

Лекция

История создания системы единиц величин. Понятие величины и её измерения. Свойства величин

План

1. Понятие про величину. Свойства величин.

2. Понятие про измерение величины

Понятие величины

Длина, площадь, масса, скорость, стоимость — величины. Первоначальное знакомство с ними происходит в начальной школе, где величина наряду с числом является ведущим понятием. Величины — это особые свойства реальных объектов или явлений. Например, свойство предметов иметь протяженность называется длиной. Это же слово мы употребляем, когда говорим о протяженности конкретных объектов. Поэтому про длины конкретных объектов говорят, что это величины одного рода. Вообще однородные величины выражают одно и то же свойство объектов некоторого множества. Разнородные величины выражают различные свойства объектов. Так, длина и площадь — это разнородные величины.

Величины—длина, площадь, масса и другие обладают рядом свойств:

1. Любые две величины одного рода сравнимы: они либо равны, либо одна меньше другой. Иными словами, для величин одного рода имеют место отношения «равно», «меньше» и «больше» и для любых величин a и b справедливо одно и только одно из отношений:

Например, мы говорим, что длина гипотенузы прямоугольного треугольника больше, чем длина любого катета этого треугольника, масса яблока меньше массы арбуза, а длины противоположных сторон прямоугольника равны.

2. Величины одного рода можно складывать, в результате сложения получится величина того же рода. Другими словами, для любых двух величин a и b однозначно определяется величина $a+b$, ее называют суммой величин a и b .

Например, если a — длина отрезка AB , b — длина отрезка BC (рис. 153), то длина отрезка AC есть сумма длин отрезков AB и BC .

3. Величину умножают на действительное число, получая в результате величину того же рода. Другими словами, для любой величины a и любого неотрицательного действительного числа x существует единственная величина $b = a \cdot x$; величину b называют произведением величины a на число x .

Например, если длину a отрезка AB умножить на $x = 2$, то получим длину $2a$ нового отрезка AC (рис. 154).

4. Величины одного рода вычитают, определяя разность величин через сумму: разностью величин a и b называется такая величина c , что $a = b+c$.

Например, если a — длина отрезка AC , b —длина отрезка AB , то длина отрезка BC есть разность длин отрезков AC и AB .

5. Величины одного рода делят, определяя частное через произведение величины на число: частным величин a и b называется такое неотрицательное действительное число x , что $a = x \cdot b$. Чаше это число x называют отношением величин a и b и записывают в таком виде:

Например, отношение длины отрезка AC к длине отрезка AB равно 2

Понятие измерения величины

Сравнивая величины непосредственно, мы можем установить их равенство или неравенство. Чтобы получить более точный результат сравнения, например узнать, на сколько масса одного тела больше массы другого, необходимо величины измерить. Измерение заключается в сравнении данной величины с некоторой величиной того же рода, принятой за единицу. Процесс сравнения зависит от рода рассматриваемых величин: для длин он один, для площадей — другой, для масс — третий и т. д. Но каким бы ни был этот процесс, в результате измерения величина получает определенное численное значение при выбранной единице.

Вообще если дана величина a и выбрана единица величины e , то в результате измерения величины a находят такое действительное число x , что $a = x \cdot e$. Это число x называют численным значением величины a при единице величины e .

Последнее предложение можно записать в символической форме: $x = \tau_e(a)$.

Согласно определению любую величину можно представить в виде произведения некоторого числа и единицы этой величины.

Например, $7 \text{ кг} = 71 \text{ кг}$, $12 \text{ см} = 121 \text{ см}$, $4 \text{ ч} = 31 \text{ ч}$.

Используя это, а также определение умножения величины на число, можно обосновать процесс перехода от одной единицы величины к другой. Пусть, например, требуется выразить в минутах.

Так как и $1 \text{ ч} = 60 \text{ мин}$. то $\text{мин.} = 1 \text{ мин} = 25 \text{ мин}$.

Величины, которые вполне определяются одним численным значением, называются скалярными величинами. Такими, например, являются длина, площадь, объем, масса.

Кроме скалярных величин, в математике рассматривают еще векторные величины. Для определения векторной величины необходимо указать не только ее численное значение, но и направление. Векторными величинами являются сила, ускорение, напряженность электрического поля и др.

В нашем курсе мы будем рассматривать только скалярные величины и причем такие, численные значения которых положительны, т. е. положительные скалярные величины.

Измерение величин позволяет свести сравнение их к сравнению чисел, операции над величинами к соответствующим операциям над числами.

1. Если величины a и b измерены при помощи единицы величины e , то отношения между величинами a и b будут такими же, как и отношения между их численными значениями, и наоборот:

Например, если массы двух тел таковы, что $a = 5$ кг, $b = 3$ кг, то можно утверждать, что масса a больше массы b , поскольку $5 > 3$.

2. Если величины a и b измерены при помощи единицы величины e , то, чтобы найти численное значение суммы $a+b$, достаточно сложить численные значения величин a и b :

Например, если $a=15$ кг, $b= 12$ кг, то $a+b = 15 \text{ кг}+12 \text{ кг} = (15+12) \text{ кг} = 27 \text{ кг}$.

3. Если величины a и b таковы, что $b = x a$, где x — положительное действительное число, и величина a измерена при помощи единицы величины e , то, чтобы найти численное значение величины b при единице e , достаточно число x умножить на число $t_e(a)$:

Например, если масса b в 3 раза больше массы a , т. е. $b = 3a$, и $a = 2$ кг, то $b = 3a = 3 \cdot (2 \text{ кг}) = (3 \cdot 2) \text{ кг} = 6 \text{ кг}$.

Упражнения для самоконтроля

Выразите:

1. 1) в сантиметрах 8 см 79 мм; 2) в минутах 8 мин 12 с; 3) в тоннах 125 кг 300 г.

2. Сравните величины: 1) 56 мин и $\frac{7}{10}$ ч; 2) 1,5 см и $\frac{3}{20}$ дм; 3) $\frac{3}{50}$ м и $\frac{4}{5}$ дм.

3. Решите нижеприведенные задачи и объясните, какие действия над величинами выполнялись в процессе решения:

1) На обработку трех деталей потратили $\frac{4}{3}$ ч. На первую деталь было израсходовано

$0,25$ ч, на вторую $\frac{2}{3}$ ч. Сколько времени пошло на обработку третьей детали?

2) Книга дешевле альбома на 78 к. Сколько стоят два таких альбома, если одна книга стоит 68 к?

3) На нефтебазе было 12 680 т бензина. В первый день база отпустила 834 т, во второй — в 2 раза меньше, чем в первый, а в третий — на 229 т больше, чем во второй. Сколько тонн бензина осталось на базе?

4) Из деревянного бруска, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 24 см, ширина в 3 раза меньше длины, а высота 11 см, вырезали куб с ребром 6 см. Найдите объем оставшейся части.

4. Имеются два куска проволоки. Каким образом можно сравнить их длины, не прибегая к измерению?

5. В две различные банки налита вода. Как, не измеряя, сравнить имеющиеся объемы воды?

6. Как можно сравнить массы двух предметов, не определяя массу каждого из них?