

Chương 1: Bài 1. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ.

✓ Dạng 1: Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số cho bởi hàm số

$$y = f'(x)$$

† ①_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:

□. **Điều kiện cần để hàm số đơn điệu:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

①. Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$.

②. Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$.

□. **Điều kiện đủ để hàm số đơn điệu:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

①. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .

②. Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

③. Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .

Dạng hàm hợp $g(x) = f(u(x))$

$B_1: g'(x) = u' \cdot (u' - x_1) \cdot \dots \cdot (u' - x_n)$. ~~Giá~~ của f' ngay bên phải của nghiệm của u' .

B_2 : lập bảng biến thiên (dùng Casio)

† ②_Phương pháp Casio:

①. Calc loại đáp án sai.

$$\frac{d}{dx} (\square) \Big|_{x=\square}$$

②. Giải bất phương trình với INEQ.

$$\begin{aligned} 1: ax^2+bx+c > 0 \\ 2: ax^2+bx+c < 0 \\ 3: ax^2+bx+c \geq 0 \\ 4: ax^2+bx+c \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1: ax^3+bx^2+cx+d > 0 \\ 2: ax^3+bx^2+cx+d < 0 \\ 3: ax^3+bx^2+cx+d \geq 0 \\ 4: ax^3+bx^2+cx+d \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1: ax^4+bx^3+\dots+e > 0 \\ 2: ax^4+bx^3+\dots+e < 0 \\ 3: ax^4+bx^3+\dots+e \geq 0 \\ 4: ax^4+bx^3+\dots+e \leq 0 \end{aligned}$$

③. Sử dụng table.

$$f(x) = \square$$

† ③_Phương pháp tính nhanh: Sử dụng các quy tắc xét sự biến thiên của hàm số.

□. **Quy tắc xét dấu Casio:**

Để lập bảng xét dấu của một biểu thức $P(x)$ ta có các bước :

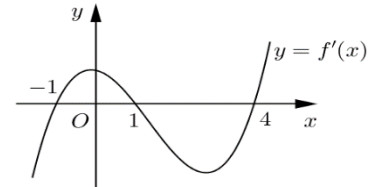
①-Bước 1. Tìm nghiệm của biểu thức $P(x)$, hoặc giá trị của x làm biểu thức $P(x)$ không xác định.

②-Bước 2. Sắp xếp các giá trị của x tìm được theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

③-Bước 3. Sử dụng máy tính tìm dấu của $P(x)$ trên từng khoảng của bảng xét dấu.

□ **Bài tập minh họa trong các đề đã thi của BGD. (5-10 câu) hoặc có thể tìm thêm.**

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = g(x) = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



- A. $(1;3)$ B. $(2;+\infty)$
C. $(-2;1)$ D. $(-\infty;-2)$

Lời giải

①_Quy trình bấm máy.

Từ đồ thị ta suy ra hàm số $f'(x)$

$$f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4)$$

$$g'(x) = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x) \\ = -(2-x+1)(2-x-1)(2-x-4)$$

sử dụng Calc để loại đáp án hoặc sử dụng table để (loại)

chọn đáp án.

quan sát 4.784 Đáp án 1

2.288 Đáp án 2

②_Bài học kinh nghiệm

Ta có:

$$g'(x) = (2-x)' \cdot f'(2-x) = -f'(2-x)$$

Hàm số đồng biến khi

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Tương tự cho các câu trong đề thi THPT QG 2019

Thiết kế 110 Dạng Casio mới nhất 2020 bám sát cấu trúc đề thi của BGD theo hướng bấm máy tính nhanh nhất để chọn ra được đáp án. Hãy liên hệ Zalo 0988 166 193

Câu 2. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(2;4)$. C. $(1;2)$. D. $(4;+\infty)$.

Lời giải

① Quy trình bấm máy.

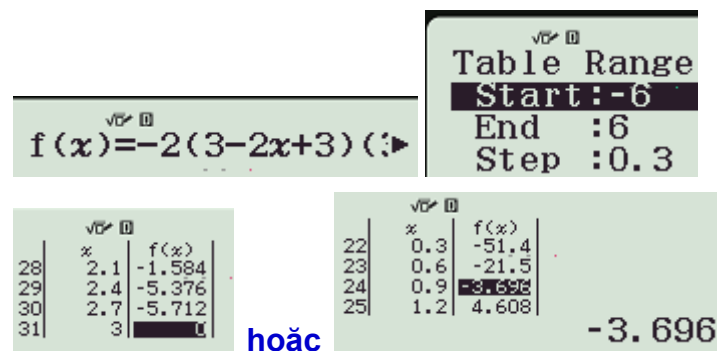
Từ bảng biến thiên ta có :

$y = f'(x) = (x+3)(x+1)(x-1)$ (do khoảng ngoài cùng bên phải dấu + nên $a > 0$)

$$y' = -2.f'(3-2x) = -2(3-2x+3)(3-2x+1)(3-2x-1)$$

Table nhập :

$$f(x) = -2(3-2x+3)(3-2x+1)(3-2x-1)$$



② Bài học kinh nghiệm

$$y' = -2.f'(3-2x)$$

Hàm số nghịch biến khi

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow -2.f'(3-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 3-2x \leq -1 \\ 3-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 3 \\ x \leq 1 \end{cases}$$

Vậy chọn đáp án B.

Tương tự cho (Mã 102 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3;5)$. B. $(5;+\infty)$. C. $(2;3)$. D. $(0;2)$.

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y = f(5-2x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(5-2x)$ có $y' = -2.f'(5-2x), \forall x \in \mathbb{R}$.

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$; $(3; 4)$. Do đó A phương án chọn.

(Mã 103 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$ B. $(2; 3)$ C. $(-\infty; -3)$ **D. $(3; 4)$**

Ta có $y' = -2.f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Vậy chọn D.

(Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$ B. $(1; 3)$ C. $(-\infty; -3)$ **D. $(4; 5)$**

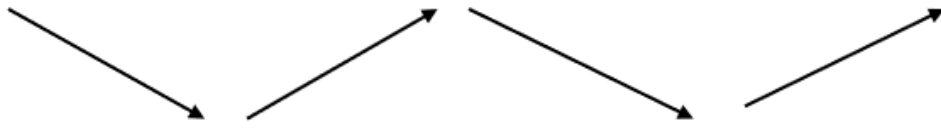
Ta có $y' = f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}; f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x > 1 \\ -3 < 5-2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$$

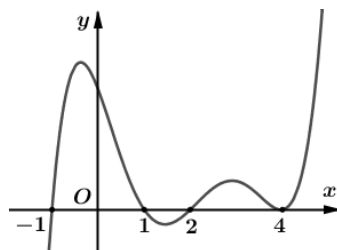
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	2	3	4	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y								



Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên dưới



Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-1;0)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(0;1)$. D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

① Quy trình bấm máy.

$$y = f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)(x-4)^2$$

$$f(x) = -2(1-2x+1)(x-4)^2$$

Table Range
Start: -2
End: 2
Step: 0.1

x	$f(x)$
-0.5	4.3366
-0.4	7.1884
-0.3	7.7875
-0.2	

hoặc

x	$f(x)$
1	0
1.1	76.144
1.2	190.35
1.3	352.23552

② Bài học kinh nghiệm

Dựa vào đồ thị, suy ra $f(x) < 0 \hat{=} \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$

Ta có $g(x) = -2f(1-2x)$.

Xét

$$g(x) > 0 \hat{=} f(1-2x) < 0 \hat{=} \begin{cases} 1-2x < -1 \\ 1-2x < 2 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} -2x < -2 \\ -2x < 1 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\frac{1}{2})$ và $(1; +\infty)$. Chọn D