

Guía Redes

Salvo que se indique lo contrario, consideraremos grafos estrictos, conectados, no dirigidos. Consideraremos grafos y redes como sinónimos.

A-Preguntas

P1- Preguntas.

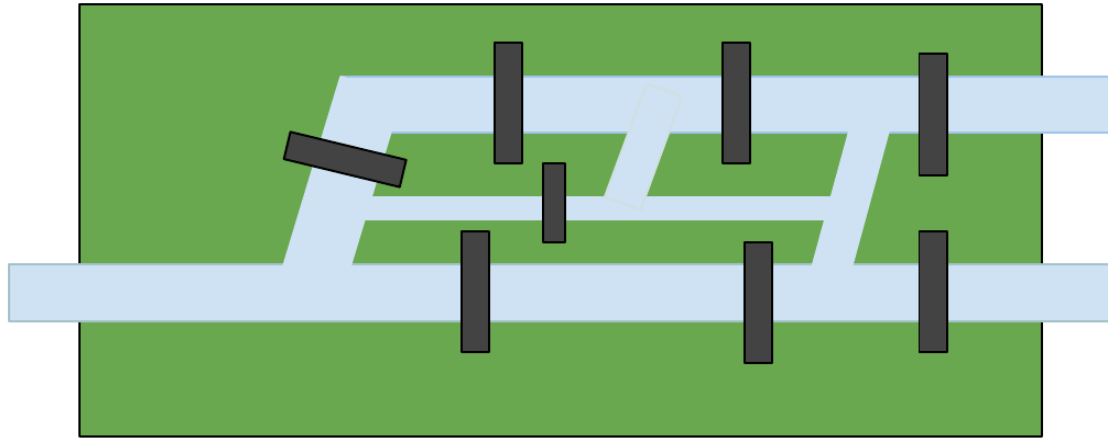
- a- ¿Qué es un grafo?
- b- ¿Qué significa que el grafo *estricto*, *pesado*, *dirigido*, o *conectado*?
- c- ¿Cómo se llaman las propiedades de un grafo que no dependen del dibujo ni del orden que se le da a sus enlaces? Menciona 3 ejemplos de este tipo de propiedades.
- d- En el caso general, hay condiciones suficientes para probar que dos grafos son iguales? ¿Y para probar que son diferentes?
- e- La *Matriz de Adyacencia*, es una *medida invariante*?
- f- ¿Qué es el *grado* de un nodo? ¿Cómo lo calcularías a partir de la *Matriz de Adyacencia*? ¿Qué es la *distribución de grado* de una red? ¿Es una *Medida Invariante*?
- g- ¿Qué es la *distancia* (o *distancia geodésica*) de un par de nodos? ¿Qué es el *diámetro* de una red?
- h- ¿Qué medidas conoces para determinar la “importancia” de un determinado nodo?
- i- ¿Qué es el *coeficiente de clustering* (*coeficiente de agrupamiento*)? ¿Cómo se puede calcular y qué representa?

P2- ¿Cuáles son las principales características de una red aleatoria generada por el modelo *Erdős-Rényi*? Y para una red *Watts-Strogatz*? Y una red *Barabási-Albert*? ¿Cómo se generan estas redes?

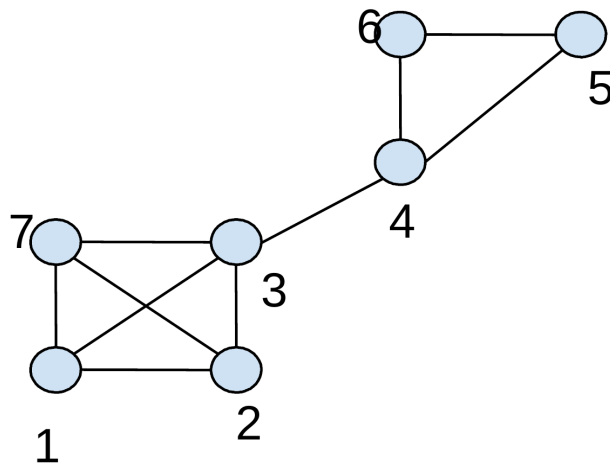
2- Ejercicios

E1- Kaliningrado II: Queremos resolver el problema de los puentes en la siguiente ciudad.

- a- Hacer un grafo correspondiente a este problema. Es un multi-grafo? Por qué?
- b- Se puede cruzar todos los puentes de esta ciudad 1 sola vez?
- c- ¿Qué puente podría eliminar para cumplir la consigna anterior?
- d- De dónde debería empezar/terminar para cumplir la consigna anterior?



Mapa de la ciudad (Ejercicio E1). Las partes de la ciudad son de color verde, los ríos de color celeste y los puentes están representados por rectángulos negros.



E2- En esta red, cuanto vale

a- en *número de nodos* N ?

b-el *grado* del nodo 4, k_4 ?

c-El *grado medio* $\langle k \rangle$?

d-El *coeficiente de clustering* del nodo 3, C_3 ?

e-La *distribución de Clustering*?

f-Cuál es el *diámetro* del grafo (el diámetro es el máximo de las distancias entre todos los pares)?

g-Cuál es la *matriz de Adyacencia*?

i -Cuántos caminos de longitud 4 hay entre el nodo 1 y el 4?

j -Cuál es la *distancia topológica* entre los nodos 1 y 4?

E3-a. Graficar una red compatible con la siguiente *matriz de Adyacencia* (*MatrizE3.txt*)

b- Indicar el grado y coeficiente de clustering de cada nodo (El coeficiente de clustering de un nodo es 0 si su grado es menor a 2).

E4- N ($N=10$) personas se sientan alrededor de una mesa. Cada una le pasa información a su vecino de la izquierda y de la derecha.

a-Describir la matriz de *Adyacencia*.

- b-Hacer un programa/script/que genere la matriz (o hacerla “a mano”).
- c-Graficar la red en su graficador favorito (o hacerla “a mano”).
- d-Repetir si ahora cada una le pasa información al que tiene 2 a la derecha y 2 a la izquierda y $N=20$. El grafo resultante, es conectado?

E5- Programar/Buscar el código para construir una red Erdos-Renyi-Gilbert (también llamada Gilbert) con $N=100$ nodos y $p=0.1$.

Medir y graficar con código propio o ajeno:

- a-Distribución de grado, distancia media entre nodos, y distribución de clustering coefficient.
- b- Qué pasa si tomamos $p=0.01$? Cómo interpretas los resultados “extraños” para la distancia media entre nodos?
- c-Cómo cambia el grado medio y el clustering medio al variar p ?
- d- Comentario para discutir entre tod@s: los códigos de Matlab compartidos, en verdad generan una red de Gilbert? Y los de networkx? Qué ocurre con estos códigos para $p=1$?

E6-- Repetir el ejercicio anterior con una red Watts-Strogatz, grado medio, el clustering medio y la distancia media entre nodos. Reproducir la siguiente figura con tu código:

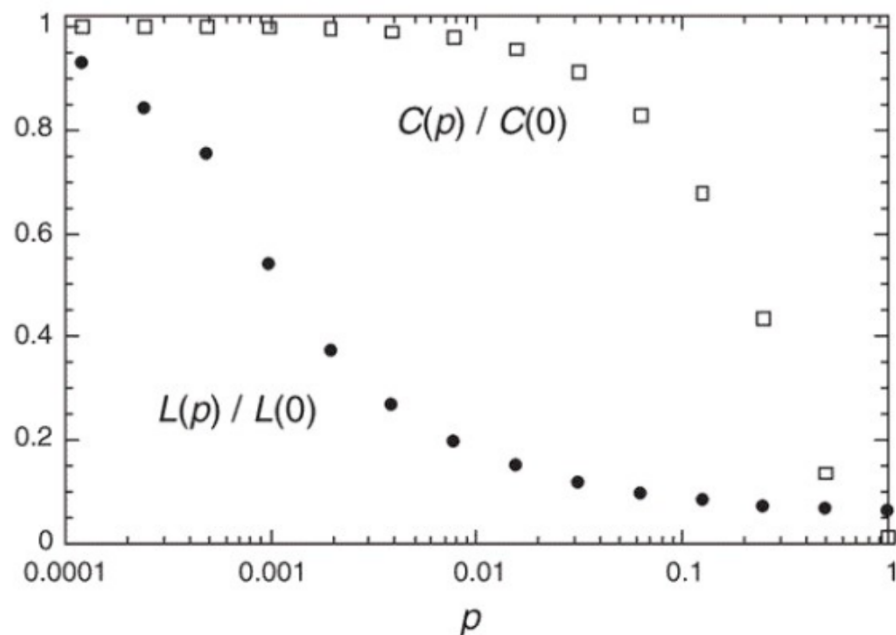


Figura para el ejercicio E6.

E7-Matriz de correlación: Medimos la actividad (artificial) en función del tiempo en 10 regiones (SeriesX5.txt).

- a- Calcular la matriz de coeficientes de correlación de Pearson.
- b- Elegir un umbral p y considerar conectadas a aquellas neuronas con correlación mayor a p .
- c- Caracterizar la red obtenida (distribución de grado, clustering, distancia, nodos centrales, etc) en función de p (tomar 5-10 valores de p entre 0 y 1).
- d- Para qué valor de p la red deja de estar conectada?

E8-Matriz de correlación2

Adjuntamos la serie temporal de 360 ROIs de 1 sujeto, obtenido mediante fMRI, y ya preprocesado (Sujeto1.mat). Las primeras 180 ROIs corresponden al hemisferio izquierdo y las siguientes 180 al derecho, en el mismo orden.

- a- Graficar la matriz de coeficientes de correlación de Pearson. Está correlacionada la actividad entre las mismas regiones de hemisferios opuestos? Por que?
- b- Elegir un umbral $p \sim 0.2-0.4$ y generar un grafo no pesado.
- c- Caracterizar la red obtenida. Para ello, compararla con una red aleatoria obtenida con los mismos datos. Esto puede hacerse, por ejemplo, haciendo una traslación temporal aleatoria a cada señal.
(en Matlab: `for i=1:360; Timeseralt(i,:)=circshift(Timeseries(i,:),randi(800)); end`).
- Graficar en una misma figura distribución de grado, distribución de clustering, etc de las 2 redes.
- d- Cuál es el índice de los nodos centrales? Sabiendo que la parcelación en MMP, cómo se llaman esas regiones?
- e- Podría decirse que la red es *Small World* (haciendo un análisis similar al ejercicio E6)?