινομένου, από τη στιγμή που διαθέτουμε φωτόνια επαρκούς ενέργειας, εφόσον αυτά απορροφηθούν.

Ε. Η τάση αποκοπής $-V_0$ εξαρτάται μόνο από τη συχνότητα f του φωτός, διότι εφαρμόζοντας την ΑΔΕ σε μια απορρόφηση φωτονίου ενέργειας E από ηλεκτρόνιο που εξέρχεται με τη μέγιστη κινητική ενέργεια $K_{\max}$, προκύπτει:

$$E - |E_{\text{απωλ}}| = K_{\max} + \varphi$$

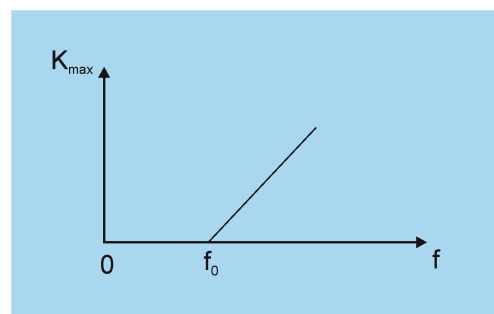
όπου $E_{\text{απωλ}}$ η ενέργεια που πρόκειται να χάσει το ηλεκτρόνιο κατά την διαδρομή του από το εσωτερικό της καθόδου μέχρι την επιφάνειά της (λόγω αλληλεπίδρασης με τα ιόντα και άλλα ηλεκτρόνια). Αν θεωρήσουμε ότι το ηλεκτρόνιο αποσπάται από την επιφάνεια του μετάλλου της καθόδου, τότε $E_{\text{απωλ}} = 0$ και η προηγούμενη σχέση γράφεται

$$E = K_{\max} + \varphi \rightarrow h \cdot f = K_{\max} + \varphi \rightarrow$$

$$K_{\max} = h \cdot f - \varphi \quad (\text{φωτοηλεκτρική εξίσωση Einstein})$$

- Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων σε συνάρτηση με τη συχνότητα της προσπίπτουσας στην κάθοδο ακτινοβολίας, δηλαδή η σχέση $K_{\max} = h \cdot f - \varphi$. Αν η συχνότητα των φωτονίων που πέφτουν στην κάθοδο είναι μικρότερη της συχνότητας

κατωφλίου $f_0 = \frac{\varphi}{h}$, τότε δεν υπάρχει



φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, ενώ για συχνότητες μεγαλύτερες τις συχνότητας κατωφλίου, η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτούν τα εξαγόμενα ηλεκτρόνια είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας των φωτονίων. Η κλίση του διαγράμματος είναι ίση με τη σταθερά h του Planck.

Υπολογισμός της τάσης αποκοπής

Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από την κάθοδο στην άνοδο (με ανεστραμμένη την πολικότητα της πηγής) για τα πιο κινητικά φωτοηλεκτρόνια και θεωρώντας ότι για την τάση αποκοπής θα φτάσουν οριακά στην άνοδο ($K_{\text{τελ}} = 0$) παίρνουμε

$$0 - K_{\text{max}} = W_{\text{Fηλ}} \Leftrightarrow -K_{\text{max}} = -e \cdot V_0 \Leftrightarrow K_{\text{max}} = e \cdot V_0 \quad (1)$$

Επομένως έχουμε

$$K_{\text{max}} = h \cdot f - \varphi \xrightarrow{(1)} e \cdot V_0 = h \cdot f - \varphi \rightarrow V_0 = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{\varphi}{e}$$

Η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η τάση αποκοπής V_0 είναι γραμμική συνάρτηση της συχνότητας f . Δηλαδή για δεδομένο υλικό καθόδου (άρα δεδομένο έργο εξαγωγής φ) η τάση αποκοπής εξαρτάται μόνο από τη συχνότητα και όχι από την ένταση της προσπίπτουσας στην κάθοδο ακτινοβολίας.

- Ο Einstein πήρε το μοναδικό βραβείο Nobel (1922) στην καριέρα του για την ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.
- Πέρα από τη σημασία της θεωρητικής ερμηνείας του φαινομένου για την μετέπειτα εμφάνιση της κβαντομηχανικής, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο έχει αρκετές εφαρμογές. Τα φωτοηλεκτρικά κύτταρα χρησιμοποιήθηκαν αρχικά για την ανίχνευση φωτός, χρησιμοποιώντας ένα σωλήνα κενού που περιέχει μια κάθοδο, για να εκπέμψει ηλεκτρόνια και μια άνοδο, για να συγκεντρώσει το προκύπτον ρεύμα. Σήμερα, αυτοί οι «φωτοσωλήνες» έχουν προχωρήσει σε φωτοδίοδους με βάση ημιαγωγούς, που χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές όπως τα ηλιακά (φωτοβολταϊκά) κύτταρα και οι τηλεπικοινωνίες οπτικών ινών. Επίσης το φαινόμενο αξιοποιείται στην τεχνολογία απεικόνισης, στο night vision καθώς και στην έρευνα για τη δομή της ύλης.
- Με τη βοήθεια του φωτοηλεκτρικού φαινομένου μπορούμε να αντιληφθούμε ότι η χημική δραστικότητα μιας ακτινοβολίας σχετίζεται με τη συχνότητά της κι όχι με την έντασή της. Η ορατή ακτινοβολία έχει ασήμαντη χημική δραστικότητα (αλλιώς δεν θα υπήρχαμε για να το συζητήσουμε...), ενώ όσο αυξάνεται η συχνότητα της ακτινοβολίας (υπεριώδης, ακτίνες X, ακτίνες γ) αυξάνεται η χημική δραστικότητα. Από την άλλη πλευρά του φάσματος, η υπέρυθη, τα μικροκύματα και τα ραδιοκύματα δεν έχουν χημική δραστικότητα, αφού η ενέργεια των φωτονίων τους είναι πολύ μικρή.

Μια εφαρμογή

Μέσα σε αερόκενο σωλήνα έχουμε δύο ηλεκτρόδια, όπως στο σχήμα. Φωτίζοντας το ηλεκτρόδιο Α, μπορούμε να έχουμε ρεύμα στο κύκλωμα.

i) Πώς ονομάζονται τα δύο ηλεκτρόδια Α και Β;
 ii) Ρίχνοντας στο ηλεκτρόδιο Α μονοχρωματικό φως έντασης I_1 με μήκος κύματος λ_1 , δεν παρατηρούμε εκπομπή φωτοηλεκτρονίων και δεν έχουμε ένδειξη ρεύματος στο μικροαμπερόμετρο. Για να έχουμε εκπομπή ηλεκτρονίων θα πρέπει:

α) Να αυξήσουμε την ένταση της ακτινοβολίας στην τιμή $I_2 > I_1$.

β) Να αυξήσουμε το μήκος κύματος του φωτός.

γ) Να μειώσουμε το μήκος κύματος του φωτός.

iii) Ρίχνοντας στο ηλεκτρόδιο Α μονοχρωματικό φως με μήκος κύματος λ_2 , το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης i_2 , με το δρομέα στο αριστερό άκρο του ποτενσιόμετρου.

α) Αν αυξήσουμε την ένταση της ακτινοβολίας, η ένταση του ρεύματος θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει σταθερή;

β) Όλα τα ηλεκτρόνια που φτάνουν στην άνοδο έχουν την ίδια κινητική ενέργεια ή όχι;

γ) Αν μετακινήσουμε τον δρομέα δ προς τα δεξιά, η ένδειξη του μικροαμπερομέτρου:

γ₁) Θα αυξηθεί, γ₂) θα μειωθεί, γ₃) θα παραμείνει σταθερή.

δ) Μπορούμε να αποκόψουμε το ρεύμα με μετακίνηση του δρομέα δ του ποτενσιόμετρου;

iv) Φωτίζουμε την κάθοδο με φως που η ενέργεια του φωτονίου είναι ίση με 2,7eV:

A) Αν το έργο εξαγωγής του μετάλλου της καθόδου είναι 1,9eV, τότε:

α) όλα τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο έχουν κινητική ενέργεια 0,8eV.

β) Η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων είναι 0,8eV.

γ) Η ελάχιστη κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων είναι 0,8eV.

δ) Όλα τα ηλεκτρόνια εξέρχονται από την κάθοδο με κινητική ενέργεια 1,9eV

B) Μετακινώντας τον δρομέα του ποτενσιόμετρου προς τα δεξιά, η μέγιστη κινητική ενέργεια με την οποία φτάνει στην άνοδο ένα ηλεκτρόνιο είναι:

α) μικρότερη από 0,8eV, β) ίση με 0,8eV, γ) μεγαλύτερη από 0,8eV.

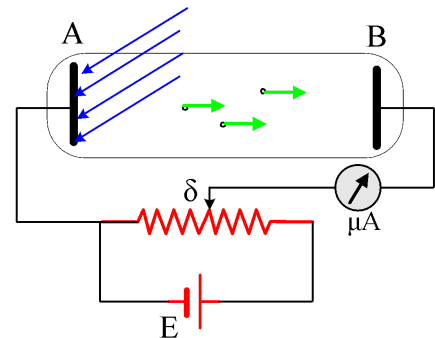
Γ) Αλλάζουμε το υλικό της καθόδου, οπότε η τάση αποκοπής γίνεται ίση με 0,6V:

α) Τι αλλαγή πρέπει να κάνουμε στο κύκλωμα για να αποκόψουμε το ρεύμα;

β) Πόσο είναι το έργο εξαγωγής του υλικού της καθόδου;

γ) Ποιο το μέγιστο μήκος κύματος της ακτινοβολίας για να έχουμε ένδειξη στο μικροαμπερόμετρο;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



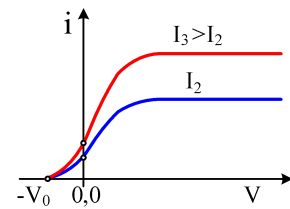
Απάντηση

i) Το ηλεκτρόδιο Α που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής ονομάζεται **κάθοδος**, ενώ το απέναντι ηλεκτρόδιο Β, το οποίο συνδέεται με τον θετικό πόλο της πηγής, **άνοδος**. Στα επόμενα φωτίζουμε την κάθοδο, από την οποία ελευθερώνονται ηλεκτρόνια τα οποία φτάνουν στην άνοδο και το μικροαμπερόμετρο θα δείχνει κάποια ένδειξη ρεύματος.

ii) Δεν έχουμε ένδειξη στο μικροαμπερόμετρο σημαίνει δεν εξέρχονται ηλεκτρόνια από την κάθοδο. Αυτό σημαίνει ότι τα φωτόνια της ακτινοβολίας δεν έχουν την ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται να απορροφήσει ένα ηλεκτρόνιο στην επιφάνεια της καθόδου, για να εξέλθει από το μέταλλο. Συνεπώς πρέπει να αυξήσουμε την ενέργεια

των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο και αφού $E = hf = h \frac{c}{\lambda}$, προκύπτει ότι πρέπει να μειώσουμε το μήκος κύματος του φωτός, με το οποίο φωτίζουμε την κάθοδο. Σωστό το γ).

iii) Στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με την τάση V , μεταξύ ανόδου και καθόδου, για ακτινοβολία σταθερής συχνότητας και για δυο διαφορετικές εντάσεις του φωτός I_2 και $I_3 > I_2$.



α) Αν αυξήσουμε την ένταση της ακτινοβολίας, αυξάνουμε τον αριθμό των φωτονίων που προσπίπτουν στην κάθοδο, συνεπώς αυξάνεται και ο αριθμός των ηλεκτρονίων που εξέρχονται από την κάθοδο και η ένδειξη του αμπερομέτρου. Έτσι στο σχήμα για $V = 0$, βλέπουμε μεγαλύτερη ένταση ρεύματος (η κουκίδα στην πάνω καμπύλη) όταν αυξήσουμε την ένταση της ακτινοβολίας.

β) Αφού $V_{BA} = 0$, τα ηλεκτρόνια φτάνουν στην άνοδο με την ίδια κινητική ενέργεια που έχουν την στιγμή της εξόδου από την κάθοδο. Αλλά η αρχή διατήρησης της ενέργειας δίνει:

$$E - |E_{\text{απωλ}}| = K + \phi \rightarrow h \cdot f - |E_{\text{απωλ}}| = K + \phi \quad (1)$$

Όπου $h \cdot f$ η ενέργεια του φωτονίου που απορροφά το ηλεκτρόνιο του μετάλλου, $E_{\text{απωλ}}$ η ενέργεια που πρόκειται να χάσει το ηλεκτρόνιο κατά την διαδρομή, μέχρι την έξοδο από το μέταλλο (λόγω αλληλεπίδρασης με τα ιόντα και άλλα ηλεκτρόνια), ϕ το έργο εξαγωγής και K η κινητική ενέργεια που έχει απομείνει στο ηλεκτρόνιο, τη στιγμή

που εγκαταλείπει την επιφάνεια της καθόδου. Αν το ηλεκτρόνιο βρίσκεται αρχικά στην επιφάνεια, τότε $E_{\text{απωλ}} = 0$ και η εξίσωση γίνεται:

$$h \cdot f = K_{\text{max}} + \phi \quad (2)$$

όπου K_{max} η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων.

Με βάση αυτά, τα ηλεκτρόνια που εξέρχονται από την κάθοδο έχουν ποικίλες

κινητικές ενέργειες, με τιμές από μηδέν, μέχρι $K_{\text{max}} = h \cdot f - \phi$.

γ) Με βάση το παραπάνω διάγραμμα $i = f(V)$, βλέπουμε ότι όταν αυξήσουμε την τάση V_{BA} από μηδέν σε κάποια άλλη τιμή, η ένδειξη του αμπερομέτρου θα αυξηθεί. Η μετακίνηση του δρομέα δ προς τα δεξιά αυξάνει την τάση, συνεπώς σωστό το γ₁.

δ) Για να αποκόψουμε το ρεύμα πρέπει να εφαρμόσουμε αρνητική τάση $-V_0$. Αλλά με το ποτενσιόμετρο που διαθέτουμε δεν μπορούμε μετακινώντας τον δρομέα να πετύχουμε αρνητική τάση. Μπορούμε να έχουμε τάσεις από μηδέν, ο δρομέας στο αριστερό άκρο, μέχρι E , ο δρομέας στο δεξιό άκρο. Αρνητική τάση σημαίνει να αλλάξει πολικότητα η πηγή, έτσι ώστε το ηλεκτρόδιο Α να συνδέεται με τον θετικό πόλο της πηγής.

iv) Στηριζόμενοι στην ανάλυση στο ερώτημα iii) β) θα έχουμε:

Α) Τα ηλεκτρόνια δεν εξέρχονται όλα με την ίδια κινητική ενέργεια. Η εξίσωση (2) μας δίνει την μέγιστη κινητική ενέργεια που μπορεί να έχει ένα ηλεκτρόνιο όταν φεύγει από την κάθοδο και αυτή είναι:

$$K_{\text{max}} = hf - \phi = 2,7\text{eV} - 1,9\text{eV} = 0,8\text{eV}$$

Σωστό το β)

Β) Μετακινώντας τον δρομέα του ποτενσιόμετρου προς τα δεξιά, αυξάνουμε την τάση V_{BA} , οπότε ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται και φτάνει στην άνοδο με κινητική ενέργεια $K_{\text{τελ}}$. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την κάθοδο στην άνοδο για ένα φωτοηλεκτρόνιο παίρνουμε:

$$K_{\text{av}} - K_{\text{καθ}} = W_{F_e} \rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{max}} = e \cdot V_{AB} \rightarrow$$

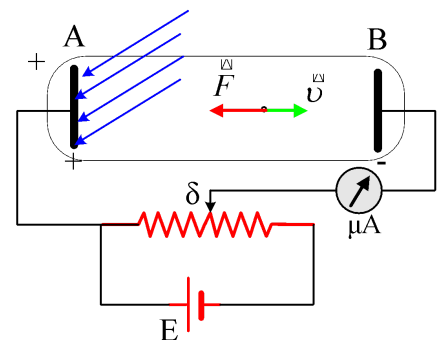
$$K_{\text{τελ}} = K_{\text{max}} + e \cdot V_{BA} > K_{\text{max}}$$

Σωστό το γ)

Γ) Αλλάζοντας το υλικό της καθόδου, αλλάζει και το έργο εξαγωγής.

α) Για να μπορέσουμε να αποκόψουμε το ρεύμα, θα πρέπει να συνδέσουμε αντίστροφα την πηγή, όπως στο διπλανό σχήμα, οπότε τα ηλεκτρόνια να επιβραδύνονται κατά την κίνησή τους από το Α στο Β, οπότε οριακά θα σταματήσουν και αυτά με την μέγιστη κινητική ενέργεια τη στιγμή της εξόδου.

β) Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την κάθοδο στην άνοδο για ένα φωτοηλεκτρόνιο και θέτοντας $K_{\text{τελ}} = 0$, υπολογίζουμε την μέγιστη κινητική ενέργεια ενός ηλεκτρονίου, το οποίο ξεκινά από το ηλεκτρόδιο Α και



επιβραδύνεται φτάνοντας οριακά στο ηλεκτρόδιο Β, όταν η διαφορά δυναμικού μεταξύ τους είναι $V_{BA} = -0,6V$ ή η τάση αποκοπής $V_{AB} = 0,6V$. Έτσι έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{max} = -e \cdot V_{AB} \rightarrow 0 = K_{max} - e \cdot V_{AB} \rightarrow$$

$$K_{max} = e \cdot V_{AB} = 0,6eV$$

Οπότε από την εξίσωση (2) παίρνουμε για το έργο εξαγωγής:

$$h \cdot f = \varphi + K_{max} \rightarrow \varphi = h \cdot f - K_{max} = 2,7eV - 0,6eV = 2,1eV$$

γ) Αν μειώσουμε την συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας, θα μειώνεται και η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων, οπότε η ελάχιστη συχνότητα για την οποία θα έχουμε ρεύμα (η συχνότητα κατωφλίου) θα είναι αυτή όπου $K_{max} = 0$, οπότε από την εξίσωση (2) θα έχουμε:

$$h \cdot f = \varphi + K_{max} \xrightarrow{K_{max}=0} h \cdot f_0 = \varphi \rightarrow$$

$$f_0 = \frac{\varphi}{h} = \frac{2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J}{6,6 \cdot 10^{-34} J \cdot s} \approx 5 \cdot 10^{14} Hz$$

Ενώ για το μήκος κύματος θα έχουμε:

$$c = \lambda_0 \cdot f_0 \rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} m = 0,6 \cdot 10^{-6} m = 600nm$$

Μήκος κύματος που αντιστοιχεί σε ακτινοβολία στην περιοχή του ορατού (πορτοκαλί χρώμα).

Το φαινόμενο Compton

Οι ακτίνες X

Το 1895 ο Wilhelm Röntgen ανακάλυψε ότι όταν ένα μέταλλο «βομβαρδιστεί» με ηλεκτρόνια που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Η ακτινοβολία αυτή ονομάστηκε **ακτίνες X** ή ακτίνες Rontgen. Ακτίνες X χρησιμοποιούνται καθημερινά σήμερα για την λήψη κοινών ακτινογραφιών. Οι ακτίνες X έχουν μήκη κύματος από 0,001 nm, έως 1 nm.

Ο μηχανισμός παραγωγής των ακτίνων X είναι ακριβώς ο αντίστροφος του φωτοηλεκτρικού φαινομένου. Στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο μια μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρομαγνητικό κύμα και εκπέμπει ηλεκτρόνια. Στις ακτίνες X η μεταλλική επιφάνεια «βομβαρδίζεται» με ηλεκτρόνια και εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

Όταν τα ηλεκτρόνια της δέσμης φτάνουν στην επιφάνεια του μετάλλου επιβραδύνονται απότομα. Η επιβράδυνση αυτή συνοδεύεται από εκπομπή ακτινοβολίας, το φωτόνιο της οποίας θα έχει ενέργεια μικρότερη ή ίση με την ενέργεια του ηλεκτρονίου στο οποίο οφείλεται η εκπομπή του.

Υπάρχει και άλλη αιτία για την οποία εκπέμπεται ακτινοβολία από τη μεταλλική επιφάνεια. Καθώς τα ηλεκτρόνια συγκρούονται με τα άτομα της επιφάνειας του μετάλλου, τους μεταφέρουν ενέργεια. Τα άτομα διεγείρονται, τα ηλεκτρόνιά τους δηλαδή μεταφέρονται σε στιβάδες μεγαλύτερης ενέργειας. Όταν αποδιεγείρονται, όταν δηλαδή τα ηλεκτρόνια επανέλθουν στην αρχική τους στιβάδα, εκπέμπουν στο περιβάλλον ενέργεια υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Η σκέδαση Compton

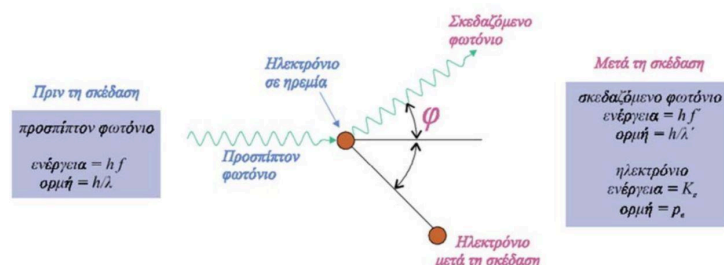
Η ύπαρξη φωτονίων επιβεβαιώθηκε πειραματικά το 1924 από τον Αμερικανό Arthur Holly Compton. Ο Compton παρατήρησε ότι όταν ακτίνες X προσπίπτουν πάνω σε μια υλική επιφάνεια ένα μέρος τους εκτρέπεται από τα σωματίδια της ύλης (σκεδαάζεται). Ο Compton διαπίστωσε ότι το σκεδαζόμενο τμήμα της ακτινοβολίας έχει μήκος κύματος μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της προσπίπτουσας ακτινοβολίας (μικρότερη συχνότητα).

Σύμφωνα με την κλασική θεωρία, ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα συχνότητας f που προσπίπτει σ' ένα υλικό αναγκάζει τα ηλεκτρόνια του υλικού να ταλαντώνονται με την ίδια συχνότητα και, επακόλουθα, να παράγουν με τη σειρά τους σαν μικρές κεραίες, ηλεκτρομαγνητικό κύμα της ίδιας συχνότητας f . Η κλασική θεωρία, λοιπόν, θα περίμενε η σκεδαζόμενη δέσμη να έχει την ίδια συχνότητα και, αντίστοιχα, ίδιο μήκος κύματος με την προσπίπτουσα δέσμη. Κατά συνέπεια το φαινόμενο δεν μπορούσε να ερμηνευτεί στα πλαίσια της κλασικής θεώρησης, ότι το φως είναι κύμα.

Βλέπουμε και πάλι εδώ τη χρεωκοπία της κλασικής φυσικής να ερμηνεύσει φαινόμενα που σχετίζονται με την αλληλεπίδραση φωτός και ύλης.

Τα πράγματα φωτίζονται αν δούμε την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία ως ρεύμα φωτονίων, δηλαδή σωματίων με μηδενική μάζα ηρεμίας που μεταφέρουν ενέργεια και ορμή. Τότε το πρόβλημα της σκέδασης της ακτινοβολίας μετατρέπεται σε πρόβλημα κρούσης ανάμεσα σ' ένα φωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο.

Ας υποθέσουμε ότι ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ συγκρούεται μ' ένα πρακτικά ακίνητο ηλεκτρόνιο. Μετά τη



σκέδαση το φωτόνιο κινείται σχηματίζοντας γωνία φ με την αρχική διεύθυνση κίνησης και έχοντας χάσει τμήμα της αρχικής του ενέργειας, αφού ένα μέρος της αρχικής του ενέργειας θα μεταφερθεί στο ηλεκτρόνιο. Το σκεδαζόμενο φωτόνιο θα έχει μετατραπεί σε φωτόνιο μήκους κύματος λ' με $\lambda' > \lambda$. Κατά τη διάρκεια της σκέδασης πρέπει να διατηρούνται η ενέργεια και η ορμή του συστήματος. Ο Compton εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης ενέργειας και την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα φωτόνιο - ηλεκτρόνιο, έδειξε ότι η μεταβολή του μήκους κύματος ανάμεσα στην προσπίπτουσα και τη σκεδαζόμενη δέσμη φωτός εξαρτάται μόνο από τη γωνία ανάμεσα στις δύο δέσμες και μάλιστα υπακούει στη σχέση

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m \cdot c} \cdot (1 - \cos \varphi)$$

όπου λ' το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης δέσμης, λ το μήκος κύματος της προσπίπτουσας δέσμης, m η μάζα του ηλεκτρονίου και φ η γωνία μεταξύ προσπίπτουσας και ανακλώμενης δέσμης.

Το φωτόνιο έχει πριν τη σκέδαση ενέργεια $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ και μετά τη σκέδαση

$E' = h \cdot \frac{c}{\lambda'}$. Θα πρέπει λοιπόν να ισχύει

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \frac{c}{\lambda'} + K_e$$

όπου K_e η κινητική ενέργεια του ανακρουόμενου ηλεκτρονίου.

Η κυματική φύση της ύλης

Δεδομένου ότι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα οποία στο πλαίσιο της κλασικής φυσικής έχουν μόνο κυματική συμπεριφορά, έχουν ταυτόχρονα και σωματιδιακή, δεν είναι παράλογο να υποθεθεί ότι ισχύει και το αντίθετο. Αυτή είναι η περίφημη υπόθεση de Broglie, ο οποίος πιστεύοντας στη συμμετρία της φύσης υποστήριξε το 1923 ότι:

Όλα τα σωματίδια έχουν ταυτόχρονα και κυματική συμπεριφορά, με κυματικά χαρακτηριστικά συχνότητα ν και μήκος κύματος λ , που συνδέονται με τα αντίστοιχα σωματιδιακά ενέργεια E και ορμή p μέσω των σχέσεων



Louis de Broglie (1892 – 1987)
Νόμπελ Φυσικής 1929

$$f = \frac{E}{h} \quad \text{και} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

που είναι ταυτόσημες με εκείνες για τα φωτόνια.

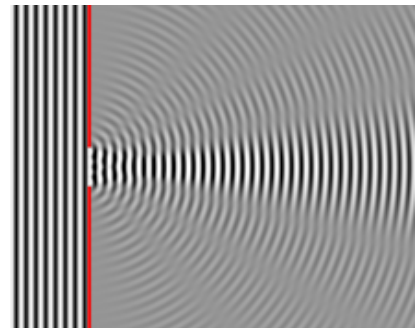
Δηλαδή κάθε σωματίδιο ενέργειας E και ορμής p συμπεριφέρεται και σαν ένα κύμα

$$\text{μήκους κύματος } \lambda = \frac{h}{m \cdot v} \text{ και συχνότητας } f = \frac{E}{h}.$$

Προκειμένου να ανιχνευτεί η κυματική συμπεριφορά ενός σωματιδίου, θα πρέπει να έχει μικρή μάζα. Έτσι για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο εμφανίζει κυματική συμπεριφορά, ενώ για ένα αντικείμενο του μακρόκοσμου, λόγω της μεγάλης μάζας του, η κυματική του συμπεριφορά είναι μη ανιχνεύσιμη.

- Έστω μπαλάκι του τένις μάζας $m = 100\text{g}$ και ταχύτητας μέτρου $u = 70\text{m/s}$. Το μήκος κύματος που αντιστοιχεί στη σφαίρα προκύπτει ίσο περίπου με 10^{-34}m , το οποίο εκτός του ότι είναι ασήμαντο ως προς τις διαστάσεις του μπαλακίου, είναι και μη ανιχνεύσιμο. Αντίθετα για ένα ηλεκτρόνιο μάζας $m = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ και ταχύτητας μέτρου $u = 10^7\text{m/s}$ προκύπτει μήκος κύματος ίσο περίπου με $7 \cdot 10^{-10}\text{m}$, το οποίο σε σχέση με τις διαστάσεις του (της τάξης των 10^{-20}m) είναι σημαντικά μεγαλύτερο.

Η υπόθεση de Broglie δεν άργησε να επαληθευθεί. Το 1927, στην Αμερική, οι Davisson και Germer διαπίστωσαν ότι μία δέσμη ηλεκτρονίων που κινούνται με μεγάλη ταχύτητα περιθλάται με τρόπο ανάλογο με αυτόν που περιθλάται μια δέσμη ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, μια δέσμη ακτίνων Χ για παράδειγμα. Σύντομα, νέα πειράματα έδειξαν ότι κυματική συμπεριφορά παρουσιάζουν και δέσμες σωματιδίων α και δέσμες νετρονίων. Τα αποτελέσματα ήταν τέτοια που δεν άφηναν κανένα περιθώριο να αμφισβητηθεί ότι τα σωματίδια έχουν και κυματική φύση.



Η **περίθλαση** είναι φαινόμενο της διάδοσης των κυμάτων. Είναι μία από τις περιπτώσεις στις οποίες το φως εκτρέπεται από την ευθεία πορεία του. Όταν το φως διέρχεται μέσα από μία λεπτή σχισμή ή οπή, συγκρίσιμου ή μικρότερου μεγέθους από το μήκος κύματος του φωτός, δεν εμφανίζεται ένα απλό φωτεινό αποτύπωμα σε μία οθόνη τοποθετημένη πίσω από την σχισμή που αντιστοιχεί στην εικόνα της οπής ή της σχισμής αλλά μία εικόνα που περιλαμβάνει φωτεινές και σκοτεινές περιοχές σε μία μεγάλη περιοχή γύρω από την θέση που θα έπρεπε να εμφανίζεται το φωτεινό αποτύπωμα. Αντίστοιχο φαινόμενο εκτροπής του φωτός συμβαίνει όταν φως πέσει πάνω σε ιδιαίτερα λεπτό αντικείμενο. Γιατί συμβαίνει αυτό; Μπορούμε να πούμε χοντρικά ότι κάθε άκρο της σχισμής συμπεριφέρεται ως πηγή κύμανσης, οπότε από τα δύο άκρα εκκινούν δύο κύματα, τα οποία συμβάλλουν πίσω από τη σχισμή, δίνοντας τη χαρακτηριστική εικόνα ενίσχυσης/απόσβεσης.

Η αρχή της αβεβαιότητας (απροσδιοριστίας)

Είδαμε ότι τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα συμπεριφέρονται άλλοτε σαν κύματα και άλλοτε σαν δέσμες σωματίων. Επίσης δέσμες κλασικών σωματιδίων, όπως τα ηλεκτρόνια, έχουν και κυματική συμπεριφορά. Μπορούμε να πούμε ότι η ύλη, με την ευρύτερη έννοια (συμπεριλαμβάνοντας και την ενέργεια), έχει διπλή οντότητα -σωματιδιακή και κυματική. Πρόκειται για ένα συμπέρασμα πολύ καλά θεμελιωμένο πειραματικά.

Κάτω από μια τέτοια θεώρηση προκύπτει ένα σημαντικό πρόβλημα. Ένα σωματίδιο, όπως το αντιλαμβάνονται οι κλασικοί φυσικοί, είναι κάτι του οποίου η θέση στο χώρο είναι αυστηρά προσδιορισμένη. Αντίθετα, ένα κύμα εκτείνεται στο χώρο. Ένα σωματίδιο με κυματική συμπεριφορά πού βρίσκεται; Η απάντηση της κβαντικής θεωρίας, όσο κι αν μας σοκάρει, είναι: **"δεν μπορούμε να γνωρίζουμε πού ακριβώς βρίσκεται."**

Ο Werner Heisenberg διατυπώνει το 1927 την αρχή αβεβαιότητας ή απροσδιοριστίας σύμφωνα με την οποία

Είναι αδύνατο να προσδιορίσουμε ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή (άρα και την ταχύτητα) ενός σωματιδίου με απεριόριστη ακρίβεια.

Η παραπάνω αρχή ποσοτικοποιείται ως εξής: Έστω Δx η απροσδιοριστία στη μέτρηση της θέσης ενός σωματιδίου, το οποίο κινείται κατά μήκος του άξονα x και Δp_x η αντίστοιχη απροσδιοριστία στη μέτρηση της ορμής του κατά μήκος του

ίδιου άξονα. Τότε

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi}$$

όπου $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ η σταθερά του Planck.

♦ Η καθιερωμένη σήμερα γραφή της αρχής απροσδιοριστίας είναι

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{h}{4\pi}$$

ή ισοδύναμα

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

όπου $\hbar$ η ανηγμένη σταθερά του Planck, με $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.



Werner Heisenberg (1901-1976)
Νόμπελ Φυσικής 1932

Ανάλογες εκφράσεις ισχύουν και για τις υπόλοιπες διευθύνσεις κίνησης.

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{h}{2\pi} \quad \text{και} \quad \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{h}{2\pi}$$

Επειδή το δεύτερο μέλος της αρχής απροσδιοριστίας είναι μια σταθερή ποσότητα, προκύπτει ότι μεγάλη απροσδιοριστία Δx στη μέτρηση θέσης σημαίνει μικρή απροσδιοριστία Δp_x στη μέτρηση της ορμής. Αντίστροφα αν η θέση προσδιοριστεί με πολύ μεγάλη ακρίβεια (μικρό Δx), τότε η απροσδιοριστία Δp_x στη μέτρηση της ορμής θα είναι τεράστια.

♦ Προσοχή: η αρχή απροσδιοριστίας αφορά **ταυτόχρονη μέτρηση** θέσης και ορμής **στον ίδιο άξονα**.

Μια διαφορετική διατύπωση της αρχής απροσδιοριστίας είναι:

Η αβεβαιότητα ΔE στη μέτρηση της ενέργειας μιας κατάστασης ενός συστήματος είναι αντίστροφα ανάλογη με το χρόνο που παραμένει το σύστημα στην κατάσταση αυτή

Η ποσοτικοποίηση αυτής της διατύπωσης είναι

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

Δηλαδή όλες οι μετρήσεις ενέργειας εμπεριέχουν μια αβεβαιότητα, εκτός αν διαθέτουμε για τη μέτρηση άπειρο χρόνο.

♦ Το Δt στην παραπάνω σχέση νοείται ως ο χρόνος εξέλιξης ενός κβαντικού

συστήματος, δηλαδή το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο θα παρατηρηθεί μια μετρήσιμη αλλαγή στα χαρακτηριστικά του συστήματος.

Σε ένα διεγερμένο άτομο ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια δε βρίσκονται στη θεμελιώδη τους κατάσταση, αλλά σε κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας. Όταν ένα τέτοιο ηλεκτρόνιο μεταπηδήσει στη θεμελιώδη του κατάσταση, εκπέμπει ένα φωτόνιο ενέργειας $h \cdot f$, ίσης με τη διαφορά ενέργειας των δύο καταστάσεων στις οποίες βρέθηκε. Ένα διεγερμένο άτομο εκπέμπει ακτινοβολία όταν ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια που δεν βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση επιστρέψουν σ' αυτή. Σε

κάθε τέτοιο "κβαντικό άλμα" εκπέμπεται ένα φωτόνιο. Η μελέτη των φασμάτων εκπομπής δείχνει ότι οι φασματικές γραμμές δεν είναι αυστηρά καθορισμένες (μονοχρωματικές) αλλά η κάθε μια εμφανίζει ένα φυσικό εύρος. Το εύρος των φασματικών γραμμών μπορεί να εξηγηθεί με την αρχή της αβεβαιότητας.

Ένα διεγερμένο άτομο μπορεί να εκπέμψει ένα φωτόνιο οποιαδήποτε στιγμή στο χρονικό διάστημα από μηδέν μέχρι άπειρο. Ο μέσος χρόνος, στον οποίο ένας μεγάλος αριθμός διεγερμένων ατόμων εκπέμπει ακτινοβολία, είναι της τάξης του

10^{-8} s, όσο δηλαδή διαρκεί η αποδιέγερσή τους. Από τη σχέση $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ προκύπτει λοιπόν μια απροσδιοριστία στην ενέργεια, η οποία μεταφράζεται σε μια απροσδιοριστία στη συχνότητα, η οποία προκύπτει περίπου 10^7 Hz. Αυτό είναι και το εύρος που παρουσιάζει μια φασματική γραμμή.

Παρατηρήσεις:

♦ Η αδυναμία μας να προσδιορίσουμε επακριβώς ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός σωματιδίου δεν οφείλεται σε πειραματικές ατέλειες. Είναι ένα όριο που μας έχει θέσει η φύση, ως συνέπεια του κυματικού χαρακτήρα των σωματιδίων. Θα λέγαμε χαριτολογώντας, ότι η φύση δεν αποκαλύπτει ταυτόχρονα όλα τα μυστικά της σε μικροσκοπικό επίπεδο.

♦ Για κατ' εκτίμηση υπολογισμούς (δηλαδή υπολογισμούς που δεν προκύπτουν από τη λύση μιας κυματοσυνάρτησης), μπορούμε να γράψουμε την αρχή απροσδιοριστίας ως $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$.

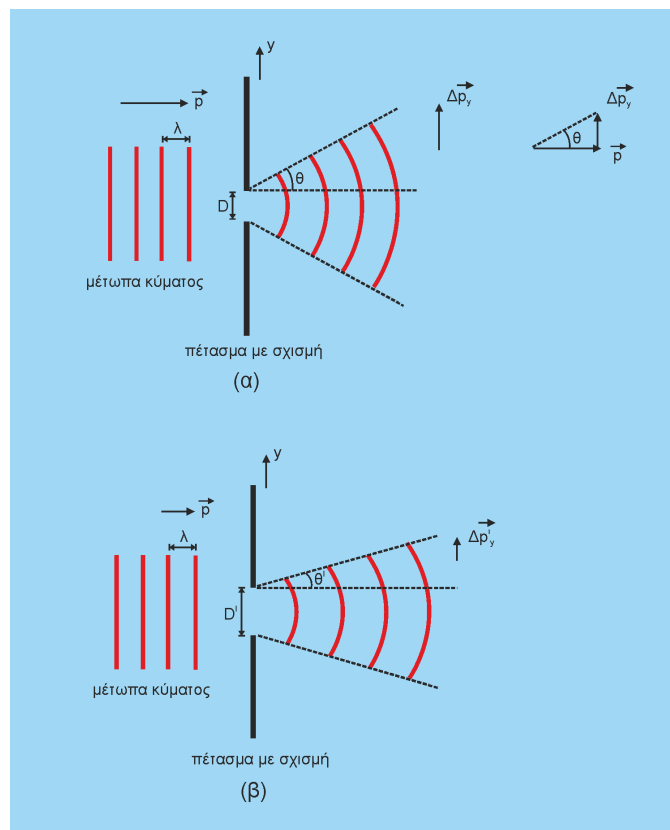
♦ Η αρχή απροσδιοριστίας δεν έχει παρατηρήσιμες συνέπειες στο μακρόκοσμο, λόγω της μεγάλης μάζας και της μικρής ταχύτητας που έχουν τα αντικείμενα της καθημερινής μας εμπειρίας.

♦ Η αρχή απροσδιοριστίας θέτει και το τέλος στην ύπαρξη τροχιάς ενός σωματιδίου: αφού η τροχιά προϋποθέτει ταυτόχρονη γνώση θέσης και ταχύτητας ενώ κάτι τέτοιο είναι αδιανόητο υπό το πρίσμα της εν λόγω αρχής, δεν νοείται να μιλάμε για τροχιές σωματιδίων. Τα ερωτήματα που επιτρέπεται να θέτουμε για ένα κβαντικό σύστημα, πρέπει να σχετίζονται μόνο με μεγέθη που είναι παρατηρήσιμα.

♦ Ίσως κανείς νομίσει, ότι η αρχή της απροσδιοριστίας είναι ένα εμπόδιο στην επιστημονική γνώση. Τουναντίον η αρχή αυτή είναι η βάση της σύγχρονης κβαντομηχανικής και ερμηνεύει τη συμπεριφορά των συστημάτων σε μικροσκοπικό επίπεδο, καθώς και τη σταθερότητα των ατόμων.

Μια ποιοτική ερμηνεία για την αρχή της απροσδιοριστίας

Έστω ότι επιθυμούμε να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σωματιδίου, περνώντας το από μια λεπτή σχισμή. Τότε, λόγω της κυματικής του φύσης θα έχουμε περίθλαση και επομένως το κύμα περνώντας από τη σχισμή θα «απλωθεί». Το άπλωμα αυτό θα είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μικρότερη είναι η σχισμή. Το πλάτος D της σχισμής θέτει τα όρια για τη μέτρηση της θέσης του σωματιδίου, με την έννοια ότι το σωματίδιο θα βρίσκεται κάπου μεταξύ των άκρων της σχισμής. Η απροσδιοριστία Δy της θέσης του σωματιδίου θα είναι επομένως ίση με D . Όσο μικρότερο είναι το D , τόσο μικρότερη θα είναι και η απροσδιοριστία Δy της θέσης του σωματιδίου, δηλαδή τόσο καλύτερα θα είναι εντοπισμένη η θέση του. Τι γίνεται όμως με την ορμή του σωματιδίου;



Εφόσον το κύμα πίσω από τη σχισμή «απλώνεται», δεν θα είμαστε σίγουροι για το προς τα που κατευθύνεται με μεγάλη ακρίβεια. Η απροσδιοριστία Δp_y στη μέτρηση της ορμής του σωματιδίου θα είναι μεγάλη και μάλιστα τόσο μεγαλύτερη, όσο μικρότερη είναι η σχισμή, διότι τότε το «άπλωμα» του κύματος πίσω από τη σχισμή θα είναι μεγαλύτερο. Επομένως μετρήσαμε με μεγάλη ακρίβεια τη θέση

του σωματιδίου (μικρό άνοιγμα D σχισμής, άρα μικρή απροσδιοριστία Δy για τη θέση), θυσιάζοντας την ακρίβεια μέτρησης της ορμής. Σκεπτόμενοι αντίθετα, αν χρησιμοποιούσαμε μεγάλο άνοιγμα D στη σχισμή, η περίθλαση θα ήταν ασθενής, με αποτέλεσμα το κύμα περνώντας από τη σχισμή να συνεχίσει σχεδόν την ευθύγραμμη διάδοσή του. Σε αυτή την περίπτωση η αβεβαιότητα Δp_y στη μέτρηση της ορμής του σωματιδίου θα ήταν μικρή, αλλά η αβεβαιότητα Δy της θέσης του θα ήταν μεγάλη, αφού το άνοιγμα D της σχισμής είναι τώρα μεγαλύτερο.

Στο σχήμα (α) λοιπόν έχουμε μικρό άνοιγμα D σχισμής, άρα μικρή απροσδιοριστία Δy στη θέση του σωματιδίου, αλλά μεγάλη απροσδιοριστία Δp_y στη μέτρηση της ορμής του. Αντίθετα στο σχήμα (β) έχουμε μεγαλύτερο άνοιγμα D' σχισμής, άρα μεγαλύτερη απροσδιοριστία Δy στον προσδιορισμό της θέσης του, αλλά μικρότερη απροσδιοριστία Δp_y στη μέτρηση της ορμής του, αφού $\theta' < \theta$, δηλαδή το κύμα «απλώθηκε» λιγότερο, από ότι στο σχήμα (α).

...και μια ποσοτική επιβεβαίωση

Από την κυματική θεωρία προκύπτει ότι η γωνία περίθλασης θ είναι περίπου ίση με

$\frac{\lambda}{D}$ και λόγω του ότι είναι σχετικά μικρή, θα ισχύει $\sin \theta \approx \theta \approx \frac{\lambda}{D}$. Από το σχήμα έχουμε:

$$\sin \theta = \frac{\Delta p_y}{p} \rightarrow \Delta p_y = p \cdot \sin \theta \rightarrow \Delta p_y \approx p \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (1)$$

Όμως από την αρχή κυματοσωματιδιακού dualισμού, η ορμή του σωματιδίου είναι

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad (2)$$

Η σχέση (1) λόγω της (2) γίνεται:

$$\Delta p_y \approx \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{D} \rightarrow \Delta p_y \approx \frac{h}{D} \quad (3)$$

Η απροσδιοριστία στη θέση του σωματιδίου όμως είναι $\Delta y = D$, οπότε η σχέση (3) γράφεται:

$$\Delta p_y \approx \frac{h}{\Delta y} \rightarrow \Delta y \cdot \Delta p_y \approx h$$

γεγονός που επιβεβαιώνει την αρχή απροσδιοριστίας, στην προσεγγιστική εκδοχή της (αφού εδώ οι τιμές των Δy και Δp_y είναι κατ' εκτίμηση και όχι υπό το αυστηρό πρίσμα της λύσης κυματοσυναρτήσεων).

Κυματοσυνάρτηση και εξίσωση Schrödinger

Είδαμε ότι ένα υποατομικό σωματίδιο, για παράδειγμα ένα ηλεκτρόνιο, δεν μπορεί να περιγραφεί σαν υλικό σημείο, με τρεις συντεταγμένες στο χώρο. Υπό ορισμένες συνθήκες συμπεριφέρεται σαν κύμα. Για την περιγραφή του χρειαζόμαστε μία εξίσωση (**κυματοσυνάρτηση**) σε αναλογία με την εξίσωση κύματος που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή ενός μηχανικού ή ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος. Την κυματοσυνάρτηση αυτή θα τη συμβολίζουμε με Ψ .

Η κυματοσυνάρτηση είναι μία συνάρτηση της θέσης και του χρόνου $\Psi = \Psi(x,y,z,t)$. Στα μηχανικά κύματα η εξίσωση κύματος μας δίνει για κάθε χρονική στιγμή τη θέση κάθε σημείου του υλικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα οι εξισώσεις κύματος που τα περιγράφουν μας δίνουν για κάθε χρονική στιγμή την τιμή της έντασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου στον οποίο διαδίδεται το κύμα. Η κυματοσυνάρτηση Ψ όμως που περιγράφει ένα σωματίδιο - κύμα δεν σχετίζεται με κάποιο μέσον διάδοσης ούτε με κάποιες ιδιότητες του χώρου. Είναι μια εξίσωση η οποία προσπαθεί να συμβιβάσει την φαινομενική αντίφαση μεταξύ των εννοιών «σωματίδιο» και «κύμα»: Ένα σωματίδιο είναι εντοπισμένο στο χώρο και αδιαίρετο, ενώ ένα κύμα είναι το εντελώς αντίθετο. Όταν λοιπόν λέμε ότι ένα σωματίδιο έχει και κυματικές ιδιότητες, δεν πρέπει να το εννοούμε με τον κλασικό τρόπο που αντιλαμβανόμαστε τα κύματα. Επομένως όταν αναφερόμαστε στην κυματοσυνάρτηση, είναι δύσκολο να της αποδώσουμε κάποια φυσική σημασία. Μπορούμε μόνο να περιγράψουμε πώς σχετίζεται με τα φυσικά παρατηρούμενα φαινόμενα.

Η στατιστική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης

Αφού λοιπόν μια κυματοσυνάρτηση δεν περιγράφει ένα πραγματικό κύμα, ποια είναι η σημασία της;

Για να βρούμε κάποια καθοδήγηση στην αναζήτηση αυτή, θα πρέπει να ανατρέξουμε στα πειραματικά δεδομένα.

Από τα πειραματικά αποτελέσματα γνωρίζουμε ότι ένα σωματίδιο μπορεί να έχει κυματικές ιδιότητες στη συμπεριφορά του, αλλά δεν παύει να διατηρεί τη σωματιδιακή του υπόσταση. Ανιχνεύεται ή αντιδρά με άλλα σωματίδια ως αδιαίρετη μονάδα και όχι ως ένα διεσπαρμένο στο χώρο κλασικό κύμα. Η κυματοσυνάρτηση ψ , ή κάποιο μέγεθος που παράγεται από αυτήν, δεν μπορεί να παριστάνει μια κατανομή της ύλης στο χώρο, όπως θα μπορούσε να υποθέσει κάποιος έχοντας κατά νουν την αντίστοιχη κλασική κατανομή της ενέργειας ενός κύματος στο χώρο. Μια κλασική ερμηνεία της κυματοσυνάρτησης είναι επομένως αδύνατη.

Μια δυνατή ερμηνεία είναι η στατιστική ερμηνεία, η οποία διατυπώθηκε αρχικά από τον Max Born το 1926. Σύμφωνα με αυτήν:

Η κυματοσυνάρτηση ψ αντιπροσωπεύει ένα κύμα πιθανότητας.

Για κάποιο συγκεκριμένο σημείο, ορισμένη χρονική στιγμή η κυματοσυνάρτηση θα έχει μια συγκεκριμένη τιμή. Ο Max Born πρότεινε να ερμηνεύσουμε το τετράγωνο του μέτρου της κυματοσυνάρτησης σαν την πιθανότητα θέσης ανά μονάδα όγκου.

Δηλαδή, αν ορίσουμε έναν στοιχειώδη όγκο dV γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο (x,y,z) **το γινόμενο $|\Psi|^2 dV$ δίνει την πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο μέσα στον όγκο dV στη δεδομένη χρονική στιγμή.**

Αν χωρίσουμε το σύνολο του χώρου σε στοιχειώδεις όγκους dV και σε κάθε σημείο του χώρου βρούμε την τιμή της Ψ για κάποια χρονική στιγμή το άθροισμα των $|\Psi|^2 dV$ πρέπει να είναι ίσο με τη μονάδα.

$$\Sigma |\Psi|^2 dV = 1$$

Δηλαδή η πιθανότητα να βρίσκεται το σωματίδιο κάπου στο χώρο είναι ίση με τη μονάδα. Με απλά λόγια κάθε χρονική στιγμή το σωματίδιο σίγουρα βρίσκεται κάπου. Η παραπάνω σχέση προκύπτει από την διάσταση που έδωσε ο Born στο $|\Psi|^2$ και ονομάζεται **συνθήκη κανονικοποίησης**. Εάν η κυματοσυνάρτηση είναι σωστή πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη κανονικοποίησης.